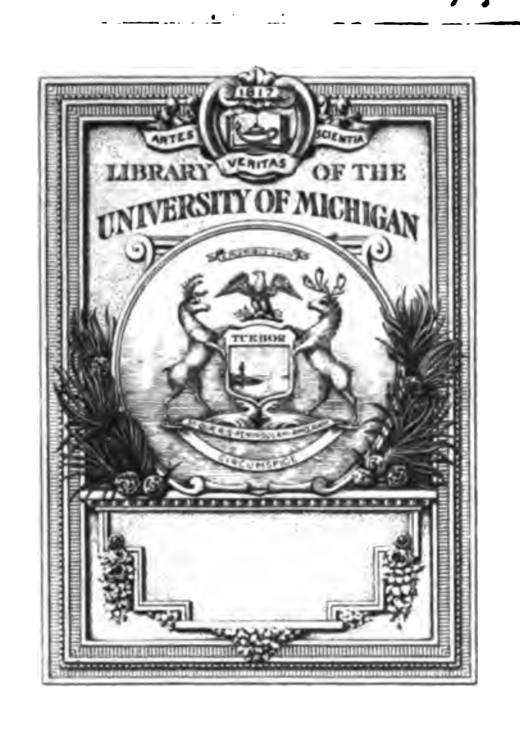

1817
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

[illegible]

[illegible] y Mitja

ELEMENTOS

DE

ARITMÉTICA NUMÉRICA Y LITERAL

AL ESTILO DE COMERCIO

PARA INSTRUCCION DE LA JUVENTUD

POR DON MANUEL POY Y COMES.

QUINTA EDICION,

AUMENTADA CONSIDERABLEMENTE CON LA PARTE TEORICA DEMOSTRATIVA, CON ALGUNOS NUEVOS TRATADOS TEORICO-PRÁCTICOS Y VARIAS OBSERVACIONES Y NOTAS POR SU DISCÍPULO D. SALVADOR ROS Y RENART, PROFESOR DE HUMANIDADES POR S. M. &c.

TOMO I.

CON LICENCIA:

BARCELONA: EN LA OFICINA DE SIERRA Y MARTÍ.

1819.

AL REAL ACUERDO

DEL PRINCIPADO DE CATALUÑA.

EXCMO SEÑOR.

La primera atencion de V. E. es el bien comun del Pueblo Catalan, cuyo gobierno ha fiado el Rey á la respetable autoridad del Acuerdo; y la segunda se dirige á la ilustracion de unos vasallos tan aplicados, como dispuestos á cuanto ceda en su utilidad, y sea capaz de engrandecer mas y mas esta Monarquía.

Por esto se ha dignado permitir V. E. que se ponga á la frente de esta pequeña obra su excelentísimo nombre, que autorice las idéas patrióticas de un ciudadano, á quien impele, como á mí, el amor á la causa

comun, y el vehemente deseo de que la juventud dirija con menos riesgo los primeros pasos de la sólida Aritmética.

La benigna sombra de V. E. me pone á cubierto de la mordaz envídia, que tal vez podria maltratarme; y esto solo anima mi espíritu, le fortalece y vivifica.

Tengo el honor de ofrecerme con el mas profundo respeto á los pies de V. E., cuyo esplendor conserve Dios los muchos años que necesito.

EXC.^{MO} SEÑOR.

El mas atento servidor de V. E.
Manuel Poy y Comes.

PRÓLOGO.

La Aritmética numérica y literal que dió á luz Don Manuel Poy y Comes, bajo el título de *Elementos*, ha sido generalmente recibida de los jóvenes dedicados al comercio, y sumamente necesaria á todos los que desean aplicarse con aprovechamiento á tan honorífica carrera. Es cosa sabida que en el trato comun y mercantil hay muchos problemas que no pueden resolverse sino con un prolijo trabajo, y aun con peligro de equivocacion ó error, si no se consultan las advertencias y reglas de una Aritmética arreglada para su instruccion. Es innumerable la multitud de problemas, que tan felizmente resuelve D. Manuel Poy en estos *Elementos*, por lo que se han hecho dignos de la mayor estimacion. Buena prueba de esto son las muchas y repetidas ediciones que de ellos se han hecho, y el general aplauso que han merecido de todos los maestros de Aritmética, que en sus anuncios de educacion pública hacen mérito de enseñarla por el método y libro de que hablamos, haciendo de él el mas distinguido aprecio.

Esta Aritmética es un prontuario ó clave, digámoslo así, á que debe recurrirse, para aclarar y resolver las dudas, y vencer las mas grandes dificultades que pueden ocurrir en el trato comun y familiar. El autor compuso esta obra con la mira de que los jóvenes hallasen todo lo que mas esencialmente deben saber; así es que procuró esplicarse y presentar las reglas, de suerte que su obra fuese á un mismo tiempo inteligible para los jóvenes, é interesante aun á los hombres mas ilustrados.

Los elógios que se han hecho de ella son el testimonio mas cierto de su utilidad; y seria faltar al reco-

nocimiento no confesar de buena fe lo mucho que debemos á su autor, pues él fué quien nos trazó el plan que hemos procurado seguir para la instruccion de la juventud. En verdad entre las muchas obras de Aritmética que he recorrido, no he hallado otra, que con mas individuacion y copiosos egemplos, aplicados al comercio y negocios domésticos, fuese mas apta para formar un diestro calculador. Me abstengo de otros elógios que pudieren tener visos de parciales. Séame no obstante lícito significar aquí, que D. Manuel Poy me sacó de pila, y me sirvió de padre en la educacion y amor, habiéndome nombrado tambien por su único y universal heredero; por lo que he querido tributar una leve ofrenda á aquella dulce memoria con ilustrar y publicar correctamente su Aritmética numérica y literal en prueba de mi indeleble gratitud.

Mas no obstante, aunque esta obra es tan apreciable por muchas circunstancias, no puedo ménos de confesar que le faltan algunos tratados aun en la parte práctica, como el de fracciones decimales, el de logaritmos y otros varios; y en la parte teórica carece de algunos principios para poder conocer con toda perfeccion el fundamento de las operaciones que deben practicarse. ¡Cuán espuesto está á errores el que le falte el norte de la verdadera ciencia especulativa! Por lo mismo consideraba yo á mis solas cuan útil seria que la obra de Poy, que puede llamarse original en la parte práctica, no careciese de los principios demostrativos de la teórica. Verdaderamente esta parte da al hombre un género de superioridad, que parece soberanía sobre la práctica, que sin ella se debe llamar rutina. La teórica alimenta el estudio, y es el fomento de la memoria; pues sucede por lo comun que despues de una práctica sin teórica, nada queda en el espíritu de cuanto le ha ocupado.

Es la teórica una llave que abre el camino á la práctica, y discurre acerca de los principios. Es una guia que conduce á hallar el resultado de un problema y á formar aquellos conceptos prácticos, que pueden hacer á un hombre cauto y circunspecto, prudente y acertado en sus operaciones. Ademas el hombre sin teórica aprende á espensas de gran número de años, y siempre se quedará niño, pues no sabe de fundamento lo que practíca, y andará sin guia y sin luz por un camino áspero y escabroso. Así pues luego que ví la buena acogida y el general aplauso que se ha merecido dicha obra, pensé en añadirle la parte teórica, aprovechándome en algunas partes, como ya hago mencion de ello, de las advertencias y observaciones de los célebres autores Vallejo, Cerdá, Bails, Tosca, y otros españoles y estrangeros.

El fin que me ha estimulado en añadir mas de una tercera parte á esta obra es el de concurrir en cuanto pueda á la utilidad pública, ofreciendo en ella algunos principios de Álgebra aplicados á varias cuestiones de comercio, é incluyendo la razon y demostracion de cuanto se practica en la Aritmética mercantil, para que la de D. Manuel Poy sea mas completa é instructiva.

Verdaderamente no me habria empeñado en tan prolíjo trabajo, si no me hubiera honrado con su aprobacion mi maestro D. Antonio Alá, sugeto de singulares prendas y erudicion, catedrático de cálculo, escritura doble y geografía en la real casa Lonja de esta capital, á cuyas relevantes luces debo mis aciertos en esta obra.

Confieso que me enseñó los primeros rudimentos de Aritmética y Álgebra D. Manuel Poy; pero su complemento y perfeccion en estas partes de las matemáticas es fruto de la enseñanza que he recibido de viva voz del señor Alá; y me aprecio de haber sido discípulo de tan aventajado maestro.

¿Cuanto se complaceria el autor de esta obra al ver el distinguido mérito que se merece D. Antonio Alá en la república literaria, habiendo sido este benemérito calculador uno de sus discípulos, que tanto le honran con sus adelantamientos, aplicacion y estudio?

Esto que comunmente prueba la utilidad de esta obra, demuestra que sobre ser útil es necesaria. Así la ofrezco al público enmendada, mejorada y contraida á las operaciones particulares de comercio para bien de la posteridad y enseñanza pública. Este será el fruto de mi trabajo en esta nueva edicion.

ADVERTENCIAS.

1.ª Que las citas que en el cuerpo de esta obra se figuran con cifras romanas, ó notas arábigas indican el lugar en que se declara lo que allí se omite.

2.ª Que las nuevas adiciones, con las que he comentado esta obra, ocupan en el tomo primero todo lo que contienen las páginas que hay desde la página 180 á la pág. 323, la mayor parte de lo que se halla escrito desde esta última página citada hasta la página 411, ademas las notas de las páginas 437 y 440, el problema número 728 y parte de las páginas 442, 443, 444, 445 y 446: y en el segundo, el apéndice, lo que sigue con el título de *adiciones que corresponden á las materias contenidas desde la página* 1 *hasta la página* 73 *de este tomo*, y á mas de esto la mitad de la página 78, toda la 79, parte de la 80 y de la 119, toda la 120, parte de la 128, las páginas enteras 129, 130 y parte de la 131; tambien todas las páginas comprendidas desde la página 136 hasta la página 163, la mitad de la página 174, por entero las páginas 175, 176, 177 y parte de la 179, y ultimamente de la página 186 hasta concluir la obra.

3.ª Que las adiciones que se hallan en este tomo desde la página 180 hasta llegar al tratado de las fracciones decimales, por pertenecer á las materias tratadas de la página 1 á la página 179 inclusive, ya se espresa al principio de cada una de ellas al lugar y página á que corresponden, y de ellas podrá tomarse razon en el índice de este mismo tomo.

4.ª Que desde el capítulo de fracciones decimales, nuevamente añadido, hasta concluir este tomo no es preciso hacer otra advertencia, sino que en la primera parte de Álgebra los problemas sencillos y algunas esplicaciones prácticas son del Autor, y que lo restante lo he añadido; y que en la segunda parte, todo es del Autor, escepto algunas adiciones que he hecho á las ecuaciones de varias incógnitas, demostrando que muchas de ellas pueden resolverse por la resolucion de una sola ecuacion, y alguna variacion en la esplicacion, resolucion y demostracion de las de segundo grado.

5.ª Que en el apéndice que hay al principio del segundo tomo y en las adiciones que siguen se esponen otras advertencias, que podrá ver el lector para mayor inteligencia de esta obra.

ELEMENTOS
DE ARITMÉTICA NUMÉRICA.

I.
PROEMIALES.

Aritmética es una ciencia, que trata de los números. Toma su nombre de la voz griega *arithmos*, que significa *número*, y del verbo latino *metior*, que significa *medir*. Divídese la Aritmética en especulativa y práctica. La especulativa considera las propiedades de los números, y la práctica usa de ellas.

II.
DE LOS GUARISMOS Ó CIFRAS, DE LA UNIDAD, del número y de la parte numérica.

Los guarismos ó cifras son las notas ó caractéres, con que se escriben los números ó cantidades numéricas.

Unidad es aquella, por la cual cualquier cosa se dice una; pues por la unidad decimos un Dios, un angel, un hombre, un caballo, un roble, una piedra.

Número es una multitud compuesta de unidades; ó bien una coleccion de unidades, como cuatro, ocho, doce, &c.

Parte numérica es una cantidad menor respecto de otra mayor homogénea, que se llama todo, como 4 respecto del todo 12. La parte númerica se divide en alicota y alicuanta. Parte alicota es la que repetida algunas veces iguala al todo, como 3 respecto del todo 15. Parte alicuanta es aquella que repetida algunas veces, siempre es mayor ó menor que el todo, como 7 respecto del todo 24.

III.
DE LAS CIFRAS, GUARISMOS, CARACTÉRES ó notas Romanas.

Uno.	Cinco.	Diez.	Cincuenta.	Ciento.	Quinientos.	Mil.
I.	V.	X.	L.	C.	D.	M.

Si de estas notas la menor se antepone á la mayor, le quita cuanto vale la menor; y así IX vale nueve, y CM nuevecientos: pero si se pospone es al contrario; por consiguiente XV valdrá quince, y DII quinientos y dos.

IV.
DE LAS NOTAS QUE INVENTARON LOS ÁRABES.

Cero.	Uno.	Dos.	Tres.	Cuatro.	Cinco.	Seis.	Siete.	Ocho.	Nueve.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

El cero por sí solo nada significa, solamente aumenta el décuplo al valor de la nota significativa que le precede; las demas notas encierran en sí tantas unidades como indican y espresa su nombre.

V.
DIVISION DEL NÚMERO.

El número se divide en dígito, artículo y mixto; y en perfecto, diminuto y abundante. Número dígito es el que se espresa con sola una nota, con tal que llegue á dos, y no pase de nueve, como 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Número artículo es el que se expresa con varias notas, con tal que la primera de la derecha sea cero, como 10, 20, 30, 450, 8040, 12000. Número mixto es el que abraza al dígito y artículo, como 18, 24, 67, 385, 906.

Número perfecto es el que es igual á todas sus partes alicotas juntas, como 28, que sus partes alicotas 14, 7, 4, 2 y 1 le igualan. Número diminuto es aquel, cuyas partes alicuotas juntas no llegan á igualarle, como 14, que sus partes alicotas 7, 2 y 1 no llegan á igualarle. Número abundante es aquel, cuyas partes alicotas juntas le exceden, como 18, que sus partes alicotas 9, 6, 3, 2 y 1 le exceden.

VI.
AXIOMAS Ó COMUNES SENTENCIAS.

Axioma ó comun sentencia es una verdad tan cierta y evidente, que no necesita de prueba. Para desempeñar el objeto, que se tiene proyectado, bastan los axiomas que siguen.

1.° Las cosas que son iguales á otra, son iguales entre sí.

2.° Si á cosas iguales se añaden iguales, las sumas, todos ó agregados serán iguales.

3.° Si de cosas iguales se quitan iguales, las diferencias ó residuos serán iguales.

4.° Si á cosas iguales se añaden ó quitan desiguales, se tendrán las sumas ó residuos desiguales.

5.° La diferencia entre el minuendo y subtraendo será siempre la misma, por mas que á ambos números se añaden ó quiten cantidades iguales.

6.° Si cosas iguales se multiplican ó parten por iguales; esto es se aumentan ó disminuyen por una misma medida, los productos ó cocientes serán iguales.

7.° Si cosas iguales se multiplican ó parten por desiguales, los productos ó cocientes serán desiguales.

8.° Las cosas que son duplas, triplas, &c. de cantidades iguales, son iguales.

9.° Las cosas que son mitades, tercios, &c. de cantidades iguales, son iguales.

10.° El todo es mayor que cualquiera de sus partes, é igual á todas sus partes juntas.

VII.
DE LAS REGLAS GENERALES DE LA ARITMÉTICA.

Algunos dicen que las reglas generales de la Aritmética son seis, á saber: numeracion, notacion, sumar, restar, multiplicar y partir. Otros afirman que son cinco: numeracion, adicion, sustraccion, multiplicacion y particion. Otros opinan equivocadamente que son cuatro: sumar, restar, multiplicar y partir. Otros en fin son de parecer que son tres solamente: numeracion, sumar y restar; y dan la razon, porque el multiplicar es un sumar abreviado, y el partir un restar tambien abreviado. Cada una de dichas reglas se divide en simple y compuesta.

VIII.
DE LA NUMERACION.

Numeracion es la espresion del valor de un número escrito por sus propias notas. Para entender esto de raiz, adviértase, que cuando para expresar alguna cantidad se escriben ordenadamente tres notas ó cifras, como 6, 3, 8, la primera de la derecha indica las unidades; la segunda, caminando hácia la izquierda, las decenas; la tercera las centenas. Y así el número, que aquí parece figurado, significa seiscientos treinta y ocho.

Centena.	Decena.	Unidad.
6	3	8

IX.

Para leer facilmente cualquiera cantidad numérica, que conste de varias notas practíquese:

Lo 1.° Empezando por la derecha, sepárese la cantidad en dignidades, esto es, de seis en en seis cifras, escribiendo en la parte inferior la nota 1 entre la primera y segunda dignidad, 2 entre la segunda y tercera, 3 entre la tercera y cuarta, y así ordenadamente aumentando por la unidad, caminando hácia la izquierda.

Lo 2.° Divídanse las dignidades, cada una en dos clases, con un punto intermedio en la parte inferior, de modo que tenga tres notas á cada lado. La primera clase de la izquierda puede constar de menos guarismos.

Lo 3.° Empiécese ahora por la izquierda á leer la cantidad propuesta, y en cada clase ténganse presentes estos tres términos: centena, decena, unidad.

Lo 4.° Adviértase que el punto (.) siempre indica que se ha de decir mil. La unidad (1) cuento. El 2 bicuento. El 3 tricuento. El 4 cuatricuento. El 5 quinticuento, y así ordenadamente sextícuento, septicuento, octicuento, nonicuento, denicuento, &c. v. gr.

1. Divídase en dignidades y clases, poniendo las señales correspondientes, y léase la cantidad siguiente:

68496000500106080007234.

Clase	Centena	Decena	Unidad	Señal
de mil tricuentos.		6	8	.
de tricuentos.	4	9	6	3
substitutivas de mil bicuentos.	0	0	0	.
de bicuentos.	5	0	0	2
de mil cuentos.	1	0	6	.
de cuentos simples.	0	8	0	1
de mil simples.	0	0	7	.
simplemente.	2	3	4	

La cantidad que aquí parece figurada, se lee así: sesenta ocho mil, cuatrocientos noventa y seis tricuentos, quinient

bicuentos, ciento y seis mil, ochenta cuentos, siete mil, ducientos treinta y cuatro.

2. En órden á esta cantidad 8236479, practíquese lo mismo.

3. Lo mismo en esta 45340609862; é inmediatamente en esta 632000082500304020006079.

4. Observando dicho método, léase esta cantidad:

208600000940081400007050218.

X
DE LA NOTACION.

Notacion es la descripcion de un número por sus propios caractéres, como que ducientos treinta y cuatro se escribe así 234.

Para escribir repentinamente cualquiera cantidad numérica, que conste de varios caractéres obsérvese:

Lo 1.° Empezando por la izquierda, escríbase la primera clase (esta puede constar de menos de tres guarismos; pero las demas han de constar precisamente de tres cada una), y tanto en ella, como en las demas, escríbanse con cuidado las centenas, decenas y unidades que se dictaren.

Lo 2.° Póngase la señal correspondiente entre clase y clase; esto és punto (.) entre las que dictando dirán mil; la unidad (1) entre las que dirán cuento; el número 2 entre las que dirán bicuento; el número 3 entre las que dirán tricuento, &c.

Lo 3.° Si en alguna clase se omitiere el dictar cifras significativas en el lugar de las centenas, decenas ó unidades, substitúyase cero en su lugar; practicándolo asimismo siempre que dictando se traspasaren algunas clases ó dignidades.

Lo 4.° Las notas que se escribirán en la parte inferior, disminúyanse por la unidad, hasta llegar á tener dicha unidad en medio de las dos clases antepenúltima y penúltima.

Lo 5.° Al medio de las dos clases penúltima y última siempre ha de corresponder punto, y á las demas una por otra punto, y una por otra cifra; v. gr.

5. Escríbase con guarismos ó cifras, divídase en dignidades y clases, notando ordenadamente las señales correspondientes á la cantidad que sigue: ochocientos veinte y seis cuatricuentos, setenta y dos mil, trescientos cuarenta tricuentos, sesenta mil bicuentos, trescientos cuatro cuentos, cuatrocientos mil y dos sueldos.

826 072 340 060 000 000 304 400 002 9
,4 . . 3 . . 2 . . 1 . .

6. Escríbase asimismo la cantidad que sigue: 3 cientos cuentos, 6 cientos treinta y 7 mil, quinientos noventa y ocho

7. Continúese con el mismo órden en esta: 8 mil, 9 cientos bicuentos, 57 mil, 6 cientos veinte cuentos, 4 cientos mil y 3 diner

8. Como se escribirán 63 cuatricuentos, 82 mil, quinientos tricuentos, ochenta mil bicuentos, ciento y nueve cuentos y 42 pes

9. Vamos á escribir con guarismos esta otra cantidad 4 qui ticuentos, 63 mil bicuentos, y 9 doblones.

10. Prosígase á escribir 7 cientos mil quinticuentos, 4 tricue tos, 3 cientos ochenta mil, 2 cientos bicuentos, 6 cuentos y 24

11. Descríbanse en fin 42 mil sexticuentos.

XI.
DEL SUMAR NÚMEROS ENTEROS.

Sumar simple es hacer un agregado ó suma igual á varias pa tidas homogéneas dadas; diciendo en cada coluna, empezando p la de las unidades: tantos, y tantos son tantos, y tantos son tanto &c. escribo tantos en la suma, y llevo tantos cuantas son las dec nas producidas, cuales añadiré á la coluna inmediata de la izquierd

DECLARACION.

Lo 1.° Dispónganse las cantidades en colunas de modo, qu las unidades correspondan á las unidades, las decenas á las dece nas, las centenas á las centenas, &c. y tírese por debajo una li nea ó raya, para no confundir con ellas la suma ó agregado.

Lo 2.° Añádense las unidades unas á otras sucesivamente, escríbase debajo la suma, practicando lo mismo en la coluna d las decenas, centenas, &c.

Lo 3.° Si la suma de las unidades puede especificarse con un sola nota, escríbase esta debajo, y así en las decenas, centenas, &c

Lo 4.° Si añadiendo las unidades unas á otras sucesivamente debiese la suma de ellas exprimirse por dos cifras, escríbase de bajo la de la derecha, y guárdese en la memoria la de la iz quierda, para juntarla á la coluna inmediata de la misma izquier da; y prosiguiendo así en las demas colunas, se hallará lo que s pide; v. gr.

12. Súmense 6542 con 8704 y 9661.

	6542
	8704
	9661
Suma.	24907

Empezando por la coluna de las unidades, dígase 2, 6, 7, escribo 7. En la coluna de las decenas prosígase así 4, 10, escribo cero, y llevo 1, 6, 13, 19, escribo 9, y llevo 1, 7, 15, 24, escribo 4, y llevo 2, que los pongo hácia la izquierda. Dígase, pues, que la suma de las tres partidas es 24907.

Quien encontrará pesado este modo de contar, puede valerse del comun método, diciendo 2, y 4 son 6, y 1, son 7; y porque la suma 7, solo tiene una nota, la escribo debajo. En la coluna de las decenas dígase 4, y 6, son 10; y porque la suma 10, contiene dos notas, escribo la de la derecha 0, debajo, y guardo en la memoria el 1 de la izquierda para juntarlo con los caractéres de la coluna siguiente. Prosígase, pues, diciendo 1 y 5, 6, y 7 13 y 6, 19, escribo el 9, de la derecha y llevo el 1 de la izquierda, que juntado con el 6 de la coluna de los millares hace 7, y 8, 15, y 9, 24, escribo 4, y llevo 2, que los escribo un lugar mas adelantado hácia la izquierda, por no haber otra coluna que contar.

DEMOSTRACION.

Las partes del número son las unidades, decenas, centenas, &c. de las cantidades dadas; es así que la suma ó agregado contiene todas las unidades, decenas, centenas, &c. de las cantidades dadas: luego (axioma 10) la suma es igual á todas las unidades, decenas, centenas, &c. de las cantidades dadas: luego (axioma 1) es igual á todas las partidas dadas.

Si se negáre la menor, pruébese con la práctica.

13. Gil me debe 8435 reales vellon, Juan 639, y Antonio 3780. Pregunto, cuanto me deben los tres?

	8435	
	639	
	3780	
Me deben . . .	12854	*reales vellon.*

14. De lo que me debia Francisco me ha satisfecho 527 reales de ardites de una partida; de otra 4860, y de otra 433. Pídese, á cuanto sube lo satisfecho? Dispónganse las tres canti-

dades como en los dos egemplos espresados, y hecha la suma se tendrá que lo satisfecho sube á 5820 reales de ardites.

15. En el dia 4 de Enero de 1804 Diego me entregó 6285 tt y 9372 en 24 de Marzo de dicho año. Cuanto me entregó Diego? Me entregó 15657 tt.

16. Un caballero tiene 184637 pesos; su hacienda vale 345600 pesos; y sus alhajas importan 110250 pesos. Pregunto, cuánto pesos importa todo? Importa 640488 pesos.

17. Un comerciante quiere emplear 8308 doblones en paños 5280 en bayetas, 954 en lienzos, y 745 en otras mercadurias Pídese, cuanto quiere emplear? Quiere emplear 15287 doblones.

18. Compré en Cataluña 846 cuarteras de trigo por 4653 tt 547 por 2388 tt, y 975 por 4873 tt. Pregúntase, cuanto trigo compré, y cuanto me costó? Súmense primeramente las tres partidas de trigo, y despues sus tres valores; y en la primera regla se hallará, que compré 2368 cuarteras de trigo; y en la segunda, que me costó 11914 tt 9.

Advierto á los maestros, que enseñarán la Aritmética con este Curso, que cuando sus discípulos sabrán resolver los siete problemas de sumar expresados, no por esto han de pasarlos inmédiatamente á la resolucion de los que siguen: conducirá sobre manera que les entretengan ocho dias á resolver cada dia los mismos siete problemas; á saber, el primer dia examinándolos por la prueba de mitad, el segundo por la de tercio, el tercero por la de cuarto, el cuarto por la de quinto, el quinto por la de sexto, el sexto por la de séptimo, el séptimo por la de octavo, y el octavo por la de noveno. Esta práctica servirá muchísimo para el pronto manejo de la tabla numérica: para resolver con facilidad y destreza las reglas de restar, multiplicar y partir; y especialmente para no verse atacados los discípulos en la resolucion del multiplicar números denominados por partes alicotas.

XII.
DEL RESTAR NÚMEROS ENTEROS.

Restar simple es buscar una diferencia ó resíduo entre dos cantidades homogéneas dadas, que sea igual á la cantidad en que se distingue el minuendo del subtraendo, diciendo (empezando por las unidades del subtraendo): de tantos (váyase ahora á las del minuendo) á tantos, van tantos, que los escribo á la diferencia.

DECLARACION.

Lo 1.° Escríbase el número menor debajo del mayor, de modo que correspondan las unidades á las unidades, las decenas á las decenas, las centenas á las centenas, &c., y tírese una línea por debajo.

Lo 2.° Empezando por la derecha réstense las unidades del subtraendo de las del minuendo, y escríbase debajo la diferencia.

Lo 3.° Cuando la nota del subtraendo fuere de mayor valor que su correspondiente del minuendo, auméntese esta de diez y (axioma 5) llévese 1 para juntarlo á la nota inmediata del subtraendo, caminando hácia la izquierda.

Lo 4.° Cuando la nota del subtraendo fuere igual á la del minuendo, escríbase cero en la diferencia, y se tendrá lo que se pide; v. gr.

19. De 85006038 quítese 64807542.

Minuendo.	85006038
Subtraendo.	64807542
Diferencia.	20198496

Empezando por las unidades del subtraendo, dígase: de 2 á 8 van 6, que los escribo debajo en la diferencia. Váyase á las decenas, diciendo: de 4 á 13 van 9, y llevo 1, y 5 son 6: á 10 van 4, y llevo 1, y 7, 8: á 16 van 8, y llevo 1: á 10 van 9, y llevo 1, y 8, 9: á 10 va 1, y llevo 1, y 4, 5: á 5 va cero: de 6 á 8 van 2: con que la diferencia entre el minuendo y subtraendo es 20198496.

DEMOSTRACION.

Las unidades, decenas, centenas, &c. son las partes del número; es así que la diferencia contiene las unidades, decenas, centenas, &c. que faltan al subtraendo para igualar al minuendo: luego la diferencia es igual á las unidades, decenas, centenas, &c. que faltan al subtraendo para igualar al minuendo: luego (axioma 1) la diferencia es igual á la cantidad en que se distingue el minuendo del subtraendo.

Pruébese la menor. La diferencia con el subtraendo da el minuendo; es así que la diferencia quitada del minuendo da el subtraendo: luego la diferencia encierra las unidades, decenas, centenas, &c. que faltan al subtraendo para igualar al minuendo.

20. De 85479 maravedís réstense 52064 maravedís. Escríbase la cantidad menor debajo de la mayor, y hecha la resta se tendrán 33415 maravedís por diferencia.

21. Si los reales de vellon de Pedro fuesen 4697, menos 2748, cuántos tendria? Tendria 1949.

22. Juan entregó 4697 pesos, y le vuelven 9458. Pídese, á cuánto sube la ganancia? Sube á 4761 pesos.

23. Me deben 34857 libras de ardites, y me han satisfecho 8369. Cuánto me quedan á deber? Me quedan á deber 26488 libras de ardites.

24. De un egército mataron 46908 soldados. Constaba de 55979. Pregunto, cuántos quedaron? Quedaron 9071 soldados. Asimismo me vienen ahora con la noticia, que de las 4536 almas de comunion, de que constaba un pueblo, falleció la tercera parte; decidme pues, cuantas quedaron? Porque el tercio de 4536 es 1512, quítese este número de aquel; y quedando 3024, respóndase que quedaron 3024 almas.

25. Madrid se fundó 3973 años hace, y Barcelona 3481. Pídese, cuanto tiempo adelanta la fundacion de Madrid á la de Barcelona? Adelanta 492 años.

26. Acaba de espirar el año de 7002 de la creacion del mundo, y el de 1803 de nuestra era cristiana. Decidme, cuántos años habia que el Omnipotente tenia ya criado el mundo, cuando salió á luz nuestro Redentor Jesucristo? Habia 5199 años.

27. Si Josef tuviese 600103 reales, y Bruno 896087, cuántos mas tendria Bruno que Josef? Tendria 295984 reales mas.

28. Vendió Pedro 3486 canas de cierta ropa por 800103 libras de ardites. Pregunto, habiendo solamente recibido 696087, cuanto le quedan á deber? Le quedan á deber 104016 libras de ardites.

29. Pedro empleó 4874 reales en paño; en lienzo 845, y en bayeta 938. Pablo solo empleó 2539 reales en paño; 648 en lienzo; y 1645 en terciopelo. Pídese, cuántos menos empleó Pablo que Pedro? Súmese lo que empleó Pedro, y separadamente lo que empleó Pablo. De estas dos sumas fórmese una regla de restar, y se hallará que Pablo empleó 1825 reales menos que Pedro.

XIII.

Antes de emprender la regla de multiplicar importa mucho depositar en la memoria la siguiente.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3		9	12	15	18	21	24	27	30
4			16	20	24	28	32	36	40
5				25	30	35	40	45	50
6					36	42	48	54	60
7						49	56	63	70
8							64	72	80
9								81	90
10									100

XIV.

Tambien importa sobre manera tener noticia de las monedas, pesas y medidas de Castilla, Cataluña, Valencia, Aragon, Navarra y Mallorca, que compendiosamente siguen.

DE LAS MONEDAS.

EFECTIVAS DE ORO.

El doblon de á 8 escudos de oro, fabricado antes del año de 1772, vale en Castilla 321 reales 6 maravedís de vellon: en Cataluña 30 libras 2 sueldos 2 dineros 8 diezisetenos, ó bien 323 reales 29 maravedís 13 diezisetenos de vellon castellano: en Valencia 21 libras 6 sueldos 6 dineros 3 cuartos de otro dinero: en Aragon 17 libras 1 sueldo 4 dineros jaqueses: en Navarra 170 reales flojos 22 maravedís y medio navarros: en Mallorca 24 libras 3 sueldos 5 dineros: En Iviza se cuenta por 426 libras 11 sueldos 3 dineros: en Cádiz por 170 reales de plata vieja 10 cuartos de cobre: en Mahon por 20 pesos de á ocho reales plata 10 doblés 10 diezisetenos. En esta isla el real de plata antigua se cuenta por 18 doblés. El doblon antiguo de á cuatro vale la mitad del antiguo de á ocho, el de á dos la mitad del de á cuatro, y el escudo viejo de oro la mitad del doblon de á dos,

El doblon de á ocho escudos de oro, sellado despues del año de 1771, vale en Castilla 320 reales de vellon cabales: en Cataluña 30 libras de ardites, ó bien 322 reales 23 maravedís 3 séptimos de vellon castellano: en Valencia 21 libras 5 sueldos: en Aragon 17 libras jaquesas: en Navarra 170 reales flojos: en Mallorca 24 libras 1 sueldo 8 dineros. Dicho doblon en Iviza se cuenta por 425 libras: en Cádiz por 170 reales plata: en Mahon por 20 pesos de á 8 reales plata. El doblon moderno de á cuatro vale la mitad del moderno de á ocho, el de á dos la mitad del de á cuatro, el escudo nuevo de oro la mitad del doblon de á dos, y el escudito ó durillo moderno la mitad del escudo nuevo de oro.

El durillo ó escudito, acuñado antes del año 1785, vale en Castilla 21 reales 8 maravedís y medio de vellon: en Cataluña 39 sueldos 10 dineros 1 octavo, ó bien 21 reales 14 maravedís 4 séptimos de vellon castellano: en Valencia 28 sueldos 2 dineros 43. 64 avos: en Aragon 22 sueldos 9 dineros 1 cuarto jaqueses: en Navarra 11 reales flojos 10 maravedís 13. 32 avos navarros: en Mallorca 32 sueldos. Este durillo en Iviza se cuenta por 28 libras 4 sueldos 5 dineros 7. 16 avos: en Mahon por 10 reales plata antigua 11 doblés 1 cuarto de otro doblé.

XV.

EFECTIVAS DE PLATA.

El duro ó peso fuerte de plata, ó sea la coronilla nueva ó durillo enmoldado despues del año 1784, vale en Castilla 20 reales de vellon: en Cataluña 37 sueldos 6 dineros, ó bien 20 reales vellon 5 maravedís 5 séptimos: en Valencia 26 sueldos 6 dineros 3 cuartos: en Aragon 21 sueldos 4 dineros: en Navarra 10 reales flojos 22 maravedís 1 medio navarros: en Mallorca 30 sueldos. Este duro en Iviza vale 26 libras 11 sueldos 3 dineros: en Cádiz 10 reales plata 10 cuartos: en Mahon 10 reales de plata: en Gibraltar 12 reales de á 16 cuartos. El mismo duro vale 2 escudos de vellon, ó 4 pesetas megicanas, ó 5 pesetas provinciales. El escudo de vellon corresponde á 2 pesetas megicanas, ó á 2 y media provinciales. La peseta megicana se divide en 2 reales, y el real en 2 medios efectivos; pero la peseta provincial en 4 reales efectivos ó imaginarios de vellon, y esta en Cataluña vale 7 sueldos 6 dineros ó 90 dineros, ó bien 34 cuartos: en Valencia 5 sueldos 3 dineros 3 cuartos de otro en

plata, y en menudos 34 cuartos 6 5 sueldos 8 dineros: en Aragon 4 sueldos 4 dineros 6 68 dineros: en Navarra 2 reales flojos 4 maravedís 1 cornado, 6 76 maravedis y medio navarros: en Mallorca 6 sueldos 6 72 dineros.

XVI.

EFECTIVAS DE COBRE.

El cuarto de cobre corriente en Castilla vale 4 maravedís de vellon castellano cabales: en Cataluña 2 dineros 11 diezisetenos, 6 bien 4 maravedís 4. 119 avos de maravedí vellon castellano, 6 bien 4 maravedís corrientes en Cataluña: en Valencia 1 dinero 7 octavos: en Aragon 2 dineros: en Navarra 4 maravedís 1 cuarto navarros: en Mallorca 2 dineros 1 octavo. Este cuarto en Iviza vale 3 sueldos, 1 dinero y medio: en Cádiz 1 cuarto: en Mahon 1 doblé 1 diezisieteno.

XVII.

IMAGINARIAS.

Las monedas imaginarias son:

De Castilla el real de vellon, que allí se cuenta por 8 cuartos y medio, 6 por 34 maravedís de vellon: en Cataluña, considerado en el valor que tiene en Castilla, por 22 dineros 5 diezisieisenos: en Valencia por 15 dineros 15. 16 avos: en Aragon por 17 dineros: en Navarra por 19 maravedís 1 octavo navarros: en Mallorca por 18 dineros 1 diesiseiseno. Dicho real de vellon en Iviza lo cuentan por 1 libra: 6 sueldos 6 dineros 3 cuartos: en Cádiz por 8 cuartos y medio: en Mahon por 9 doblés: en Gibraltar por 9 cuartos.

De Cataluña la libra de ardites, que en este Principado vale 20 sueldos, y el sueldo 12 dineros catalanes; en Castilla corresponde á 10 reales 25 maravedís 5 séptimos de vellon: en Valencia á 14 sueldos 8 dineros 3 séptimos: en Aragon á 11 sueldos 6 dineros 6 séptimos: en Navarra á 5 reales flojos 25 maravedís 5 séptimos: en Mallorca á 16 sueldos 2 dineros 2 séptimos. Dicha libra catalana vale 14 libras 5 sueldos 8 dineros 4 séptimos de Iviza: 5 reales plata 11 cuartos 3 séptimos de Cádiz: 5 reales plata 6 doblés 96. 119 avos de Mahon. Tambien es moneda imaginária el real de ardites de 24 dineros.

De Valencia la libra 6 peso, que allí vale 20 sueldos, y el sueldo 12 dineros valencianos: en Castilla equivale á 15 reales

2 maravedís vellon: en Cataluña á 28 sueldos: en Aragon á 16 sueldos jaqueses: en Navarra á 8 reales flojos: en Mallorca á 22 sueldos 8 dineros. Esta libra valenciana tambien es igual á 20 libras de Iviza: á 8 reales de plata de Cádiz: á 7 reales de plata 9 doblés 9. 17 avos de doblé de Mahon. Tambien es moneda imaginaria el real valenciano de á 24 dineros valencianos.

De Aragon la libra jaquesa, que allí vale 20 sueldos, y el sueldo 16 dineros jaqueses: en Castilla vale 18 reales 28 maravedís: en Cataluña 35 sueldos: en Valencia 25 sueldos: en Navarra 10 reales flojos: en Mallorca 28 sueldos 4 dineros. La misma libra jaquesa corresponde á 25 libras de Iviza: á 10 reales plata antigua de Cádiz: á 9 reales plata 7 doblés 7. 17 avos de Mahon.

De Navarra el real flojo, que allí se cuenta por 4 tarjas y media, por 6 gruesos, por 36 maravedís, ó por 72 cornados: en Castilla por 1 real 30 maravedís de vellon: en Cataluña por 3 sueldos 6 dineros: en Valencia por 2 sueldos 6 dineros: en Aragon por 2 sueldos: en Mallorca por 2 sueldos 10 dineros. Dicho real flojo, ó real de plata vieja, es lo mismo que 2 libras 10 sueldos de Iviza: que 16 cuartos de Cádiz: que 16 doblés 16. 17 avos de otro doblé de Mahon.

De Mallorca la libra, que allí corresponde á 20 sueldos, y el sueldo á 12 dineros: en Castilla á 13 reales 9 maravedís 13. 17 avos de vellon: en Cataluña á 24 sueldos 8 dineros 8 diezisetenos: en Valencia á 17 sueldos 7 dineros 13. 17 avos: en Aragon á 14 sueldos 1 dinero 15. 17 avos: en Navarra á 7 reales flojos 2 maravedís 2. 17 avos de maravedí navarro. Dicha libra mallorquina equivale tambien á 17 libras 12 sueldos 11 dineros 5 diezisetenos de Iviza: á 7 reales plata 16 diezisetenos de Cádiz: á 6 reales plata 11 doblés 169. 289 avos de Mahon.

IMAGINARIAS COMUNES AL REINO.

Las monedas imaginarias comunes á la monarquía española son:

El real de plata de cambio ó media peseta antigua, que vale 34 maravedís de plata vieja. Esta moneda en Castilla equivale á 16 cuartos, ó á 1 real 30 maravedís de vellon, ó á 64 maravedís de vellon castellano: en Cataluña á 3 sueldos 6 dineros, ó á 15 cuartos 13 quincenos, ó bien á 63 maravedís 7 quincenos, corrientes en Cataluña: en Valencia á 2 sueldos 6 dineros: en

Aragon á 2 sueldos jaqueses: en Navarra á 1 real flojo, ó á 36 maravedís navarros: en Mallorca á 2 sueldos 10 dineros.

El peso de cambio ó real de á ocho, que corresponde á 8 reales viejos de plata, ó á 272 maravedís antiguos de plata. Este peso en Castilla importa 128 cuartos, ó 15 reales 2 maravedís, ó 512 maravedís de vellon: en Cataluña 28 sueldos: en Valencia 20 sueldos: en Aragon 16 sueldos: en Navarra 8 reales flojos: en Mallorca 22 sueldos 8 dineros.

El ducado de cambio, que es igual á 11 reales 1 maravedí de plata, ó á 375 maravedís antiguos de plata. Esta moneda en Castilla se cuenta por 20 reales 25 maravedís 15. 17 avos de otro maravedí de vellon: En Cataluña por 38 sueldos 7 dineros 4 diezisetenos: en Valencia por 27 sueldos 6 dineros 15. 17 avos: en Aragon por 22 sueldos 1 diezisiteno de otro sueldo jaques: en Navarra por 11 reales flojos 1 maravedí 1. 17 avos: en Mallorca por 31 sueldos 3 dineros.

El ducado de plata, que vale 11 reales antiguos de plata, ó 374 maravedís de plata. Este ducado vale 20 reales 24 maravedís de vellon de Castilla: 38 ½.6 de Cataluña: 27 ½ 6 de Valencia: 22 sueldos de Aragon: 11 reales flojos de Navarra: 31 ½ 2 de Mallorca.

El doblon de 4 pesos, que es lo mismo que el cuádruplo de lo que hemos dicho que vale el peso de cambio.

El doblon de 5 pesos, que es el quíntuplo del real de á ocho expresado.

XVIII.

DE LAS PESAS.

Las pesas de comercio de Castilla son el quintal, que consta de 4 arrobas ó de 100 libras: la arroba de 25 libras: la libra de 2 marcos ó de 16 onzas: el marco ó media libra de 8 onzas: la onza de 4 cuartos ó de 16 adarmes: el adarme de 3 tomines ó de 36 granos: el tomin de 12 granos.

De Cataluña son la carga, que se compone de 3 quintales: el quintal de 4 arrobas ó de 104 libras: la arroba de 26 libras: la libra de 12 onzas, á no ser que sea de carne ó pescado fresco, que entonces se compone de 36 onzas, ó de 3 libras comunes, llamadas vulgarmente *tersas*: la onza de 4 cuartos: el cuarto de 4 argiensos ó adarmes: el argienso de 36 granos.

De Valencia son la carga de 3 quintales, cuando la arroba consta de 30 libras; pero cuando de 36 es de 2 quintales y medio;

y tanto pesa la carga en un caso, como en otro. El quintal, peso sutil, delgado ó menor, consta de 4 arrobas ó de 120 libras: pero el quintal, peso gordo, grueso ó mayor, aunque consta tambien de 4 arrobas, sube á 144 libras. La arroba menor se divide en 30 libras, y la mayor en 36; y esta es la mas ordinaria ó corriente: se advierte no obstante que la arroba de harina se usa de 32 libras. La libra regular es de 12 onzas, la de pescado fresco menudo de 16, la de pescado gordo y salado de 18, y la de carne de 36. La onza se divide en 4 cuartos: el cuarto en 4 adarmes: el adarme en 36 granos, y si es de olores en 32 solamente.

De Aragon son la carga de 3 quintales: el quintal de 4 arrobas ó de 144 libras: la arroba de 36 libras: la libra de 12 onzas, á excepcion de la de carne y pescado que es de 36: la onza de 4 cuartos: el cuarto de 4 adarmes: el adarme de 32 granos.

De Navarra es el quintal que se divide como en Aragon. Tambien se usa del peso castellano.

De Mallorca son la carga regular, que se compone de 3 quintales: el quintal de 4 arrobas, ó de 104 libras: la arroba de 26 libras: la libra de 12 onzas. El quintal ó cántaro berberisco, con que en Mallorca se pesan la mayor parte de los géneros, consta de 100 rótolos ó libras, ó de 4 arrobas de 25 libras de 12 onzas.

XIX.

DE LAS MEDIDAS LONGITUDINALES.

Las medidas longitudinales de Castilla son la toesa, estado ó braza, que consta de 2 varas: la vara de 4 palmos: el palmo de 12 dedos ordinarios. Dicha toesa es de 6 pies de largo: el pie de 12 pulgadas: la pulgada de 12 líneas: la línea de 12 puntos. El estadal de Madrid, con que allí se miden los campos, consta de 3 varas y media, ó de 10 pies y medio: el estadal cuadrado de 110 pies 1 cuarto cuadrados.

De Cataluña es la cana de 8 palmos, y el palmo de 4 cuartos.

De Valencia la vara de 4 palmos: el palmo de 4 cuartos: el cuarto de 3 dedos.

De Aragon la vara de 4 palmos: el palmo de 12 dedos ó de 9 pulgadas.

De Navarra la vara de 4 palmos ó cuartas.

De Mallorca la cana de 8 palmos, y el palmo de 4 cuartos.

XX.
DE LAS MEDIDAS PARA ÁRIDOS.

Las medidas para áridos, ó para medir granos, son en Castilla el cahiz, que contiene 12 fanegas de trigo, y si este es de superior calidad, pesa cerca de 1152 libras castellanas: la fanega 12 celemines ó almudes, ó bien 4 cuartillas: la cuartilla 3 celemines: el celemin 4 cuartillos: el cuartillo 4 ochavos: el ochavo 4 ochavillos.

En Cataluña la salma ó tonelada, que comprehende 4 cuarteras de grano: la carga 2 cuarteras ó cuartanes: la cuartera 12 cuartanes: el cuartan 4 picotines; y si de trigo del mas bueno ó de superior calidad, pesa cinco arrobas y media ó 143 libras catalanas.

En Valencia el cahiz, que encierra 12 barquillas de grano: la barquilla 4 celemines: el celemin 4 cuarterones.

En Aragon el cahiz, que es de 8 fanegas: la fanega de 3 cuartales ó de 12 celemines: el cuartal de 4 celemines ó almudes. Así se divide esta medida en Zaragoza, Huesca, Cinco Villas, Jaca, Barbastro y Alcañiz. En otras partes de Aragon se divide el cahiz de otra manera: no obstante es igual al de Zaragoza el de Benabarre, Borja, Calatayud y Daroca.

En Navarra el robo, que se divide en 19 almudes.

En Mallorca la cuartera, que tiene 12 cuartanes ó 6 barcellas, y la barcella 6 almudes.

XXI.
DE LAS MEDIDAS PARA LÍQUIDOS.

DE VINO.

Las medidas para medir vino son: en Castilla el moyo, cuya capacidad comprehende 16 cántaras ó arrobas de 34 libras castellanas: la cántara ó arroba 8 azumbres: el azumbre 4 cuartillos: el cuartillo 2 medios ó 4 copas. En el cuartillo caben 17 onzas castellanas de agua corriente de rio.

En Cataluña la pipa regular, que es de 4 cargas ó de 6 barriles: la carga de vino, vinagre y aguardiente de 4 barrilones, ó de 128 mitadellas ó porrones, y pesa 12 arrobas catalanas: el barrilon de 32 mitadellas. La carga de vino, vinagre y aguardiente tambien se divide en 16 cuartanes ó dieziseisenos de 8 mi-

tadellas, ó de 32 cuartins, ó semicuartanes de 4 mitadellas, cuartillos ó porrones cada uno.

En Valencia la carga de vino y vinagre, que se divide en 15 cántaros ó arrobas de 36 libras de 12 onzas: el cántaro en 4 azumbres ó cuartas partes de arroba.

En Aragon el nietro ó carga de 16 cántaras ó arrobas de 28 libras.

En Navarra el cántaro, que consta de 16 pintes. El vino, que cabe en el cántaro, pesa 32 libras, y el que contiene el pinte 2 libras de 12 onzas.

DE ACEITE.

Las medidas para medir aceite son: en Castilla la arroba (en cuya capacidad caben 26 libras 9 onzas castellanas de agua corriente de rio) que contiene 4 cuartillas: la cuartilla 6 libras 1 cuarto: la libra 4 panillas: la panilla 4 onzas. Adviértase que tanto ocupan 16 onzas castellanas de aceite, como 17 de agua corriente de rio.

En Cataluña la carga, que encierra 2 barrales ó 30 cuartanes, y pesa 11 arrobas catalanas: el barral 2 barrilones ó 15 cuartanes: el barrilon 7 cuartanes y medio: el cuartan 4 cuartos ó 16 cuartas: el cuarto 4 cuartas.

En Valencia la carga, que se compone de 12 cántaros ó arrobas de 36 libras de 12 onzas de agua corriente de rio: el cántaro de 2 mitades ó de 4 cuartas.

En Aragon la arroba de 36 libras de 12 onzas, y en algunos partidos la arróbeta de 24 libras.

En Mallorca el odor ó pellejo que incluye 12 cuartanes: el cuartan 9 rótolos ó libras mallorquinas. La pipa regular consta de 107 cuartanes, cuyo peso limpio es 963 libras.

XXII.
DE LA DIVISION DEL TIEMPO.

El tiempo se divide communmente en siglos, años, meses, semanas, dias, horas, cuartos, minutos y segundos. El siglo es el tiempo y espacio de 100 años. El año consta de 12 meses, los cuales por su órden son: Enero, Febrero, Marzo, Abril, Mayo, Junio, Julio, Agosto, Septiembre, Octubre, Noviembre y Diciembre. Se divide el año en civil ó político y eclesiástico. El civil es

el de que cada nacion se sirve para regular el tiempo, y empieza á correr el dia 1 de Enero, y acaba el 31 de Diciembre: y si es comun consta de 365 dias; pero si es bisiesto de 366. El eclesiástico es el que gobierna las solemnidades de la Iglesia, y empieza en la primera Domínica de Adviento. Desde la correccion Gregoriana en los paises católicos, y demas que la han admitido, consta el año de 365 dias 5 horas 3 cuartos 4 minutos y 12 segundos. El mes, por el trato comun y mercantil, se cuenta de 30 dias. Enero, Marzo, Mayo, Julio, Agosto, Octubre y Diciembre tienen 31 dias; pero Abril, Junio, Septiembre y Noviembre 30. Febrero consta de 28 dias en el año no bisiesto, y de 29 en el bisiesto. Para esto pueden depositarse en la memoria los siguientes versos.

Treinta dias tiene Noviembre,
Abril, Junio y Septiembre;
Veinte y ocho no mas que uno,
Los demas á treinta y uno.

La semana es el espacio de tiempo de 7 dias naturales, que sucesivamente se siguen uno á otro; y se llaman por su órden: Domingo, Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes, Sábado. El dia se divide en 24 horas: la hora en 4 cuartos: el cuarto en 15 minutos: el minuto en 60 segundos.

XXIII.
DEL MULTIPLICAR NÚMEROS ENTEROS.

Multiplicar es buscar un producto, que contenga tantas veces al multiplicando cuantas son las unidades del multiplicador. Y empezando por la derecha á multiplicar todo el multiplicando por la primera nota del multiplicador, despues por la segunda, luego por la tercera, &c. dígase: tantas veces tantos son tantos, escribo tantos, y llevo tantos, cuantas son las decenas producidas, cuales juntaré ordenadamente con el producto siguiente, caminando hácia la izquierda.

DECLARACION.

Lo 1.º Escríbase el multiplicador debajo del multiplicando, correspondiendo las unidades á las unidades, las decenas á las decenas, las centenas á las centenas, &c. y tírese una línea por debajo.

Lo 2.º Hágase la multiplicacion, y escríbase la primera cifra

de la derecha de cada producto parcial debajo de la nota del multiplicador con que se multiplica, colocando despues por órden hácia la izquierda los demas guarismos de cada producto parcial, de modo que resulten bien perpendiculares las colunas desde el multiplicando hasta el producto total.

Lo 3.° Si el producto de la multiplicacion de una cifra por otra contuviere una sola nota, escríbase esta debajo; pero si contuviere dos, escríbase la primera de la derecha como antes, y la otra guárdese en la memoria para juntarla con el producto siguiente, á no ser que sea el último, que en tal caso se escribirá un lugar mas adelantado, caminando hácia la izquierda.

Lo 4.° Súmense los productos parciales, y se tendrá el total que se pide; v. gr.

30. Multiplíquese 870046 por 5013.

Multiplicando.	870046
Multiplicador.	5013
	2610138
Productos parciales.	870046
	43502300
Producto total. . .	4361540598

Empiécese á multiplicar por el 3 del multiplicador, diciendo: 3 veces 6, 18, escribo 8, y llevo 1. 3 veces 4. 12 y 1, que llevo, 13, escribo 3, y llevo 1. 3 veces cero es cero escribo el 1, que llevo. 3 veces cero es cero, escribo cero. 3 veces 7, 21, pongo 1, y llevo 2. 3 veces 8, 24, y 2 que llevo 26, escribo 6, y llevo 2, que tambien los escribo, por ser el último producto.

Porque la segunda nota del multiplicador es 1, bastá escribir debajo la cantidad del multiplicando, empezando debajo de dicho 1.

Porque la tercera nota del multiplicador es cero, bastará escribirle un cero debajo de él; y prosiguiendo la multiplicacion en la misma línea con el 5 que se sigue al multiplicador, dígase: 5 veces 6, 30, escribo cero, y llevo 3. 4 veces 5 son 20, y 3 que llevo, son 23, escribo 3 y llevo 2. 5 veces cero es cero, y 2 que llevo es 2, escribo 2. 5 veces cero es cero, escribo cero. 5 veces 7, 35, escribo 5, y llevo 3. 5 veces 8, 40 y 3, 43, que los escribo por ser el último producto.

Finalmente súmense los productos parciales, y se tendrá el total 4361540598.

DEMOSTRACION.

Las partes del número son las unidades, decenas, centenas, &c.; es así que el producto total encierra todas las unidades, decenas,

centenas, &c. que contienen tantas veces al multiplicando, cuantas son las unidades del multiplicador: luego (axioma 1.°) el producto total contiene tantas veces al multiplicando, cuantas son las unidades del multiplicador.

Pruébese la menor. El producto total encierra todas las unidades, decenas, centenas, &c. de los productos parciales; es así que las unidades, decenas, centenas, &c. de los productos parciales contienen tantas veces al multiplicando, cuantas son las unidades del multiplicador: luego, &c.

Si se negáre la menor, pruébese con la práctica; esto es, resolviendo la regla, y demostrando por partes cada operacion; y si se negáre la mayor, recúrrase á la práctica del sumar.

31. El producto de 8364, multiplicado por 7, cuál es? Dígase que es 58548.

32. Multiplicando 3726 por 48, qué producto tendrémos? Tendrémos 178848.

33. Qué producto saldrá de 14263, multiplicado por 572? Saldrá 8158436.

34. El número 974082 multiplicado por 61503, qué producto da? Da 59908965246.

XXIV.

La regla de multiplicar sirve á menudo para trasladar una especie de superior á inferior; v. gr. de sueldos á dineros. Y en tal caso ha de multiplicarse la cantidad propuesta por tanto número, como un entero de la especie que se ha de trasladar encierra veces la unidad de la especie que se pide; v. gr.

35. Pídese cuantos maravedís importan 8647 reales de vellon?

	8 6 4 7	*reales vellon.*
Multiplicados por.	3 4	*maravedís.*
	3 4 5 8 8	
	2 5 9 4 1	
Importan.	2 9 3 9 9 8	*maravedís.*

36. Cuántos dineros hacen 3465 reales de ardites? Hacen 83160 dineros.

37. Cuántos dineros encierran 854 sueldos? Si son de Valencia, Mallorca ó Cataluña encierran 10248 dineros; pero si son de Aragon 13664 dineros jaqueses.

38. Cuántos sueldos hacen 84057 libras de ardites? Hacen 1681140 sueldos.

39. A cuántos dineros equivalen 6382 libras moneda? Porque la libra moneda en Valencia, Mallorca, y Cataluña comprehende 240 dineros, y en Aragon 320, di que equivalen á 1531680 dineros de Valencia, de Mallorca ó de Cataluña, ó bien á 2042240 dineros jaqueses de Aragon.

40. 542 canas á cuántos palmos suben? Suben á 4336 palmos.

41. Averigua ahora si 3457 varas equivalen á 13828 palmos.

42. Cuántas libras de peso son 1834 arrobas? Si estas arrobas consisten en peso de Mallorca, ó de Cataluña son 47684 libras; si en peso de Castilla 45850 libras; si en peso sutil de Valencia 55020 libras; si en peso de Aragon ó en peso grueso de Valencia 66024 libras.

43. Los dias de 1784 años á cuánto número llegan? Llegan al número de 651160 dias.

44. De 78 cargas de aceite, medida de Cataluña, cuántas cuartas saldrán? Saldrán 37440 cuartas.

XXV.

Nos servirémos de la regla de multiplicar cuando nos dirán lo que vale un entero de los propuestos, y nos pedirán lo que valen todos: Y en tal caso, multiplicando todos los enteros propuestos por lo que vale uno de ellos, se tendrá lo que se pide; v. gr.

45. A 6 dineros la libra de cerezas, cuanto valen 37 libras?

	37	*libras.*
A	6	*dineros.*
Valen	222	*dineros.*

46. Cuánto costarán 4836 carneros á 65 reales cada uno? Costarán 314340 reales.

47. Cuánto importan 476 varas de cierta ropa á 27 reales la vara? Importan 12852 reales.

48. Cuántas libras moneda ha de entregar Pedro por 854 cargas de vino, á razon de 57 libras moneda la carga? Ha de entregar 48678 libras moneda.

49. 1213 canas de paño, á razon de 16 libras de ardites la cana, cuánto costaron? Costaron 19408 libras de ardites.

50. Cuántos pesos recibiré por 1754 quintales de cierta mercaduria á 32 pesos el quintal? Recibiré 56128 pesos.

51. Cuánta renta anual tiene el señor, que cada dia tiene 46 doblones? Tiene 16790 doblones.

52. El caballero, que cada año compra 256 fanegas de cebada á 53 reales la fanega, cuánto ha gastado en 8 años? Ha gastado 108544 reales.

53. Se ha de pintar el frontispicio de una casa, que tiene 86 palmos de altitud, y 231 de latitud. Pídese, á razon de 12 reales el palmo cuadrado, cuanto importará? Multiplica la latitud por la altitud; esto es, 231 por 86, y tendrás que dicho frontispicio consta de 19866 palmos cuadrados. Multiplica ahora estos palmos por los 12 reales, y hallarás que importará 238392 reales.

XXVI.

Cuando se habrá de multiplicar por un número mixto tal, que justamente sea producido de un número dígito (v. pág. 2) multiplicado por otro, se hallará el producto, que se pide, multiplicando la cantidad propuesta por uno de aquellos dos números dígitos, y el producto resultante por el otro; v. gr.

54. 2648 cuarteras de trigo á 56 reales la cuartera cuánto cuestan?

	2 6 4 8 *cuarteras.*
	8
	2 1 1 8 4
	7
Cuestan.	1 4 8 2 8 8 *reales.*

55. El capitan, que ha de pagar 386 vestidos á razon de 27 pesos el vestido, cuántos debe entregar? Debe entregar 10422 pesos.

56. El que necesita 24 pesetas diarias para la manutencion de su casa, cuántas gasta cada año? Gasta 8760 pesetas.

XXVII.

El multiplicar por nueves es el mas molesto; por consiguiente cuando el multiplicador consistirá solamente en nueves resuélvase la cuestion por una regla de restar, escribiendo por minuendo el multiplicando; pero añadiéndole tantos ceros cuantos fueren los nueves del multiplicador, é inmediatamente póngase por subtraendo

el mismo multiplicando, sin añadirle cero alguno, y la diferencia expresará el producto que se pidiere; v. gr.

57. Pídese, cuanto habrá ganado en un año la criada, que cada dia gana 9 maravedís? El año tiene 365 dias, y así la regla será:

De	3 6 5 0
Quítense.	3 6 5
Habrá ganado.	3 2 8 5 *maravedís.*

58. Un platero tiene 537 piedras preciosas. Pregunto, cuánto valen todas, supuesto que cada una vale 99 pesos? Si del número 53700 se quita 537, se hallará que valen 53163 pesos.

59. Un comerciante compró 3215 quintales de cierta mercaduria, á razon de 999 reales el quintal, cuánto le costaron? De 3215000 quítese 3215, y se tendrá que le costaron 3211785 reales. Y es así, porque añadiendo tres ceros al número 3215, se toma ó repite 1000 veces; solo se habia de tomar 999 veces: luego quitando una vez el número 3215, ha de salir infaliblemente lo que se pide.

XXVIII.

Si á la derecha del multiplicando ó del multiplicador, ó de ambas partes, se hallan algunos ceros, bastará multiplicar las notas significativas, añadiendo al producto tantos ceros como se hallan á la derecha de aquellas dos cantidades; v. gr.

60. Pídese un número que encierre 5400 veces al número 8403000.

	8 4 0 3 0 0 0
	5 4 0 0
	3 3 6 1 2
	4 2 0 1 5
El tal número es. . .	4 5 3 7 6 2 0 0 0 0 0

61. Hay 237 Oficiales, y cada uno tiene 500 pesos de renta anual: Pídese, cuánta renta anual tienen entre todos? Tienen 118500 pesos.

62. Cuánto cuestan 136000 canas de cierta ropa, á razon de 43 reales cada una? Cuestan 5848000 reales.

63. El importe de 300 caballos, á razon de 80 doblones cada uno, cuánto es? Es 24000 doblones.

64. A 400 pesetas el quintal de cierta mercaduría, cuanto valen 3600 quintales? Valen 1440000 pesetas.

XXIX.

Porque la unidad no aumenta en la multiplicacion, cuando se habrá de multiplicar por 10, 100, 1000, &c. se tendrá el producto, que se pide, añadiendo al multiplicando tantos ceros como se hallaren en el multiplicador; v. gr.

65 Compré un cerdo de 112 libras. Pregunto, costándome á razon de 10 sueldos la libra, cuánto he de entregar por él?
He de entregar. . . . . 1120 sueldos.

66. Un navio fue á Cádiz con 100 veces 4937 duros. Pídese, con cuantos duros llegó? Con 493700.

67. El producto de 54061 multiplicado por 1000, cuál es? Es 54061000.

68. Cuantas libras de ardites ganaron 204 hombres, supuesto que cada uno ganó 100 doblones de á ocho? Ganaron 612000 libras de ardites.

69. Un comerciante tenia 497 fanegas de trigo en su casa, 874 en un almacen, y 986 en otro. De dicho trigo habia vendido ya 2257 fanegas á 50 reales la fanega. Pídese, cuanto sacará de las restantes, vendiéndolas al mismo precio? Sacará 5000 reales.

XXX.
DEL MULTIPLICAR BREVE.

Para multiplicar una cantidad númerica entera por otra de un golpe:

Lo 1.° Multiplíquese la primera nota del multiplicando por la primera del multiplicador, y escritas las unidades de este producto parcial debajo de la coluna de las unidades, se tendrá la primera nota del producto total.

Lo 2.° Multiplíquese la segunda nota del multiplicando por la primera del multiplicador; y añadiendo á este producto las decenas que se llevaron, y el prodncto de las unidades del multiplicando por las decenas del multiplicador, escríbanse las unidades de este producto parcial debajo de la coluna de las decenas, y se tendrá la segunda cifra del producto total.

Lo 3.° Multiplíquese la tercera nota del multiplicando por la primera del multiplicador; añádanse á este producto, no solo las decenas que se llevaron, sí tambien el producto de la segunda

nota del multiplicando por la segunda del multiplicador, y el de la primera del multiplicando por la tercera del multiplicador, y dejando debajo de la coluna de las centenas las unidades de este producto parcial, se tendrá el tercer guarismo del producto total.

Lo 4.° Continúese con este órden hasta haber multiplicado la última nota del multiplicando por la última del multiplicador, y se tendrá el producto total que se pide; v. gr.

70. Cuántos dineros son 423 reales de ardites?

			4	2	3	
				2	4	
Son. .	1	0	1	5	2	*dineros.*

Vamos á la multiplicacion, diciendo: 3 veces 4 son 12, escribo 2, y llevo 1. 2 veces 4, 8, y 1 que llevo 9, y 6, 15, escribo 5, y llevo 1. 4 veces 4, 16 y 1 que llevo 17, y 4, 21, escribo 1, y llevo 2. 2 veces 4, 8, y 2 que llevo son 10, que los escribo, por no haber otro guarismo que multiplicar.

71. Cuánto importan 836 cargas de malvasia á 58 duros la carga? Hágase la multiplicacion como queda advertido, y se hallará qué importan 48488 duros.

72. El importe de 4645 varas de cierta ropa, á razon de 36 reales de vellon la vara, cúal es? Es 167220 reales.

73. El número 6348 multiplíquese de un golpe por 124, y por producto saldrá 787152.

74. Multiplíquese asimismo 4632 por 245, y se tendrá 1134840.

75. Este número 8463 multiplicado por 243 produce 2056509.

76. El producto de 2413 multiplicado por 1324 será 3194812.

77. El producto que encierra 2534 veces al número 89452, es 226671368.

78. Si el número 386094 se repite 7486 veces, dará el producto 2890299684.

79. Cuando de 640938 multiplicado de un golpe por 57084 saldrá por producto 36587304792, dígase que está exacta la multiplicacion.

XXXI.

DE LA REDUCCION Á LA ESPECIE INFERIOR.

Para reducir una cantidad compuesta á la especie última ó inferior:

Lo 1.° Redúzcase, ó traslådese la especie primera ó superior á la especie segunda; y añadiendo al producto dicha especie segunda, se tendrá el producto primero.

Lo 2.° Este producto primero (que es de una misma especie que la especie segunda) redúzcase á la especie tercera; y añadiendo esta especie al producto, se tendrá el producto segundo.

Lo 3.° Este producto segundo (que es de una misma especie que la especie tercera) redúzcase á la especie cuarta; y añadiendo á el producto dicha especie cuarta, se tendrá el producto tercero.

Lo 4.° Prosígase con el mismo órden hasta el fin, y el producto último indicará lo que se pide; v. gr.

80. Pregúntase: 8 cargas, 2 quintales, 3 arrobas, 23 libras 5 onzas, peso catalan, cuántas onzas hacen?

	Cargas.	*Quintales.*	*Arrobas.*	*Libras.*	*Onzas.*
Multiplicando 1.°	8.	2.	3.	23	5.
Multiplicador 1.°	3.				
Multiplicando 2.°	26. *quintales.*				*producto* 1.°
Multiplicador 2.°	4.				
Multiplicando 3.°	107. *arrobas.*				*producto* 2.°
Multiplicador 3.°	26.				
Multiplicando 4.°	2805. *libras.*				*producto* 3.°
Multiplicador 4.°	12.				
Hacen.	33665. *onzas.*				*producto último.*

81. A cuántos adarmes llegan 94 quintales, 3 arrobas, 18 libras, 13 onzas, 3 cuartos, 2 adarmes, peso de Castilla? Llegan á 2430430 adarmes.

82. Son por ventura lo mismo 345 varas, 2 palmos, 8 dedos de Castilla, que 16592 dedos? Voy á resolver la regla, y es regular que diré sí.

83. Cuántos cuartos encierran 357 canas, 6 palmos, 3 cuartos? Encierran 11451 cuartos.

84. A cuántos dineros equivalen 648 tt. 14 ß 5? Equivalen á 155693 dineros.

85. Cuando hallé que 9463 reales, 31 maravedís de vellon castellano eran 321773 maravedís, padecí equivocacion? No.

86. Son las 4 menos cuarto, y 3 minutos de la tarde del dia 1 de Abril del año 1804 de nuestra era cristiana. Decidme,

cuántos minutos hace que nació el Redentor del mundo? Adviértase, que Jesucristo nació á las 12 de la noche del dia 24 de Diciembre del año 5199 de la creacion del mundo: luego reduciendo 1803 años, 3 meses, 7 dias, 15 horas, 2 cuartos, 12 minutos á la especie inferior ó de minutos, practicandolo como en las reglas de los tratos comunes y mercantiles de esta especie, podrá decirse, que hace 934815822 minutos.

XXXII.

DEL PARTIR NÚMEROS ENTEROS.

Partir es buscar un cociente, que encierre tantas unidades, cuantas son las veces que el divisor está contenido en el dividendo, diciendo: tantos partidos por tantos les cabe á tantos, que los escribo al cociente, y con esta sola nota multiplico todo el divisor, cuyo producto lo quitaré de la cantidad que en el caso fuere dividendo.

DECLARACION.

Lo 1.° Escríbase el dividendo á la izquierda, y el divisor á la derecha.

Lo 2.° Sepárense con un punto tantas notas de la izquierda del dividendo, cuantas tuviere el divisor; y si lo separado no fuere igual ó mayor que el divisor, tómese otra nota mas del dividendo.

Lo 3.° Mírese cuantas veces el divisor está contenido en las notas separadas del dividendo; y el número que lo indicáre será el cociente, que se escribirá debajo del divisor.

Lo 4.° Multiplíquese el divisor por el cociente; y restado el producto de las notas separadas del dividendo, se tendrá el resíduo primero.

Lo 5.° Júntese á el resíduo que sobró, la nota que sigue al dividendo: véase luego cuantas veces contiene al divisor; y la nota que saliere, escríbase al cociente al lado del primero, caminando hácia la derecha: y multiplicado el divisor por esta nota, el producto se restará del resíduo primero, y se tendrá el resíduo segundo.

Lo 6.° Continúese la resolucion de este modo hasta haber bajado por órden todas las notas del dividendo; y si al último sobrare algo, tírese una línea al lado del cociente, escribiendo encima lo que sobró, y debajo de ella el divisor.

Nota 1.ª Cuando el divisor no caberá en el resíduo, despues de bajada la nota que sigue en el dividendo, se escribirá cero al cociente, y luego se bajará otro guarismo.

Nota 2.ª Si despues de multiplicado el divisor por el cociente, fuere tan numeroso el producto, que no pudiese restarse del dividendo, es señal que no les cabe á tanto; y así se rebajará el cociente.

Nota 3.ª Si habiendo restado la multiplicacion, sobráre un número igual ó mayor que el divisor, es señal que les cabe á mas; y así se aumentará el cuociente.

Nota 4.ª El número mayor, que en fuerza de cualquiera operacion puede escribirse al cociente, es 9.

Nota 5.ª Cuando se toma una nota mas del dividendo de las que se hallan en el divisor, para hallar un cociente adecuado, será del caso regular las dos notas primeras del dividendo á la primera del divisor; y sin escribir aun nota alguna al cociente, mírese si la nota tercera del dividendo, con lo que sobró de las dos primeras, da tanto á la segunda del divisor, como daban las dos primeras del dividendo á la primera del divisor; y si no da tanto, es señal que se ha de escribir un cociente menor. Disminuido, pues, aquel cociente por la unidad, vuélvese á tantear, hasta tener un cociente tal, que sea el propio.

Nota 6.ª Cuando del dividendo no se tomaren mas notas de las que se hallaren en el divisor, se podrá tambien tantear á proporcion de lo que está dicho; esto es regulando el primer caracter del dividendo al primero del divisor, el segundo al segundo; el tercero al tercero, &c. tomando la mitad de la cifra del dividendo, cuando fuere 2 su correspondiente del divisor; el tercio cuando fuere 3; el cuarto, cuando fuere 4, &c. y continuando así ordenadamente, se tendrá un modo de partir tal, que será lo mismo que partir por un solo guarismo.

Nota 7.ª Cuando la primera cifra del divisor será 1, y la segunda, caminando hácia la derecha, será 7, 8 ó 9, el cociente de cada operacion ordinariamente será la mitad de lo que da la primera nota del dividendo á la primera del divisor; y en el caso de no ser dicha mitad el cociente adecuado, será á lo menos muy poca la diferencia. De estas advertencias puédense colegir las demas, que conduce entender para el diestro manejo de esta muy difícil regla. Esto supuesto:

87. Pártase 819264 por 34.

Dividendo.	8 1. 9. 2. 6. 4.	34 .	*Divisor.*
	6 8	2. 4. 0. 9. 6.	*Cociente.*
Resíduo 1.°	1 3 9		
	1 3 6		
Resíduo 2.°	3 2 6		
	3 0 6		
Resíduo 3.°	2 0 4		
	2 0 4		
Resíduo 4.°	0		

Habiéndose de partir 819264 por 34, escríbase el divisor 34 á la derecha al lado del dividendo; y porque las notas del divisor son dos, sepárense con un punto otras dos de la izquierda del dividendo, y se tendrá que por ahora ha de partirse 81 por 34. De estos guarismos regúlese el primero del dividendo al primero del divisor; y luego el segundo del dividendo, con lo que sobró del primero, regúlese al segundo del divisor, diciendo: el tercio (por ser 3 la primera cifra del divisor) de 8 (primera cifra de las separadas del dividendo) es 2; y porque el producto de este 2 por el 3 del divisor quitado del dividendo 8 da la diferencia 2, que con el 1 que sigue compone 21, dígase: el cuarto de 21 ya llega á ser 2; esto es, ya llega á ser el 2 que encontramos cuando tomamos el tercio de 8; escríbase, pues, este 2 al cociente. Multiplíquese ahora el divisor 34 por dicho cociente 2, cuyo producto escríbase debajo del 81 separado del dividendo, diciendo: 2 veces 4, 8, que lo escribo debajo del 1: 2 veces 3, 6, que lo escribo debajo del 8. Debajo de este producto 68 tírese una raya, y quítese del referido 81, separado del dividendo, y se tendrá el resíduo primero 13.

A la derecha de esta diferencia 13 bájese el 9 que sigue del dividendo, señalándolo con un punto, y se tendrá 139. Este dividendo parcial pártase por el mismo divisor 34, diciendo: el tercio de 13 es 4. 3 veces 4, 12, á 13 va 1, que con el 9 que sigue hace 19: el cuarto de 19 ya llega á ser 4, que lo escribo al cociente al lado del 2, caminando hácia la derecha. Con este cociente 4 multiplíquese el divisor 34, cuyo producto 136

réstese del resíduo primero 189; y se tendrá el resíduo segundo 3.

A la derecha de este resíduo escríbase el 2 que sigue del dividendo, y se tendrá 32, que dividido por 34 no llega á caberles 1: pero como cada vez que se baja una cifra del dividendo es preciso escribir otra al cociente, póngase un cero, é inmediatamente bájese el 6 que sigue del dividendo, y se tendrá 326. Este dividendo parcial pártase por el mismo divisor 34, diciendo como antes: el tercio de 32 es 9: (no se dirá 10, porque en ninguna de las particiones parciales puede escribirse mas de una nota, al cociente) 3 veces 9, 27 á 32 van 5, que con el 6 que sigue compone 56, cuyo cuarto ya llega á ser 9, que lo escribo al cociente. Con este cociente 9 multiplíquese el mismo divisor 34, cuyo producto 306 réstese del resíduo segundo, y se tendrá el tercero 20.

Al lado de este resíduo escríbase el 4 que se sigue del dividendo, y se tendrá 204, que dividido por el mismo divisor 34, les cabe á 6. Con este cuociente multiplíquese el divisor, cuyo producto 204 quítese del resíduo tercero, y se tendrá el cuarto 0. Y no habiendo otro guarismo que bajar del dividendo, dígase que partiendo 819264 entre 34, les cabe á 24096.

DEMOSTRACION.

La demostracion del partir contiene varias partes. La primera, que la operacion ha de comenzarse de la izquierda á la derecha; y se demuestra así: Lo que es último en la composicion es lo primero en la resolucion; es así que la particion resuelve lo que compuso la multiplicacion: luego lo que fue último en la multiplicacion ha de ser lo primero en la particion; es así que la multiplicacion empieza por la derecha, y acaba por la izquierda: luego la particion ha de comenzar por la izquierda, y acabar por la derecha.

La segunda, que el cociente ha de constar de tantas notas como se hallan en el dividendo, contando por una las que se tomaron en la primera particion; y se demuestra de esta manera: El cociente ha de constar de tantas notas, cuantas son las veces que el divisor puede aplicarse al dividendo; es así que el divisor puede aplicarse al dividendo tantas veces, cuantas son sus notas, tomando por una las de la primera particion: luego el cociente ha de constar de tantas notas como se hallan en el dividendo, tomando por una las de la primera particion.

La tercera, que cada nota del cociente sea la verdadera, demuéstrese así: Multiplicando el divisor por el cociente parcial, y restando el producto de las notas, que en tal operacion se tomaron del dividendo, queda una diferencia menor que el divisor: luego cada nota ó cociente parcial es el verdadero.

La cuarta, que el cociente total sea adecuado, demuéstrese como parece: Multiplicando el divisor por el cociente total, sale un producto igual al dividendo: luego el cociente total encierra tantas unidades, cuantas son las veces que el divisor está contenido en el dividendo.

La quinta, que de lo que á menudo sobra al último de la particion haya de formarse un quebrado, demuéstrese de este modo: El divisor no cabe por entero á lo que sobró al último de la particion: luego de lo que sobró al último de la particion ha de formarse un quebrado.

Manifiéstese el antecedente con la práctica, suponiendo por egemplo que han de partirse 9 manzanas por 4 muchachos. En este caso se ve claro, que á cada muchacho tocan 2 manzanas, y sobra 1 manzana, que aun ha de partirse entre los referidos 4 muchachos. El divisor 4 es evidente que no cabe por entero al 1 que sobró, pero sí que dicho 4 cabe al 1 la cuarta parte; por consiguiente del 1 que sobra, y del divisor 4 ha de formarse un quebrado, escribiendo el 1 sobre una línea por numerador, y el 4 debajo por denominador, de esta manera $\frac{1}{4}$. Este quebrado $\frac{1}{4}$ de manzana quiere decir, que de la manzana que sobró han de hacerse cuatro partes iguales, de las cuales ha de entregarse una parte á cada uno de los cuatro muchachos.

88. Partiendo 270954 entre 58, cuánto tocará á cada uno?

```
270.9.5.4. |58
232         4671 36/58
 389
 348
  415
  406
    94
    58
    36
```

Porque las dos notas primeras de la izquierda del dividendo significan un número menor que las dos del divisor, tomo otra nota mas del dividendo, y con esto tengo 270, que lo parto por 58, diciendo: el quinto de 27 es 5. 5 veces 5, 25, á 27 van 2, que con el cero, que sigue, compone 20, cuyo octavo no llega á ser 5: luego será 4. 4 veces 5, 20, á 27 van 7, que con el cero, que sigue, produce 70, cuyo

octavo ya llega á ser 4, que lo escribo al cociente. Con este 4 multiplico el divisor 58; y el producto 232 lo resto de las notas 270 separadas del dividendo, y me sale el resíduo primero 38.

A la derecha de este resíduo escribo el 9, que sigue del dividendo, y tengo 389, cuyo número lo divido por el mismo divisor 58, diciendo: el quinto de 38 es 7. 5 veces 7, 35, á 38 van 3, que con el 9 hacen 39, cuyo octavo no llega á ser 7: luego será 6. 5 veces 6, 30, á 38 van 8, que con el 9, que sigue, hace 89. El octavo de 89 ya llega á ser 6, que lo escribo al cociente. Con este 6 multiplico el divisor 58, cuyo producto 348, quitado del resíduo primero 389, dará el resíduo segundo 41.

A la derecha de este resíduo bajo el guarismo 5, que sigue al dividendo, y tengo 415. Parto este número por el mismo divisor 58, diciendo: el quinto de 41 es 8. 5 veces 8, 40, á 41 va 1, que con el 5 compone 15, cuyo octavo no llega á 8: luego será 7. 5 veces 7, 35, á 41 van 6, que con el 5, que sigue, hace 65, cuyo octavo ya llega á ser 7, que lo escribo al cociente. Con este 7 multiplico el divisor, cuyo producto 406 lo resto del resíduo segundo, y me resulta el tercero 9.

A la derecha de este resíduo 9 escribo la nota 4, que sigue en el dividendo, y tengo 94, que partido por 58 les cabe á 1: y porque 1 vez 58 es 58, quito este número del 94: y quedando 36 en ocasion que no hay otra nota mas que bajar del dividendo, formo un quebrado á la derecha del cociente, escribiendo sobre una línea el resíduo 36, que sobró al último de la particion, y debajo el divisor 58. Digo pues ahora, que partiendo 270954 por 58, á cada uno les tocará 4671 $\frac{36}{58}$ avos.

XXXIII.

Hay otros modos de partir mas breves, pero no tan fáciles, y mas espuestos á error que el espresado. Vamos al primero, que consiste en multiplicar y restar á un mismo tiempo; pero adviértase, que en este modo de partir han de suponerse tantas decenas en el número, que en la actualidad sirve de minuendo, cuantas son las decenas del producto parcial, que en tal caso sirve de subtraendo; y si el tal subtraendo compusiese un número mayor que aquel minuendo, este en tal caso ha de aumentarse de diez: v. gr.

89 Pártase 50172 por 74.

Dividendo. . . . 5 0 1. 7. 2.	7 4. . *Divisor.*	
5 7 7	6 7 8. *Cociente.*	
5 9 2		
0		

Dígase: 501 entre 74 cábales á 6. Con este 6 multiplíquese el divisor, diciendo: 6 veces 4, 24, y porque este producto 24 contiene 2 decenas, en el lugar del cero del dividendo han de suponerse 2 decenas, que con el 1 que sigue componen 21; y porque 24 no puede quitarse de 21, auméntese este de 10, y dígase á 31 van 7, y llevo 3. 6 veces 7 son 42, y 3 que llevo 45, á 50 van 5, que los escribo

Bájese el 7 al lado del resíduo 57, y se tendrá 577, que partido por 74 les cabe á 7. Con este 7 multiplíquese el divisor, diciendo: 4 veces 7, 28; y porque el número 28 tiene 2 decenas, supónganse 2 decenas en lugar de las 7 que se hallan en el número 577, cuyas 2 supuestas decenas con el 7 del lugar de las unidades que siguen hacen 27; y porque 28 no puede restarse de dicho 27, auméntese este 27 de 1 decena, y dígase á 37 van 9, y llevo 3. 7 veces 7, 49, y 3 que llevo 52, á 57 van 5, que los escribo. A la derecha de este resíduo 59 bájese el 2 del dividendo, y se tendrá 592, que dividido por 74 les cabe á 8. Con este 8 continúese la resolucion observando el mismo método, y se hallará que 50172 partido por 74 les toca 678 cabales.

XXXIV.

Las reglas de partir (asimismo las de restar) pueden resolverse observando el método del sumar: v. gr.

90. Pártanse 87952 por 364

8 7 9. 5. 2.	3 6 4	
1 5 1 5	2 4 1 $\frac{228}{364}$	
5 9 2		
sobran 2 2 8		

Porque las tres notas del divisor ya caben á las tres primeras del dividendo, pártase 879 por 364, y con el 2 que les cabe, multiplíquese el divisor, diciendo: 2 veces 4 son 8, y 1 que escribo hacen el 9 de arriba. 2 veces 6 son 12, y 5 que escribo componen el 17, y lle-

vo. 1, que lo guardo en la memoria. 2 veces 3, 6, y 1 que llevo 7, y 1 que escribo hacen cabalmente el 8 de arriba.

Bájese el 5 y se tendrá 1515, que entre 364 les cabe á 4, y multiplicando con este el 4 del divisor, se tiene 16, que con el 9 que escribo hacen el 25, y llevo 2. 4 veces 6, 24, y 2 que llevo 26, y 5 que escribo 31, y llevo 3. 3 veces 4, 12, y el 3 que llevo hacen exactamente el 15.

Bájese el 2, y se tendrá 592, que á 364 cábales á 1; y así dígase: 1 vez 4 es 4, y 8, 12, y llevo 1. 1 vez 6 es 6, y 1 que llevo 7, y 2 que escribo 9. 1 vez 3 es 3, y 2 que escribo componen con exactitud el 5, que allí parece. Con que partiendo 87952 por 364, corresponde 241 $\frac{228}{364}$ á cada uno, como se vé figurado en el cociente.

XXXV.

Si lo que sobra al último de la particion fuere de una especie superior, puede trasladarse á otra especie inferior inmediata, partiéndola luego por el mismo divisor: v. gr.

91. Si se hubiesen de partir 857036 libras de ardites entre 3254 hombres, cuánto tocaria á cada uno?

	8 5 7 0 3 6 tt	3 2 5 4
	2 0 6 2 3	2 6 3 tt 7 ß 7 $\frac{46}{3254}$
	1 0 9 9 6	
Sobran. 1.°	. . . 1 2 3 4 tt	
	2 0	
	2 4 6 8 0 ß	
Sobran. 2.°	. . . 1 9 0 2 ß	
	1 2	
	2 2 8 2 4 *din.*s	
Sobran. 3.°	. . . . . . 4 6 *din.*s	

Hecha la particion de las libras, sobran 1234 tt, que reducidas á sueldos (XXIV. pág. 20.) suben á 24680 ß cuales partidos por 3254 les cabe á 7 ß, y sobran 1902 ß, cuales reducidos á dineros hacen 22824, que partidos por el mismo divisor dan 7 dineros, y sobran 46, de cuyas sobras, y del referido divisor sale el quebrado, que parece figurado en el cociente; y así á cada hombre tocarian 263 tt 7 ß 7 $\frac{46}{3254}$.

92. Partiendo 6384 ℔ por 13 hombres, á cada uno de ellos les tocarán 491 ℔ 1. 13 avos de sueldo.

93. Si 8429 reales de vellon se hubiesen de partir entre 26 soldados, cuántos tocarian á cada uno? Tocarian 324 reales, 6 maravedís, 14. 26 avos.

94. 38 artesanos de Barcelona han de partirse 46086 pesetas, que ganaron en una compañía. Pregunto, cuántas tocarán á cada uno? Tocarán 1212 pesetas 71 dineros 2. 38 avos de otro dinero.

95. Si entre 94 mercaderes se hubiesen de partir 8537 quintales de cierta mercaduria, peso catalan, cuántos corresponderian á cada uno? Corresponderian 90 quintales, 3 arrobas, 7 libras, 2 onzas 28. 94 avos.

96. Han de partirse 13641989 reales vellon entre 348 Oficiales. Pídese, cuántos ha de recibir cada uno? Ha de recibir 39201 reales vellon, 4 maravedís, 2. 348 avos.

97. 745 hombres ganaron 213179 reales de ardites, que han de partirse por iguales partes. Pregunto, cuánto tocará á cada uno? Tocará 286 reales, 3 dineros, 381. 745 avos de otro dinero.

98. Han de distribuirse 1290679 pesos entre 1438 hombres. Pídese, cuántos tomará cada uno? Tomará 897 pesos, 4 reales de plata, 6 cuartos, 2 maravedís, 500. 1438 avos de otro maravedí; ó bien, contando el peso por 15 reales vellon cabales, como en Castilla, 897 pesos, 8 reales, 9 maravedís, 352. 1438 avos de maravedí de vellon; ó bien 897 pesos, 7 reales, 17 dineros 418. 1438 avos de dinero catalan; ó bien 897 pesos ó libras 11 sueldos 42. 1438 avos de otro sueldo valenciano; ó bien 897 pesos, 8 sueldos, 13 dineros, 250. 1438 avos de dinero aragonés; ó bien 897 pesos, 4 reales flojos, 14 maravedís, 1180. 1438 avos de maravedí navarro; ó bien 897 pesos 149 dineros, 1434. 1438 avos de dinero mallorquin.

XXXVI.

La regla de partir sirve á menudo para reducir ó trasladar una especie de inferior á superior: v. gr. de dineros á sueldos. Y en tal caso ha de partirse la cantidad propuesta por tanto número, como un entero de los que se piden encierra veces la unidad de la especie que se ha de reducir ó trasladar: v. gr.

99. Pídese, cuántos sueldos hacen 2376 dineros?

2 3 7 6 *din.s*	12. . *din s*
1 1 7	*Hacen*. . 1 9 8 *s*.
9 6	
. . *0*	

Si dichos dineros fuesen de Aragon, partirias por 16, y te saldrian 148 sueldos, 8 dineros jaqueses.

100. Cuántos reales de ardites son 4215 dineros catalanes? Son 175 reales, 15 dineros.

101. 163705 dineros cuántas libras moneda componen? Si dichos dineros son de Mallorca, de Cataluña, ó de Valencia componen 682 libras, 2 sueldos, 1 dinero; pero si son de Aragon componen 511 libras, 11 sueldos, 9 dineros jaqueses.

102. El número de 141736 sueldos catalanes son por ventura 5062 pesos? Sí señor.

103. Cuántas canas encierran 548 palmos de Cataluña ó Mallorca? Dígase que encierran 68 canas, 4 palmos.

104. Cuántas cuarteras componen 436 cuartanes? Componen 36 cuarteras, 4 cuartanes.

105. 68140 libras de peso de Cataluña cuántas arrobas catalanas hacen? Hacen 2620 arrobas, 20 libras. Y 870497 libras, peso de Castilla, cuántas arrobas castellanas son? Son 34819 arrobas, 22 libras castellanas.

106. A cuántos quintales equivalen 708416 libras? Si son de Cataluña equivalen á 6811 quintales, 2 arrobas, 20 libras catalanas; y si de Castilla á 7084 quintales, 16 libras castellanas.

107. 35861 dias que falleció Gil. Dime, cuántos años hace que murió? Hace 98 años, 3 meses, 1 dia.

108. De cuarto en cuarto dió Francisco á los mendigos 1637 cuartos. Pídese, á cuántos reales sube esta limosna? Sube á 181 reales, 21 dineros $\frac{2}{9}$ de Cataluña; ó á 192 reales, 20 maravedís de vellon castellano. Al que me objete que el real catalan no se compone de nueve cuartos cabales, le responderé que ya nos verémos en la regla conjunta.

XXXVII.

Nos servirémos de la regla de partir cuando nos dirán lo que valen todos los enteros propuestos, y nos pedirán solamente cuan-

to vale uno. Y en tal caso partiendo por el número de enteros espresados el valor de todos ellos, el cociente indicará lo que vale cada uno; v. gr.

109. A un señor de 48 varas de lienzo le hicieron pagar 1248 reales. Pregunto, á cuanto le vino la vara?

1 2 4 8 *reales.*	4 8 *varas.*
2 8 8	*A*. . . 2 6 *reales.*
0	

110. Un tendero empleó 5695 libras de ardites en 85 piezas de cierta ropa. Pídese, cuanto le costó cada pieza? Le costó 67 libras de ardites.

111. Francisco compró 845 carneros por 49536 reales de vellon castellano. Pregunto, cuanto le costó cada uno? Le costó 58 reales, 21 maravedís, 139. 845 avos.

112. A cuánto sale la libra de un cerdo de 95, que costó 40 libras jaquesas? Sale á 8 sueldos, 6 dineros 70. 95 avos.

113. La criada que cada año gana 16 libras de ardites, cuanto gana cada dia? Gana 10 dineros y 190. 365 avos de dinero.

114 Algunos dicen que el año de paga y cobranza se compone de 360 dias solamente. En esta suposicion afirman, que es muy fácil la cuenta, porque por cada libra de ardites que se gana al año, corresponde 1 maravedí de vellon cada dia; y así el que gana 18 libras de ardites al año, cada dia gana 18 maravedís, ó 4 cuartos y medio.

Replíquese á tal suposicion; pues contando el año de 365 dias, aun puede afirmarse lo espresado con mayor exactitud, porque la libra de ardites de Cataluña corresponde á 365 maravedís 5 séptimos de vellon castellano, ó á 362 maravedís $\frac{2}{3}$ corrientes en Cataluña.

XXXVIII.

Tambien nos servirémos de la regla de partir, cuando no solamente nos dirán lo que valen todos los enteros, que se han de indagar, sí tambien lo que vale uno, y en tal caso partiendo el valor de todos por solo el valor de uno de ellos, el cociente espresará lo que se pidiere; v. gr.

115. Un mercader quiere emplear 6473 libras de ardites en cacao, que el quintal vale 48 libras. Pídese, cuántos quintales peso catalan comprará?

	6 4.7.3. ℔	4 8 ℔.
	1 6 7	1 3 4 q.s 3 a.s 10 ℔ 10 onz.s
	2 3 3	
Sobran 1.º....	4 1	
	4	
	1 6 4 *arrobas.*	
Sobran 2.º....	2 0	
	2 6	
	5 2. 0. *libras.*	
Sobran 3.º....	4 0	
	1 2	
	4 8 0 *onzas.*	
	0	

Porque el divisor 48℔ cabe 134 veces en el dividendo, dígase que el mercader comprará 134 quintales. Y porque cada quintal tiene 4 arrobas, multiplíquese (xxiv. pág. 20) por 4 el 41 que sobran en primer lugar, &c., y se hallará que comprará 134 quintales, 3 arrobas, 10 libras, 10 onzas.

116. Un tendero empleó en Valencia 392 libras por una pieza de cierta ropa, que le vino á 16 libras la vara. Pregúntase, cuánto tenia de largo? Tenia 24 varas 2 palmos valencianos.

117. Por 38 libras jaquesas compró Pedro un tocino, que no se acuerda cuanto pesó, pero sí que le vino á 8 sueldos jaqueses la libra; díme, cuánto pesó? Pesó 95.

118. Compró Pablo tantas varas de paño, á razon de 38 reales de ardites, que le costaron 637 pesos. Pregunto, cuántas varas de paño compró? En esta especie de reglas el dividendo y divisor han de ser de una misma especie; y así porque cada peso encierra 14 reales de ardites, multiplíquense los pesos por 14, y los 8918 reales resultantes pártanse por los 38, y se hallará que Pablo compró 234 varas, 2 palmos, 2 cuartos $\frac{16}{38}$.

XXXIX.

Los equimultíplices tienen la misma razon que sus partes alícotas: luego abreviando ó aumentando el dividendo y el divisor de una regla de partir, partiéndolos ó multiplicándolos por una misma medida, darán los términos abreviados ó aumentados el mismo cociente, que los términos de donde salieron: v. gr.

119. Pídese el cociente de 48 partido por 12.

48	12	8	2	144	36
0	4	0	4	0	4

Tenemos que el cociente de 48 partido por 12 es 4.

Tómese ahora el sexto del dividendo 48, y del divisor 12, y se tendrá que partiendo 8 por 2, saldrá el mismo cociente 4.

Tómese en fin el triplo del dividendo 48, y del divisor 12, y se tendrá que dividiendo 144 entre 36, resultará asimismo el cociente 4, como parece: luego abreviando ó aumentando el dividendo, y el divisor por una misma medida, saldrá, &c.

XL.

Cuando se ha de partir por número dígito, v. gr. por 2, se puede resolver la regla tomando la mitad; si por 3 tomando el tercio; si por 4 tomando el cuarto; si por 5 tomando el quinto; &c. v. gr.

120. Seis comerciantes han de partirse por iguales partes 8714 libras, moneda valenciana, que ganaron en una compañía. Cuánto tocará á cada uno?

Dividendo. . . .	8714 tt	6 . . . *Divisor.*
Sexto / *Tocarán*	1452 tt 6 4 8. . . .	*Cociente.*

XLI.

Porque la unidad no disminuye en la particion, cuando el divisor será 10. 100. 1000. &c., estará concluida la operacion, quitando tantas notas del dividendo, cuantos fueren los ceros del divisor: v. gr.

121. Antonio vendió 100 varas de indiana por 1400 reales. Cuánto sacó de cada yara?

```
1 4 ( 0 0 reales.      |1 ( 0 0 . varas.
      Sacó. . . . . . . 1 4 reales.
```

122. 1000 quintales de abadejo costaron 9845 libras moneda mallorquina. Pídese, cuánto costó cada quintal?

```
  9(8 4 5 tt        |1(0 0 0
       2 0   Costó. . 9 tt 1 6 ʃ 1 0 d.s 8/10
  ----------
  1 6(9 0 0 sueldos.
       1 2
  ----------
  1 0(8 0 0 dineros.
```

XLII.

Cuando el divisor, á mas de los ceros de la derecha, tendrá alguna nota significativa mayor que la unidad, pártanse las notas separadas del dividendo por las significativas que fueren separadas en el divisor; v. gr.

123. Por 850 reales de ardites compró Pedro no se acuerda cuantas libras, peso catalan, de cierta mercaduría; pero sí que la pagó á 20 reales la libra. Pídese, cuántas compró?

```
          8 5 ( 0 reales.        |2 ( 0 reales.
          ===========
Mitad. }
Compró.} . 4  2 libras 6 onzas, peso catalan.
```

124. Por cabal satisfaccion de las arrobas de cacao, que compré á razon de 140 reales la arroba, entregué 3360 reales. Cuántas arrobas de cacao compré?

3 3 6 (0 *reales.*		1 4 (0 *reales.*
5 6	*Compré.* . .	2 4 *arrobas.*
0		

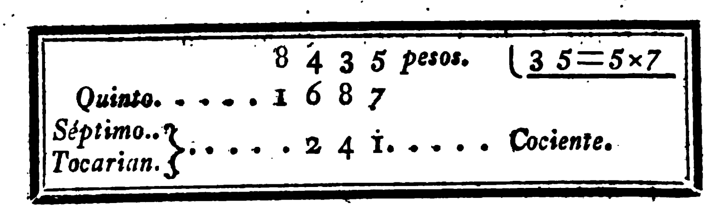
125. El importe de 2400 varas de cierta ropa es 38910 reales vellon. Pídese, á cuánto se volverá á vender para ganar 2 reales y medio por vara? Pártase 38910 por 2400, y se hallará que cada vara costó 16 reales, 7 maravedís $\frac{54}{240}$ avos. Súmense ahora con este cociente los 2 reales, 17 maravedís, que se pretenden de ganancia, y se tendrá que la vara se volverá á vender á 18 reales, 24 maravedís $\frac{54}{240}$.

126. Un comerciante compró 7600 quintales de cierta mercaduría por 63030 libras de ardites. Pregunto, queriendo ganar 8975 ℔ 9, á cuánto venderá el quintal? Súmese el coste con la ganancia, y dividida esta suma por 7600, se tendrá que el quintal se habrá de vender á 9 ℔ 9 ♃ 5 dineros $\frac{64}{76}$.

XLIII.

Cuando el divisor será un número mixto tal (v. pág. 2.) que exactamente le produzcan dos números dígitos, multiplicando el uno por el otro, se hallará el cociente, que se pidiere, partiendo el dividendo por cualquiera de aquellos dos números dígitos, y el cociente resultante por el otro; v. gr.

127. Si 35 hombres se hubiesen de partir 8435 pesos, cuántos tocarian á cada uno?



	8 4 3 5 *pesos.*	3 5 = 5×7
Quinto.	1 6 8 7	
Séptimo.. / *Tocarian.* }	2 4 1.	*Cociente.*

128. Cuántos quintales de cierta mercaduría han de entregarse á un comerciante de Cataluña, para que costando á razon de 15 ℔ el quintal, haya de contribuir 3702 ℔ por cabal satisfaccion?

3702	15 tt = 3 × 5
Tercio. 1234	
Quinto. *Han de entregarse.* } ...... 246 q.^s^ 3 ar.^s^ 5 lib. 2 onz. $\frac{2}{3}$.	

129. Hay 18 señores, que cada uno tiene una misma renta al año. Entre todos tienen 5783 libras de ardites. Pregúntase, ¿cuánta renta anual tiene cada uno?

5783 tt	18 = 6 × 3.
Sexto. ..... 963 tt 16 s. 8 *din.*	
Tercio. *Tiene.* } ..... 321 tt 5 s. 6 *din.* $\frac{2}{3}$.	

130. De los 6463 quintales de azucar, que tenia en la Havana, he recibido 834 de una partida, de otra 1648, y de otra 2400. Pregunto, el confitero que á 15 tt el quintal me compra el azucar, que me falta recibir á cumplimiento, prometiéndome pagar el importe en 72 dias con 72 pagas iguales, ¿cuánto me entregará cada dia?

834	*De.* 6463
1648	*Quítense.* .. 4882
2400	1581 *quintales.*
Suma. ... 4882	*A.* ...... 15 tt
	Valen. . 23715 tt | 72 = 8 × 9
	Octavo. ... 2964 tt 7 s. 6.
Noveno. *Me entregará.* } .... 329 tt 7 s. 6.	

131. Un albañil ha de fabricar una casa, de cuyas cuatro paredes principales las dos tendrán 256 palmos de ancho y 70 de alto, y las otras dos 240 palmos de latitud, y 64 de altitud. Pídese, queriendo á razon de 18 reales por vara cuadrada, cuántos habrá de percibir por cabal satisfaccion de estas solas cuatro

paredes? Multiplicada la latitud por la altitud, suma los dos productos, y tendrás 33280 palmos cuadrados, que partidos por los 16 de que consta la vara cuadrada, tendrás 2080 varas cuadradas, cuales multiplicadas por los 18 reales, te darán á entender que dicho albañil ha de percibir 37440 reales por cabal satisfaccion.

132 En conclusion: Una señora tiene 5 hijos, y solamente 4 manzanas que darles para merendar. Pregúntase, como se gobernará para que ninguno de ellos pueda quejarse que tiene la parte mas pequeña?

Dígase, que de cada manzana ha de hacer 5 partes iguales, y dar una de cada una á cada hijo.

XLIV.

EXAMEN Ó PRUEBAS DEL SUMAR, RESTAR, *multiplicar, y partir.*

Las reglas de sumar, restar, multiplicar y partir se examinan por operaciones contrarias; de modo que la de sumar se examina restando, la de restar sumando, la de multiplicar partiendo, y la de partir multiplicando. Dígase, pues:

XLV.

La prueba de sumar es restar; esto es, despues de haber hecho la suma total, se hace otra de parcial, en la que han de agregarse todas las partidas de la regla, exceptando una. Finalmente búsquese la diferencia entre la suma total y parcial; y si esta sale igual á la partida exceptada, estará exacta la operacion; v. gr.

133. Decidme: 8364, 5282 y 7195 ducados, cuántos ducados son?

Partida exceptada. . . .	8 3 6 4	
	5 2 8 2	
	7 1 9 5	
Suma total. *Son.*	2 0 8 4 1	*ducados.*
Suma parcial.	1 2 4 7 7	
Diferencia. . .	8 3 6 4	

134. El agregado de 38690 libras jaquesas, 6498 y 16437, cuál es? Dígase que es 61625 &c. Y es así; porque la diferencia entre la suma total y parcial sale igual á la partida exceptada 6498.

135. De qué número ha de restarse 8497 para que la diferencia sea 4665? Ha de restarse de 13162. Y es así; porque si de la suma de las dos partidas se quita la una, saldrá infaliblemente la otra por diferencia.

XLVI.

La prueba de restar es sumar el subtraendo y la diferencia; y si sale una suma igual al minuendo, estará exacta la operacion; v. gr.

136. Pedro tiene 6345 doblones. Pregunto, habiendo entregado 2531 á su hermano, cuántos le quedarán?

Minuendo.	6 3 4 5	
Subtraendo	2 5 3 1	
Le quedarán / *Diferencia* }	3 8 1 4	*doblones.*
Suma.	6 3 4 5	

137. Un caballero tiene 23458 libras jaquesas de renta anual. Cada año solamente gasta 9485. Pídese cuánto adelanta cada año? Adelanta 13973 libras jaquesas. Y es así; porque sumando el subtraendo y la diferencia, sale una suma igual al minuendo.

138. Con qué número ha de sumarse 647, para que el agregado sea 924? Ha de sumarse con 277. Y es así; porque si de 924 se quita 647, saldrá la diferencia 277: esta sumada con el subtraendo 647 dará indispensablemente el minuendo 924; luego, &c.

XLVII.

La prueba de multiplicar es partir el producto, ó bien por el multiplicando, ó bien por el multiplicador. Y si partiendo por el multiplicando sale un cociente igual al multiplicador, y partiendo por el multiplicador sale un cociente igual al multiplicando, estará exacta la operacion; v. gr.

139. Pídese el producto de 463 multiplicado por 58.

Multiplicando. . .	4 6 3	
Multiplicador. . .	5 8	
Producto. .	2 6 8 5 4	5 8
	3 6 5	4 6 3 *Cociente*.
	1 7 4	
	0	

140. Cuánto importan 648 canas de paño, á 16 pesos la cana? Importan 10368 pesos. Y es así; porque partiendo el producto por una de aquellas dos cantidades, sale cabalmente la otra por cociente.

141. Búsquese un número tal, que partido por 8362 dé 354 por cociente. Dígase, qne el tal número es 2960148; pues este producto, partido por el multiplicando 8362, da por cociente el multiplicador 354.

XLVIII.

La prueba del partir es multiplicar el cociente por el divisor. Y si sumando la multiplicacion con lo que sobró en la particion, sale una suma ó producto igual al dividendo, estará exacta la operacion; v. gr.

142. Pártase 12765 por 37.

Dividendo.	1 2 7 6 5	3 7 . . *Divisor*.
	1 6 6	3 4 5 *Cociente*.
	1 8 5	3 7
	0	
Producto. .	1 2 7 6 5	

143. El cociente de 26498 partido por 384 es 69, y sobran 2; porque multiplicando el divisor por el cociente, y añadiendo 2 en el producto, sale un número igual al dividendo.

144. Qué número es aquel, que multiplicado por 574, y añadiendo 352 dará 1920956? Pártase este número por aquel, y multiplicado el cociente 3346 por el divisor, añádase el número 352 que sobró al último de la particion, y el agregado manifestará lo que se pide.

XLVIII.

De otras maneras pueden examinarse las reglas espresadas como lo verás en la Llave Aritmética y Algebráica, pág. 37 y 38.

Algunos dicen que la prueba del nueve es falsa, á lo que replica el Maestro Andres Puig en su *lib. II.* de Aritmética práctica, *cap.* 4. *pág* 73, diciendo, entre otras cosas: *No hay que maravillar, que ya es propio de la ignorancia decir mal de lo que no se entiende.* Podrán los replicones mirar con atencion el axioma 3°. (VI. pág 2.), y tal vez conocerán su error.

IL.

DE LAS FRACCIONES Ó QUEBRADOS VULGARES.

La fraccion ó quebrado toma su origen de la particion de un número menor por otro mayor, y así se espresará por dos números uno sobre otro con una línea intermedia. El inferior se llama demominador, é indica el entero ó unidad dividida en partes iguales. El superior se llama numerador, y determina las partes dadas en el caso propuesto; v. gr.

Numerador. 3

Denominador. 4

Cuando el denominador es 2, las partes se llaman medios, si 3 tercios, si 4 cuartos, &c.; y así sucesivamente quintos, sextos, séptimos, octavos, novenos, decenos; pero de 11 inclusive en adelante, despues de haber nombrado el numerador y denominador se añadirá esta voz *avos*; y así este quebrado $\frac{4}{7}$ se lee de esta manera: 4 séptimos, ó bien 4 partido por 7; y este $\frac{8}{15}$, se lee 8. 15 avos, ó bien 8 partido por 15. Infiérese de aquí, que el numerador de un quebrado es dividendo, el denominador divisor, y todo el quebrado cociente.

Divídese el quebrado en propio é impropio. Quebrado propio es aquel, cuyo numerador es menor que su denominador. Quebrado impropio es aquel, cuyo numerador es igual ó mayor que su denominador. El propio es parte ó partes de un entero, y el impropio incluye uno ó muchos enteros.

Se subdivide el quebrado en simple y compuesto. El simple es parte ó partes de un entero, y el compuesto es parte ó partes de un quebrado simple.

Un número se dice medir á otro, cuando le parte enteramente; y así la mayor medida de dos ó mas números será el número mayor, por el cual todos ellos podrán partirse exactamente.

El número se divide en primo y compuesto. El primo es el que solo es medido por la unidad, ó el que no tiene otra parte alicota mayor que la unidad; y así serán números entre sí primos los que solo tienen la unidad por medida comun. El compuesto es el que, á mas de la unidad, tiene otra medida ó parte alicota; y así serán números entre sí compuestos los que, á mas de la unidad, tienen otra medida comun.

L.

Para hallar el valor de un quebrado multiplíquese el numerador por lo que vale un entero; pártase luego el producto por el denominador, y el cociente indicará el valor del quebrado dado. Si sobrare algo por resíduo practíquese lo mismo; v. gr.

145. Pídese, cuánto vale $\frac{24}{35}$ avos de libra de ardites?

$\frac{24}{35}$ de tt ß = 13 ß 8 $\frac{29}{35}$

24 tt ß
20 ß
48.0. ß (35
130 — 13 ß 8 $\frac{29}{35}$
25
12
300 dineros.
20

Porque una libra de ardites vale 20 ß multiplíquese el numerador 24 tt por (XXIV. pág. 20.) 20, y el producto 480 ß pártase por el denominador 35; y porque, despues de hallados los 13 ß del cociente, sobran 25 ß por resíduo, multiplíquense estos por 12, y partidos por el mismo denominador 35 los 300 dineros que salen, se tendrá que 24 35 avos de libra de ardites vale 13 ß 8 $\frac{29}{35}$.

146. El valor de este quebrado $\frac{3}{4}$ de sueldo cuál es? Porque el quebrado es de sueldo, y el numerador siempre es de la especie del quebrado, multiplíquese el numerador 3 ß por 12 dineros, y partido el producto 36 dineros por el denominador 4, se tendrá que $\frac{3}{4}$ de sueldo valen 9 dineros cabáles.

147. Cuánto importa $\frac{15}{21}$ avos de real? Si el real es de vellon castellano importa 24 maravedís 6. 21 avos de vellon: si valenciano ó catalan 17 dineros 3. 21 avos: si aragonés 22 dineros 18. 21 avos de otro dinero jaqués.

148. Cuántos palmos encierra $\frac{12}{15}$ avos de cana catalana? Encierra 6 palmos, 1 cuarto $\frac{9}{15}$.

149. A cuánto sube $\frac{4}{5}$ de carga de vino? Sube á 2 barrilones, 12 mitadellas $\frac{4}{5}$.

150. 3 quintos de dia quánto tiempo es? Es 14 horas, 1 cuarto, y 9 minutos.

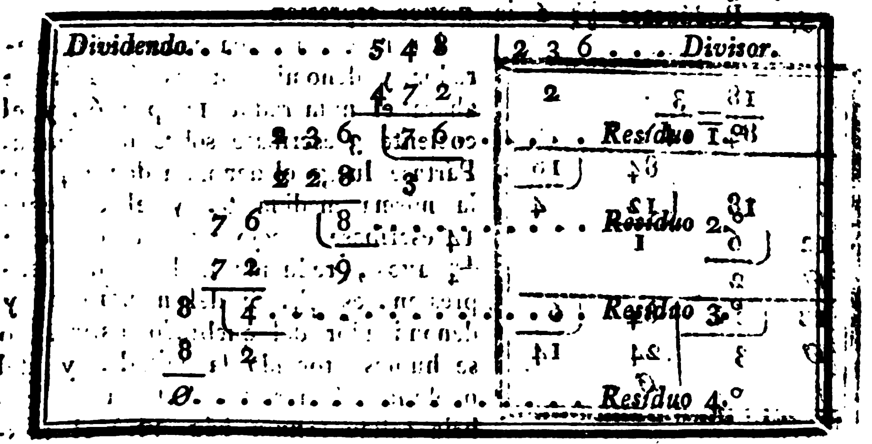
151. $\frac{21}{27}$ avos de real de vellon cuántos maravedís contiene? Contiene 26 maravedís $\frac{12}{27}$ avos.

152. Decidme el valor de $\frac{24}{65}$ avos de quintal. Este quebrado equivale á 1 arroba, 12 libras, 4 onzas, 3 cuartos, 0 adarmes 28 granos, y $\frac{52}{65}$ avos de grano, si es peso catalan ó mallorquin: á 1 arroba, 11 libras, 14 onzas, 3 cuartos, 11 granos 5. 65 avos de otro grano, si es peso castellano: á 1 arroba, 17 libras, 2 onzas, 2. 65 avos, si es peso aragonés ó peso grueso valenciano; pero si es peso sútil valenciano equivale á 1 arroba, 14 libras, 3 onzas, 2 cuartos, 3 adarmes, 2 granos 50. 65 avos.

LI.

Para hallar la mayor comun medida de dos números ó cantidades, pártase primeramente el número mayor por el menor. Si sobráre algo, pártase el número menor, que era divisor, por el resíduo. Si aun sobráre algo, pártase ordenadamente por el último resíduo el número que últimamente fuere divisor. Continúense estas particiones hasta que el resíduo sea cero, y el divisor último será la mayor medida comun; v. gr.

153 Pídese, cuál es la mayor medida comun entre 548 y 236?



Porque el divisor último es 4, dígase que la mayor medida comun á 548 y 236 es 4.

154. La mayor medida comun á estos dos números 548 y 960 cuál es? Es 4.

155. Hay dos piezas de cierta ropa, de las cuales la una tiene 48 canas de largo, y la otra 34. Pregunto, cuál es la medida mayor que puede hallarse para medir una y otra, sin que nada sobre, ni falte? Es de 2 canas.

156. Se busca una medida de cierto número de varas, la mayor que pueda hallarse, para medir justamente la longitud de la casa de Pedro, que es de 64 varas: de la de Pablo, que es de 88; y de la de Juan, que consta de 54. Pregunto, pues, de cuántas varas será la tal medida? Búsquese primeramente la mayor medida entre 88, y 64, y se hallará ser 8. Búsquese ahora la mayor medida comun á este 8 y á 54, y hallándose ser 2, dígase que la medida que se pide será de 2 varas. Si hubiese mas números se continuaria con el mismo órden.

LII.

Para reducir un quebrado á la menor espresion: 1.° Hállese la mayor comun medida del numerador y denominador. 2.° Pártase el numerador por la mayor comun medida, y el cociente escríbase sobre una línea por numerador. 3.° Pártase el denominador por la misma mayor comun medida, y el cociente escríbase debajo por denominador. Este quebrado nuevo será el quebrado reducido que se pide; v. gr.

157. Redúzcase $\frac{18}{84}$ á la menor espresion.

$\frac{18}{84}=\frac{3}{14}$

		84	18
	18	12	4
12	6	1	
0	2		
18	6	84	6
0	3	24	14
		0	

La mayor medida comun al numerador y denominador es 6. Pártase ahora el numerador 18 por 6, y el cociente 3 escríbase sobre una línea. Pártase luego el denominador 84 por la misma medida 6, y el cociente 14 escríbase debajo, y se tendrá que $\frac{18}{84}$ avos, reducido á la menor espresion, es $\frac{3}{14}$. Si del numerador y denominador del quebrado espresado se hubiese tomado la mitad, y del quebrado $\frac{9}{42}$ resultante el tercio, habria salido (XXXIX. pág. 39.) el mismo quebrado $\frac{3}{14}$. Habria salido tambien el mismo, si se hubiera tomado el sexto inmediatamente.

158. Redúzcase 346. 692 avos á los mínimos términos, y se tendrá $\frac{1}{2}$.

159. Esta fraccion $\frac{144}{3600}$ redúzcase á lo menos términos que sea posible, y se hallará ser igual á $\frac{1}{25}$.

160. Reduciendo 168. 346 avos á la menor espresion, saldrá 84. 173 avos.

161. $\frac{25}{79}$ avos redúzcase á lo mínimos términos. La mayor medida comun es 1; y así dígase, que no se puede reducir á menor espresion. Tampoco puede reducirse este $\frac{125}{349}$.

162. Si de $\frac{3000}{5000}$ se quitan (XLI. y XLII. pág. 39. y 40.) tres ceros de cada parte, se tendrá reducido á $\frac{3}{5}$. Asimismo, si de este $\frac{16000}{32000}$ se quitan los cuatro ceros, y despues se toma el dieziseiseno del numerador 16, y denominador 32, quedará reducido á $\frac{1}{2}$.

LIII.

Para reducir quebrados de distintos denominadores á un denominador comun, multiplíquense los denominadores entre sí, y el producto será el denominador comun. Multiplíquese luego cada numerador por los denominadores de los otros, dejando el suyo; y se tendrán los numeradores correspondientes, á quienes aplicando el denominador comun, se tendrán los quebrados que se piden; v. gr.

163. Estos quebrados $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{8}$ redúzcanse á un denominador comun.

112.	96.	105.
$\frac{2}{3}$.	$\frac{4}{7}$.	$\frac{5}{8}$
	168.	
$\frac{112}{168}$	$\frac{96}{168}$	$\frac{105}{168}$

Dispuestos así los tres quebrados, multiplíquese el denominador 3 por el denominador 7, y el producto 21 por el denominador 8, y se tendrá 168 por denominador comun. Multiplíquese ahora el numerador 2 por el denominador 7, y el producto 14 por el denominador 8, y se tendrá el primer numerador 112. Prosígase á multiplicar el numerador 4 por el denominador 3, y el producto 12 por el denominador 8, y se tendrá el segundo numerador 96. Multiplíquese asimismo el numerador 5 por los denominadores 3 y 7, y el producto 105 escríbase encima por tercer numerador. En conclusion bájense los tres numeradores hallados, y debajo de cada uno escríbasele el denominador comun, y se tendrán tres quebrados con un mismo denominador, é iguales cada uno á su correspondiente de los tres que se propusieron.

164. Redúzcanse $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{6}$ á un comun denominador, y saldrán $\frac{60}{210}$, $\frac{126}{210}$ y $\frac{140}{210}$.

165. Trasladados $\frac{5}{7}$, $\frac{4}{9}$ y $\frac{2}{6}$ á un denominador comun, serán $\frac{270}{378}$, $\frac{168}{378}$, $\frac{126}{378}$.

166. Reduciendo estos quebrados $\frac{6}{9}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{8}$ y $\frac{3}{7}$ á un mismo denominador, resultarán estos cuatro $\frac{1680}{2520}$, $\frac{1008}{2520}$, $\frac{1260}{2520}$, $\frac{1080}{2520}$.

167. Búsquense cuatro quebrados tales, que sean iguales á estos cuatro $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{6}$. Aquí están $\frac{2688}{3024}$, $\frac{2160}{3024}$, $\frac{1134}{3024}$, $\frac{1008}{3024}$.

168. De estos tres quebrados $\frac{38}{84}$, $\frac{25}{61}$, y $\frac{1}{2}$ cuál es el mayor? Porque reduciendo dichos quebrados á un denominador comun, el que corresponde á $\frac{1}{2}$ sale con mayor numerador, dígase que de ellos el $\frac{1}{2}$ es el mayor; pues $\frac{5124}{10248}$ es mayor que $\frac{4636}{10248}$, y que $\frac{4200}{10248}$.

LIV.

Para reducir quebrados á un denominador determinado, multiplíquese el numerador del quebrado propuesto por el denominador señalado; y partiendo el producto por el denominador del mismo quebrado, el cociente será el numerador competente al denominador determinado; v. gr.

169. Este quebrado $\frac{3}{5}$ redúzcase á un denominador determinado tal, que sea 30.

$$\frac{3}{5}=\frac{18}{30}$$

```
30
 3
---
9.0 |5
4.0  18
0
```

Multiplíquese el denominador determinado 30 por el numerador 3 del quebrado propuesto, y partido el producto 90 por el denominador 5 del mismo quebrado, escríbase el cociente 18 encima del denominador determinado 30, y se tendrá que $\frac{3}{5}$ es igual á $\frac{18}{30}$ avos.

170. Búsquese un quebrado que por denominador tenga 8; pero que sea igual á $\frac{2}{4}$. El quebrado que se pide es $\frac{4}{8}$.

171. Este quebrado $\frac{4}{8}$ redúzcase á otro quebrado tal, que por denominador tenga 4. Hecha la reduccion sale $\frac{2}{4}$.

172. Cuántos tercios componen $\frac{12}{36}$ avos? Componen $\frac{1}{3}$.

173. 11. 12 avos cuántos 300 avos son? Son 275. 300 avos.

174. Reduciendo $\frac{39}{52}$ á la especie de cuartos, saldrán $\frac{3}{4}$.

175. Este quebrado $\frac{5}{7}$ redúzcase á docenos. Porque multiplicado el numerador 5 por el denominador determinado 12, y partido el producto 60 por el denominador 7, no resultan enteros exactos, dígase que no puede reducirse, sin que salga quebrado de parte de quebrado; y así $\frac{5}{7}$ será igual á $\frac{8}{12}$ y $\frac{4}{7}$ de $\frac{1}{12}$.

176. En fin redúzcase $\frac{28}{43}$ á 54 avos, y saldrán $\frac{35}{54}$ y $\frac{7}{43}$ de $\frac{1}{54}$ avos.

LV.

Para reducir quebrados, que resulten de una contínua particion, al denominador mayor, pártase el denominador mayor por el denominador del quebrado que se quiera reducir, y multiplicado el numerador de este tal quebrado por el cociente que salió, el producto será el numerador competente al denominador mayor; v. gr.

$$\frac{3}{4}=\frac{36}{48} \qquad \frac{5}{8}=\frac{30}{48} \qquad \frac{7}{24}=\frac{14}{48} \qquad \frac{11}{48}=\frac{11}{48}$$

177. Redúzcanse al denominador mayor estos quebrados $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{24}$ y $\frac{11}{48}$.

Pártase el denominador mayor 48 por el primer denaminador 4, y con el cociente 12 multiplíquese su numerador 3, y se tendrá 36. A este producto escríbasele por denominador el denominador mayor, y se tendrá 36. 48 avos. Practíquese lo mismo en cada uno de los demas quebrados que siguen á la izquierda, y aumentado su numerador y denominador por una misma medida (XXXIX. pág. 39.), saldrán los de la derecha con un mismo denominador, é iguales cada uno á su correspondiente.

$$1 \text{ y } \frac{2}{3} \;..\; \frac{12}{18} \qquad \frac{5}{6} \;..\; \frac{15}{18} \qquad \frac{5}{18} \;..\; \frac{5}{18}$$

178. Tómese la mitad de 1 y $\frac{2}{3}$, y saldrá $\frac{5}{6}$, cuyo tercio es $\frac{5}{18}$ avos, cuyos dos quebrados primeros se reducirán al denominador mayor 18, diciendo: 18 partido por el denominador 3 les cabe á 6, cuyo cociente, multiplicado por el numerador 2, da el numerador 12: hágase lo mismo con el quebrado $\frac{5}{6}$, y saldrá el numerador 15: á dichos dos numeradores 12 y 15 aplíqueseles el denominador mayor 18, y se tendrán dos quebrados iguales cada uno á su correspondiente, y con el mismo denominador que $\frac{5}{18}$.

179. Estos quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{13}{24}$, $\frac{7}{72}$ y $\frac{17}{144}$, reducidos al denominador mayor 144, qué quebrados nos darán? Nos darán los numeradores 72, 108, 96, 78, 14 y 17, todos con el denominador 144.

LVI.

Para reducir enteros á quebrados, multiplíquense los enteros por la cantidad ó número que ha de servir de denominador; y escribiéndole encima el producto por numerador, se tendrá el quebrado que se pide; v gr.

180. Redúzcanse 24 enteros á un quebrado tal, que por denominador tenga 8.

$$24 = \frac{192}{8}$$

Multiplíquense los 24 enteros por el denominador 8, y el producto 192 escríbasele encima por numerador, y se tendrá el quebrado que aquí parece figurado; esto es $24 = \frac{192}{8}$.

181. 6 enteros cuántos 12 avos son? Son $\frac{72}{12}$.

182. Reducidos 18 enteros á la especie de novenos hacen $\frac{162}{9}$.

183. Cuántos quintos hacen 8 enteros? Hacen $\frac{40}{5}$.

184. Cuántos séptimos encierran 35 enteros? Encierran $\frac{245}{7}$.

185. De 86 enteros fórmese un quebrado, cuyo denominador sea 35, y se tendrá $\frac{3010}{35}$.

186. Dame un quebrado, cuyo denominador sea 46; y que sea lo mismo que el número 254. Aquí está $\frac{11684}{46}$.

187. Hágase que el número 4 tenga forma de quebrado. Para que un entero tenga forma de quebrado escríbasele la unidad por denominador; y así en el caso propuesto será $\frac{4}{1}$.

188. Figurando el número 35 á manera de quebrado se tendrá $\frac{35}{1}$. Tambien tendrán forma de quebrado estos enteros 307, figurándolos de esta manera $\frac{307}{1}$.

LVII.

Para reducir ó incorporar enteros á la especie de su quebrado, multiplíquense los enteros por el denominador de su quebrado; y sumado el producto con el numerador, escríbase esta tal suma encima del denominador del quebrado dado; v. gr.

189. Redúzcanse 6 enteros á la especie del quebrado $\frac{3}{5}$.

$$6\frac{3}{5} = \frac{33}{5}$$

Multiplíquense los 6 enteros por el denominador 5, y sumado el producto 30 con el numerador 3, se tendrán $\frac{33}{5}$.

190. De 8 enteros y $\frac{2}{7}$ fórmese un quebrado, cuyo denominador sea 7, y se tendrá $\frac{58}{7}$.

191. Redúzcase 24 y $\frac{5}{8}$ á la especie de octavos, y saldrá $\frac{197}{8}$.

192. 45 enteros, y $\frac{12}{23}$ cuántos 23 avos componen? Componen $\frac{1047}{23}$.

193. 5 enteros $\frac{1}{2}$ son $\frac{11}{2}$.

194. $16\frac{4}{9}$ hacen $\frac{148}{9}$ de sueldo.

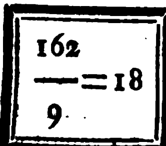
195. Pídese un quebrado, que sea lo mismo que 9 y $\frac{2}{4}$. Hecha la operacion resulta $\frac{38}{4}$.

196. Cuántos 12 avos de vara producen 4 varas $\frac{8}{12}$? Producen $\frac{56}{12}$ avos de vara.

LVIII.

Para reducir quebrados impropios á enteros, pártase el numerador por el denominador, y el cociente espresará los enteros. Si sobráre algo fórmese un quebrado; v. gr.

197. Este quebrado impropio $\frac{162}{9}$ redúzcase á enteros.



Porque partiendo 162, por 9, ó buscando el noveno del numerador 162, sale 18, dígase que dicho quebrado equivale á 18 enteros cabales.

198. Cuántos enteros encierran 249. 35 avos? Encierran 7 enteros $\frac{4}{35}$.

199. 58 séptimos de dinero encierran 8 dineros $\frac{2}{7}$.

200. Redúzcase $\frac{1465}{38}$ avos de sueldo á la especie de sueldos, y saldrán 38 ß $\frac{21}{38}$=38 ß 6 $\frac{12}{19}$.

201 A cuántos reales equivale $\frac{32}{8}$ de real? Equivale á 4 reales.

202. El valor de este quebrado 951. 24 avos de cana cuál es? Es 39 canas, 5 palmos.

203. 18 quintos de quintal cuánto es? Si el quintal es de Castilla es 3 quintales, 2 arrobas, 10 libras; y si de Cataluña 3 quintales, 2 arrobas, 10 libras, 4 onzas $\frac{4}{5}$.

204. Cuánto encierra $\frac{53}{8}$ de cahiz? Si el cahiz es de Madrid encierra 6 cahices, 7 fanegas, 6 celemines; si de Valencia 6 cahices, 7 barquillas, 2 celemines; si de Zaragoza, 6 cahices, 5 fanegas.

LIX.

Para reducir un quebrado compuesto á simple, multiplíquense continuamente los numeradores, y el producto escríbase sobre una línea por numerador. Multiplíquense asimismo los denominadores, y el producto escríbase debajo por denominador. Este quebrado nuevo será el quebrado simple que se pide; v. gr.

205. Este quebrado compuesto $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{6}$ de $\frac{4}{7}$ redúzcase á simple.

$$\frac{1}{3} \text{ de } \frac{2}{6} \text{ de } \frac{4}{7} = \frac{8}{126}$$

Multiplíquense los numeradores 1 por 2, y el producto por 4, y se tendrá el numerador 8. Multiplíquense ahora los denominadores 3, y 6, y el producto 18 por 7, y se tendrá el denominador 126, con que aquel quebrado compuesto de tres, reducido hace el simple $\frac{8}{126}$ avos.

206. 4 novenos de $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{6}$ de $\frac{3}{7}$ de una peseta cuánto es? Es 24. 1890 avos de peseta, ó (L. pág. 47. y LII. pág. 49.) 1 dinero y $\frac{1}{7}$, de dinero catalan, ó bien 1 maravedí 229. 315 avos de maravedí de vellon.

207. De 45 libras de ardites me piden la mitad de 5 séptimos de $\frac{2}{9}$ de $\frac{4}{8}$. Pregunto, quánto he de entregar? He de entregar $\frac{1800}{1008}$ avos de libra, ó 1 ℔ 15 ʃ 8 $\frac{4}{7}$. Adviértase que el número 45 ℔ excede á la unidad; y así ha de entrar á la composicion del quebrado con la unidad por denominador, de esta manera, $\frac{1}{2}$ de $\frac{5}{7}$ de $\frac{2}{9}$ de $\frac{4}{8}$ de $\frac{45}{1}$.

208. Pídese el noveno de 6 maravedís y $\frac{3}{4}$. Redúzcanse primeramente (LVII. pág. 53.) los 6 maravedís á la especie de cuartos, y del quebrado $\frac{27}{4}$ que sale, tómese el noveno, de esta manera, $\frac{1}{9}$ de $\frac{27}{4}=\frac{27}{36}$. Porque el numerador del quebrado 27 cuartos, que salió, tiene la parte que se pide, puede satisfacerse á la pregunta con mas brevedad, diciendo: el noveno de 27 es 3, y se tendrán $\frac{3}{4}$ de maravedí, que (LII. pág. 49.) es lo mismo que 27. 36 avos de maravedí.

209. Los $\frac{2}{3}$ de 3 ʃ 5 $\frac{6}{7}$ quánto es? Redúzcanse los sueldos (XXIV, pág. 20.) á dineros, y los 41 dineros (XXX. pág. 25.) que saldrán, redúzcanse (XXXI. pág. 25.) á la especie de séptimos, de cuyo quebrado tómense los 2 tercios, así: $\frac{2}{3}$ de $\frac{293}{7}=\frac{586}{21}=27$ dineros $\frac{19}{21}$; y así dígase, que los 2 tercios de 3 ʃ 5 $\frac{6}{7}$ es 2 ʃ 3 $\frac{19}{21}$. Podia tomarse dos veces el tercio de los 3 ʃ 5 $\frac{6}{7}$, y con la suma de estos tercios se hubiera satisfecho igualmente á la pregunta.

210. El duplo de 8. 24 avos de real quánto es? Si el quebrado es de real catalan ó valenciano es 16 dineros, y se resuelve así: $\frac{2}{1}$ de $\frac{8}{24}=\frac{16}{24}$; si de real de vellon castellano 22 maravedís $\frac{2}{3}$ de vellon; si de real aragonés 21 dineros $\frac{1}{3}$ jaqueses; si de real flojo navarro 24 maravedís navarros. El duplo de $\frac{8}{24}$ tambien es $\frac{8}{12}$; pues tomando la mitad del denominador 24, dejándole el mismo numerador, recibe doblado aumento el tal quebrado. Y es así; porque tanto $\frac{16}{24}$ avos de real, como $\frac{8}{12}$, valen (L. pág. 47.) 16 dineros catalanes, é igualmente las demas monedas que acabamos de decir. Si de dicho quebrado se hubiese pedido la mitad, teniéndola exacta el numerador, podia decirse que es $\frac{4}{24}$ avos; pues la mitad de 8 es 4.

LX.

Para reducir á quebrado simple ó sencillo el quebrado de parte de quebrado, y la una parte del que él es parte, se practicará lo que se dijo en la regla general antecedente, y se tendrá lo que se pide; v. gr.

211. Redúzcase á quebrado simple el quebrado $\frac{4}{7}$ de una parte de $\frac{3}{5}$. Porque 4 séptimos de una parte de 3 quintos es lo mismo

que decir 4 séptimos de 1 quinto, redúzcase á simple el quebrado $\frac{4}{7}$ de $\frac{1}{5}$, y se tendrá que 4 séptimos de una parte de 3 quintos es $\frac{4}{35}$ avos.

212. Cuánto vale el quebrado $\frac{6}{7}$ de una parte de $\frac{8}{9}$ de libra jaquesa? El problema propuesto es lo mismo que este: 6 séptimos de 1 noveno de libra jaquesa cuánto es? Reduciendo $\frac{6}{7}$ de $\frac{1}{9}$ á quebrado simple, sale 6. 63 avos; y porque el valor de este quebrado $\frac{6}{63}=\frac{2}{21}$ de libra jaquesa ó de Aragon es 1 sueldo 14 dineros 10. 21 avos de dinero jaqués, dígase que $\frac{6}{7}$ de $\frac{1}{9}$ de libra jaquesa es 2. 21 avos de libra jaquesa, ó bien 1 sueldo 14 dineros 10. 21 avos de dinero jaqués.

LXI.

Para sumar quebrados de distintos denominadores, redúzcanse los quebrados á un denominador comun: súmense luego los numeradores de los quebrados nuevos: á esta suma escríbasele por denominador el denominador comun; y este tal quebrado será la suma de los quebrados dados; v. gr.

213. Pídese la suma de los quebrados $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$ y $\frac{8}{9}$.

$\frac{3}{4}$	189	180	224	189
$\frac{5}{7}$				180
$\frac{8}{9}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{8}{9}$	224
				593
		252		252

Reducidos los tres quebrados expresados á (LIII. pág. 51.) un denominador comun, súmense (prob. 12.) los numeradores de los quebrados nuevos, como parece á la derecha, y se tendrá 593; y aplicado el denominador comun á dicha suma, dígase que la suma de los quebrados dados es $\frac{593}{252}$ avos.

214. La suma ó agregado de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, y $\frac{5}{6}$ es $\frac{46}{24}$ avos.

215. $\frac{3}{8}$ y $\frac{4}{7}$ de vara cuánto es? Es $\frac{38}{56}$ avos de vara, ó bien (L. pág. 47.) 2 palmos, 2 cuartos, y (LII. pág. 50.) $\frac{6}{7}$ de cuarto.

216. Pedro me entregó $\frac{5}{8}$ de sueldo, Juan $\frac{3}{4}$ y Diego $\frac{6}{7}$. Pregunto, cuánto me entregaron los tres? Me entregaron 500. 224 avos de sueldo, ó bien (LVIII. pág. 55.) 2 sueldos $\frac{52}{224}$ avos de sueldo, ó bien (L. pág. 48.) 2 sueldos, 2 dineros 176. 224 avos de otro dinero, ó bien (LII. pág. 50.) 2 sueldos, 2 dineros 11. 14 avos.

$\frac{5}{8}$	140	168	192	140
$\frac{3}{4}$				168
$\frac{6}{7}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{6}{7}$	192
				500
$2\frac{11}{14}$		224		224

217. Pedro compró $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de arroba de cierta mercaduría, Pablo $\frac{4}{5}$, y Diego $\frac{2}{9}$. Pídese, cuánto compraron entre los tres? Porque $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ es (LIX. pág. 55.) $\frac{2}{6}$, dígase que Pedro compró $\frac{2}{6}$ de arroba; y porque este quebrado (LXI. pág. 50) con los dos restantes son lo mismo que estos tres $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$ y $\frac{1}{3}$ dígase que compraron $\frac{66}{45}$ avos de arroba; ó bien (prob. 152. pág. 49.) 1 arroba, 12 libras, 1 onza, 2 cuartos, 1 adarme, 21 granos $\frac{3}{5}$ peso catalan ó mallorquin; ó bien 1 arroba, 11 libras, 10 onzas $\frac{2}{3}$ peso castellano; ó bien 1 arroba, 16 libras, 9 onzas $\frac{3}{5}$ peso de Aragon, ó peso grueso de Valencia: ó bien 1 arroba, 14 libras peso sutil valenciano.

218. Cuántos dineros son $\frac{36}{64}$, $\frac{28}{64}$, $\frac{61}{64}$, $\frac{49}{64}$ avos de dinero? Dichos cuatro quebrados todos tienen un mismo denominador; y así súmense los numeradores, escribiendo debajo de la suma el denominador comun 64, y se tendrá $\frac{174}{64}$ avos de dinero; dígase, pues, que son (LVIII. pág. 55.) 2 dineros, y (LII. pág. 50.) $\frac{23}{32}$ avos de dinero.

219. Cuántas onzas componen $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{3}{8}$, y $\frac{4}{12}$ de onza? Los cuatro quebrados primeros (prob. 218.) hacen $\frac{21}{8}$, ó 2 onzas $\frac{5}{8}$, cuyo quebrado sumado con $\frac{4}{12}$, ó (LII. pág. 49.) $\frac{1}{3}$, da $\frac{23}{24}$; y así dígase, que dichos quebrados componen 2 onzas, $\frac{23}{24}$ avos de onza.

220. $\frac{2}{5}$ de peso, $\frac{3}{4}$ de libra de ardites, $\frac{2}{3}$ de sueldo, y $\frac{1}{2}$ de dinero, cuánto hacen? Hacen 26 ʃ 10 $\frac{9}{10}$ de dinero catalan. Esta cantidad se halla facilmente, reduciendo á quebrados de sueldo los que se distinguen de él. El quebrado de peso en Cataluña se reduce á quebrado de sueldo, multiplicando (XXIV. pág. 21.) por (prob. 187. pág. 54.) 28 sueldos, y el de dinero partiendo (XXXVI. pág. 37.) por (prob. 188.) 12 dineros.

221. En conclusion diviértase v. m. á examinar si $\frac{2}{5}$ de doblon, $\frac{2}{5}$ de durillo, $\frac{2}{5}$ de duro, $\frac{2}{5}$ de peseta colunaria, y $\frac{2}{5}$ de dinero encierran cabalmente en Cataluña 4 pesos, 7 sueldos, 3 dineros $\frac{2}{8}$; ó bien 2 durillos, 39 ʃ 7 $\frac{1}{8}$; ó bien 3 duros, 6 ʃ 9 $\frac{2}{8}$; ó 12 pesetas colunarias, 6 ʃ 9 $\frac{2}{8}$; ó 119 ʃ 3 $\frac{2}{8}$; ó 5 tt 19 ʃ 3 $\frac{2}{8}$; ó bien 1431 dineros $\frac{2}{8}$.

LXII.

Para sumar los quebrados, que salieron de una contínua particion, redúzcanse primeramente al denominador mayor: súmense luego los numeradores nuevos con el numerador del quebrado que salió con el denominador mayor: á esta suma póngasele por denominador el denominador mayor, y se tendrá la suma que se pide; v. gr.

222. Pídese cuál es la suma de 7 $\frac{2}{3}$, su mitad 3 $\frac{5}{6}$, el tercio de este 1 $\frac{5}{18}$, y el cuarto de este último $\frac{23}{72}$?

$7\frac{2}{3}$ . . .	48	
$3\frac{5}{6}$ . . .	60	
$1\frac{5}{18}$ . . .	20	
$\frac{23}{72}$ . . .	23	
$13\frac{7}{72}$	151	72
	7	2

Reducidos los quebrados (LV. pág. 53.) al denominador mayor 72, súmense los numeradores nuevos con el numerador 23, y se tendrá $\frac{151}{72}$, cuyo quebrado impropio, reducido (LVIII. pág. 55.) á enteros, da 2 enteros, y sobran 7: escríbase pues $\frac{7}{72}$ avos debajo de los quebrados, que salieron de una continua particion, y llévense 2 enteros, que sumados con los 7, 3 y 1 componen 13; y así dígase, que la suma que se pide es 13 $\frac{7}{72}$.

223. Súmense $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{21}{24}$ y $\frac{45}{48}$, y saldrá el quebrado impropio 129. 48 avos, ó bien 2 enteros 33. 48 avos.

224. Pedro tiene 11 reales $\frac{3}{7}$ de vellon, Juan la mitad 5 y $\frac{5}{7}$, Diego la mitad de los que tiene este 2 y $\frac{6}{7}$, Pio el cuarto $\frac{5}{7}$ de los de Diego, y Bienvenido el quinto $\frac{1}{7}$ de los de Pio. Pídese, cuántos tienen entre todos? Tienen 20 reales $\frac{6}{7}$, ó bien 20 reales, 29 maravedís, 1 séptimo de maravedí de vellon.

225. Paula compró 11 varas 2 tercias de cierta ropa, Juliana tantas como su mitad 5 varas $\frac{5}{6}$, Semproniana el tercio de las de esta 1 vara 17. 18 avos, y sucesivamente Sinforosa el cuarto 35. 72 avos, Bibiana el quinto 7. 72 avos, y Reparada el sexto 7. 432 avos de vara. Cuántas compraron entre todas? Compraron 20 varas 19. 432 avos de otra vara.

LXIII.

Para incorporar un quebrado de quebrado al quebrado, de que es parte, redúzcase primeramente el quebrado de quebrado á quebrado simple: multiplíquese despues el numerador del quebrado, que es todo por el denominador del quebrado que es parte; y sumado este producto con el numerador del quebrado reducido á sencillo, se tendrá el agregado que se pide; v. gr.

226 Incorpórense los $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ al quebrado dado 5 octavos.

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{5}{8} \ldots \frac{10+15}{24} = \frac{25}{24}$$

Porque el quebrado compuesto $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ es $\frac{10}{24}$, y el producto del numerador 5 del quebrado, que es todo por el denominador 3 del quebrado, que es parte, es 15, súmese este producto con el numerador 10 del quebrado simple, y se tendrá que el quebrado que se pide es 10+15 partido por 24; esto es 25. 24 avos.

227. Pedro me debe no solamente $\frac{6}{7}$ de $\frac{8}{9}$, sino tambien $\frac{8}{9}$ de real de vellon. Díme, cuánto me debe? Me debe 48+56 partido por 63, ó bien 104. 63 avos de real de vellon, ó bien 1 real, 22 maravedís 8. 63 avos de maravedí de vellon.

LXIV.

Para incorporar un quebrado de parte de quebrado al quebrado, de que es parte de una parte, multiplíquese el numerador y denominador per el denominador del quebrado que es parte, y sumado el producto con el numerador del quebrado, que es parte de una parte, se tendrá lo que se pide; v. gr.

228. Incorpórese el quebrado $\frac{4}{7}$ de una parte de $\frac{3}{5}$ á este quebrado $\frac{3}{5}$.

$$\frac{3\frac{4}{7}}{5} = \frac{25}{35}$$

Para entender mejor este problema, reduce 5 séptimos á la especie de quintos, y hallarás $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{7}$ de $\frac{1}{5}$, ó bien 3 y $\frac{4}{7}$ partido por 5. A mas de esto ten presente que los equimultíplices tienen la misma razon que sus partes alicotas, y que multiplicando un quebrado por su denominador, da tantos enteros como unidades tiene su numerador: luego multiplicando el numerador y denominador del quebrado, que está á la izquierda del egemplo por el denominador 7 del numerador, se tendrá que la suma de los quebrados dados es 25. 35 avos, ó bien $\frac{5}{7}$.

229. Iucorporando el quebrado $\frac{5}{8}$ de una parte de $\frac{9}{11}$ á este mismo quebrado $\frac{9}{11}$, cuánto saldrá? Este problema depende de haber reducido $\frac{7}{8}$ á la especie de oncenos, pues sumando $\frac{5}{8}$ de $\frac{1}{11}$ con $\frac{9}{11}$ por medio de las reglas generales: para *reducir un quebrado compuesto á simple, y para sumar quebrados de distintos denominadores*, se hallará 847. 968 avos, que reducido á la menor espresion es 7 octavos. Saldrá tambien lo mismo multiplicando por 8 el numerador y denominador de este quebrado 9 $\frac{5}{8}$ partido por

11; porque si del quebrado 77. 88 avos, que saldrá, se toma el onceno, se tendrán los mismos 7 octavos.

LXV.

Para restar un quebrado de otro, redúzcanse los dos quebrados á un comun denominador, si le tuvieren diverso; réstense despues los numeradores de los quebrados nuevos; á esta diferencia escríbasele por denominador el denominador comun, y se tendrá la diferencia que se pide; v. gr.

230. De $\frac{7}{8}$ réstense $\frac{3}{5}$.

$\frac{7}{8}$	35		24	$\frac{35}{24}$
	$\frac{7}{8}$		$\frac{3}{5}$	
$\frac{3}{5}$		40		$\frac{11}{40}$

Reducidos los dos quebrados (LIII. pág. 51.) á un denominador comun, quítese el numerador hallado 24 del numerador 35, y á la diferencia 11 aplíquesele el denominador comun 40, y se tendrá que la diferencia entre $\frac{7}{8}$ y $\frac{3}{5}$ es $\frac{11}{40}$ avos, como parece figurado en el egemplo.

231. Quítense $\frac{5}{9}$ de $\frac{8}{12}$, y se tendrá $\frac{12}{108}$ por diferencia.

232. $\frac{15}{24}$ avos, menos $\frac{9}{24}$ avos, ¿cuánto es? Es $\frac{6}{24}$ avos, ó bien (prob. 157. pág. 50.) $\frac{1}{4}$. Los dos quebrados espresados tienen comun el denominador 24, y así este tal número será el denominador de la diferencia entre los numeradores 9 y 15.

233. De 8 reales, que tenia, me ganaron $\frac{3}{4}$ de real. Pregunto, ¿cuánto me quedó? Me quedaron 7 reales $\frac{1}{4}$. Y es así, porque si de los 8 reales se reduce 1 real á la especie de cuartos, se tendrán 7 reales, 4 cuartos, de los quales, quitando 3 cuartos, restan 7 y $\frac{1}{4}$.

234. De la mitad de $\frac{3}{4}$ de real de vellon he de entregar $\frac{1}{5}$. Pídese, ¿cuánto me quedará? La mitad de $\frac{3}{4}$ es (LIX. pág. 55.) $\frac{3}{8}$; pues $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$. El $\frac{1}{5}$ de $\frac{3}{8}$ es $\frac{3}{40}$; luego quitando $\frac{3}{40}$ de $\frac{3}{8}$ se hallará lo que se pide; esto es, que me quedará $\frac{96}{320}$ ó (LXI. pág. 50.) $\frac{3}{10}$ de real, ó (L. pág. 48.) 10 maravedís $\frac{1}{5}$.

235. De estos dos quebrados $\frac{9}{15}$ y $\frac{5}{8}$, ¿cuál es el mayor, y cuánto? El mayor (prob. 168. pág. 52.) es $\frac{5}{8}$, y excede al otro de $\frac{1}{40}$ avos, como lo manifiesta la diferencia entre los dos.

LXVI.

Para multiplicar un quebrado por otro, multiplíquense primeramente los numeradores entre sí, y el producto escríbase sobre una

línea por numerador. Multiplíquense despues los denominadores, y el producto escríbase debajo por denominador; y este tal quebrado será el producto de los quebrados dados, v. gr.

236. Multiplíquense $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{7}$.

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{21}$$

El producto del numerador 2 por el 4 es 8, y el producto del denominador 3 por el 7 es 21; y así dígase, que el producto de $\frac{2}{3}$, multiplicado por $\frac{4}{7}$, es $\frac{8}{21}$ avos.

237. Cuál es el producto de $\frac{8}{12}$ multiplicado por $\frac{1}{2}$? Es $\frac{8}{24}$, ó bien (LII. pág. 49.) $\frac{1}{3}$

238. $\frac{1}{2}$ multiplicado por $\frac{1}{4}$ cuánto produce? Produce $\frac{1}{8}$. Es posible que $\frac{1}{2}$ multiplicado por $\frac{1}{4}$ produzca solamente $\frac{1}{8}$? Por ventura la multiplicacion no aumenta? Dígase, que la esencia del multiplicar no consiste en aumentar, sino (XXIII. pág. 19.) en buscar un producto, que contenga tantas veces al multiplicando cuantas son las unidades del multiplicador; es así que el multiplicador $\frac{1}{4}$ contiene solamente la cuarta parte de la unidad: luego el producto de $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{4}$ solo habrá de contener la cuarta parte del multiplicando $\frac{1}{2}$; es así que el cuarto de un medio (LIX. pág. 55.) es $\frac{1}{8}$: luego el producto de $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{4}$ ha de ser precisamente $\frac{1}{8}$.

239. Cuántos dineros encierran 7 sueldos y $\frac{3}{4}$ de sueldo? Encierran 93 dineros. Y es así; porque (LVII. pág 54.) $\frac{31}{4}$ multiplicado (XXIV. pág. 21.) por 12, figurado (prob. 187. pág. 54.) á manera de quebrado, produce $\frac{372}{4}$ de dinero, ó (LVIII. pág. 55.) 93 dineros.

240. 5 arrobas $\frac{3}{8}$ cuántas libras hacen? Hacen, si el peso es de Cataluña (LVII. y XXIV. pág. 54. y 21.) $\frac{1118}{8}$ de libra, ó 139 libras $\frac{6}{8}$, ó 139 libras (L. pág. 47.) 9 onzas; y si de Castilla 1075 octavos de libra, ó 134 libras $\frac{3}{8}$, ó bien 134 libras, 6 onzas.

241. Cuánto importan 5 palmos de cinta á razon de $\frac{3}{7}$ de peseta el palmo? Importan (XXV. pág. 22.) $\frac{15}{7}$ de peseta, ó bien 2 pesetas, 12 dineros $\frac{6}{7}$, ó bien 2 pesetas, 4 cuartos, 3 maravedís, 3 séptimos.

242. Cuánto se habrá de entregar á Pedro por 6 horas $\frac{2}{3}$, supuesto que cada hora gana 5 sextos de libra de ardites? Se habrá de entregar $\frac{100}{18}$ avos de libra, ó 5 tt 11 ß 1 $\frac{1}{3}$.

243. A razon de 8 ß $\frac{2}{3}$ por jornal, cuánto corresponde á un jornalero por 5 jornales, y $\frac{1}{4}$ de jornal? Reducidos (LVII. pág. 54.) los enteros, cada uno á la especie de su quebrado, resulta $\frac{21}{4}$ multiplicado por $\frac{26}{3}$; y así dígase, que al jornalero le corresponden 546 docenos de sueldo, ó bien 45 ß 6 moneda de Mallorca, Cataluña ó Valencia, ó bien 45 sueldos, 8 dineros de Aragon.

244. A 4 pesos $\frac{5}{9}$ la vara de paño, cuánto valen 3 varas y media? Valen 287. 18 avos de peso, ó bien valen en Cataluña 15 pesos, 13 reales, 5 dineros $\frac{1}{3}$; en Castilla 15 pesos, 14 reales, 5 maravedís, 2 tercios de maravedí vellon, contando el peso de 15 reales de vellon cabales; mas contándolo de 15 reales, 2 maravedís, valen 15 pesos, 14 reales, 7 maravedís, 5 novenos; en Valencia 15 pesos ó libras, 18 sueldos, 10 dineros, 2 tercios; en Cádiz 15 pesos, 7 reales plata, 8 cuartos, 8 novenos.

245. El importe de 4 quintos de onza de pan, á 2 tercios de maravedí la onza, cuál es? Es $\frac{8}{15}$ de maravedí.

246. Dijeron á un cirujano, que si en media hora, 5 minutos y $\frac{2}{3}$ salia bien de cierta operacion, le corresponderian el trabajo á razon de 4 ʃ $\frac{1}{7}$ por minuto. Salió con victoria. Pídese, cuánto se le ha de entregar? Hecha la reduccion (XXXI. pág. 26.) y la multiplicacion, se tendrá el producto 3103. 21 avos de sueldo; y así dígase, que se le han de entregar 147 ʃ 9 $\frac{1}{7}$, á no ser que sea moneda de Aragon, que en tal caso se le habrán de entregar 147 sueldos, 12 dineros 4. 21 avos de dinero jaqués.

247. Pídese un quebrado tal, que partido por 1 cuarto dé 3 octavos por cociente. Multiplicando $\frac{3}{8}$ por $\frac{1}{4}$, sale $\frac{3}{32}$ avos; y así (prob. 141. pág. 46.) dígase, que el quebrado que se pide es 3. 32 avos.

248. Qué quebrado es aquel, que partido por $\frac{1}{4}$ da 2 enteros, y $\frac{2}{3}$ por cociente? Es $\frac{8}{12}$.

LXVII.

Para partir un quebrado por otro, multiplíquese el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el producto póngase por numerador. Multiplíquese despues el denominador del dividendo por el numerador del divisor; y escrito el producto por denominador, se tendrá el quebrado que se pide por cociente; v. gr.

249. Pídese el cociente de $\frac{3}{4}$ partido por $\frac{2}{5}$.

$$\frac{3}{4} \diagdown \frac{2}{5} = \frac{15}{8}$$

Multiplicado el numerador 3 del dividendo por el denominador 5 del divisor, se tiene el numerador 15 del cociente. Multiplicado asimismo el denominador 4 del dividendo por el numerador 2 del divisor, se tiene el denominador 8 del cociente. Con que el cociente que se pide es 15 octavos.

250. Partiendo $\frac{3}{4}$ por $\frac{5}{6}$ saldrá $\frac{18}{20}$ avos por cociente.

251. Si se hubiese de partir $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{4}$, cuánto tocaria á cada uno? Tocarian 4 medios, ó bien 2 enteros. Y es así; porque

todo el $\frac{1}{2}$ toca á $\frac{1}{4}$: luego si á la cuarta parte de 1 le toca $\frac{1}{2}$, á 1 entero le tocarán 2 enteros. Pero ¿cómo podrá creerse, que partiendo un quebrado propio por otro, salga un cociente mayor que el dividendo? Dígase, que la esencia del partir consiste (xxxii. pág. 28) en buscar un cociente que encierre tantas unidades cuantas son las veces que el divisor está contenido en el dividendo; es así que el divisor $\frac{1}{4}$ está contenido 2 veces en el dividendo $\frac{1}{2}$: luego el cociente ha de encerrar 2 enteros.

252. 42 palmos $\frac{2}{3}$ de Cataluña cuántas canas catalanas componen? Adviértase, que en las reglas de partir quebrados ha de observarse lo mismo que se observó en las de multiplicar quebrados; esto es, que cuando algun término consta de entero y quebrado, han de reducirse los enteros (lvii. pág. 54.) á la especie de su quebrado; y cuando algun término consiste solamente en enteros, han de figurarse estos (prob. 187. pág. 54.) á manera de quebrado; y así partiendo $\frac{128}{3}$ por $\frac{8}{1}$, se hallará que 42 palmos $\frac{2}{3}$ componen $\frac{128}{24}$ avos de cana, ó bien (lviii. y l. pág. 55. y 48.) 5 canas, 2 palmos, 2 cuartos, y $\frac{2}{3}$.

253. 485 segundos $\frac{4}{9}$ cuántos minutos son? Son (xxxvi. xvii. prob. 187. y 188. pág. 37. y 54.) 4369. 540 avos de minuto, ó bien 8 minutos, 5 segundos, y $\frac{4}{9}$.

254. 5 cuarteras $\frac{6}{8}$ de cuartera de trigo, medida de Cataluña, costaron 31 ℔ $\frac{4}{7}$ moneda barcelonesa. Pídese, á cuánto viene la cuartera? Viene (xxxvii. pág. 38.) á 1768. 322 avos de libra, ó á 5 ℔ 9 ß 9 $\frac{123}{161}$ moneda barcelonesa.

255. Un jornalero de 8 jornales $\frac{3}{4}$ pide 53 reales de vellon. Pregunto, cuánto corresponde por jornal? Corresponde 212. 34 avos de real, ó bien 6 reales, 8 maravedís de vellon.

256. 5 octavos de vara de indiana costaron 12 reales de vellon $\frac{3}{4}$. Pídese el valor de 1 vara. Dígase, que el valor de 1 vara es $\frac{408}{20}$ avos de real, ó 20 reales, 13 maravedís $\frac{3}{5}$ de vellon.

257. 12 canas $\frac{1}{4}$ de cana de bayeta, medida de Mallorca, costaron 58 ℔ $\frac{2}{3}$. Pregunto, cuánto vale el $\frac{1}{4}$ de cana? Partiendo el precio (xxxvii. pág. 38.) por las canas, se halla que 1 cana vale $\frac{704}{147}$ avos de libra, ó bien 4 ℔ 15 ß 9 $\frac{12}{49}$. Tómese ahora el cuarto, y se tendrá que el $\frac{1}{4}$ de cana vale $\frac{704}{588}$ avos de libra, ó bien 1 ℔ 3 ß 11 $\frac{17}{49}$ avos de dinero mallorquin.

258. 5 palmos $\frac{2}{3}$ de palmo de cierta ropa costaron 24 reales, 18 oncenos de Cataluña. Pregunto, cuánto cuesta cada palmo, y cuánto los $\frac{2}{3}$? Dígase, que cada palmo cuesta 816. 187 avos de

real, ó bien 4 reales, 8 dineros $\frac{136}{187}$ avos. Si del valor de 1 palmo, se toman los $\frac{2}{3}$, se hallará que los 2 tercios de palmo cuestan 1632. 561 avos de real, ó 2 reales, 21 dinero, $\frac{153}{187}$ avos.

259. Repartió María tantas nueces á sus 3 hijos para merendar, que á los 3 séptimos de cada uno correspondieron 6 y $\frac{5}{7}$. Pregúntase, cuántas dió á cada hijo, y cuántas entre todos? Dió 15 nueces $\frac{11}{24}$ avos á cada hijo. Multiplicando por 3 las nueces que dió á cada hijo, se hallará que entre todos les dió 46 nueces $\frac{3}{8}$.

260. Empleé 483 reales de vellon en trigo, que la fanega me costó 53 reales $\frac{2}{3}$. Pregunto, cuántas fanegas de trigo compré? Compré (XXXVIII. pág. 38.) 1449. 161 avos de cahiz, ó bien 9 cahices de trigo cabales.

261. Gasté 384 reales vellon $\frac{5}{9}$, no me acuerdo por cuántas varas de lienzo; pero sí que me costó 11 reales $\frac{2}{3}$ la vara. Pídese, cuántas compré? Compré $\frac{10383}{315}$ avos de vara, ó 32 varas, 3 palmos, 3 cuartos, $\frac{41}{105}$ avos.

262. Por qué quebrado ha de multiplicarse $\frac{2}{3}$ para que por producto salgan 2 docenos? Ha de multiplicarse (prob. 144. pág. 46.) por $\frac{6}{24}$ avos; esto es (LII. pág. 50.) por $\frac{1}{4}$.

263. Qué número es aquel, que multiplicado por $\frac{1}{4}$, da 2 enteros, y $\frac{2}{3}$ por producto? Partiendo (LVII. pág. 54.) $\frac{8}{3}$ por $\frac{1}{4}$, se hallará que el número que se pide es 32 tercios, ó 10 enteros $\frac{2}{3}$; pues que multiplicando $\frac{32}{3}$ por $\frac{1}{4}$, sale $\frac{32}{12}$ ó 2 enteros $\frac{8}{12}$, igual 2 $\frac{2}{3}$.

LXVIII.

Cuando el numerador del divisor será (II. pág. 1.) parte alicota del numerador del dividendo, y tambien el denominador del divisor parte alicota del denominador del dividendo, se tendrá el cociente que se pidiere partiendo el numerador del dividendo por el numerador del divisor, é igualmente el denominador del dividendo por el denominador del divisor; v. gr.

264. Pídese, á cuánto viene la onza del pan, al respecto que $\frac{3}{5}$ de onza cuestan $\frac{12}{15}$ avos de maravedí?

12 . . .	3	4
—	— =	—
15 . . .	5	3

Habiéndose de partir 12 quincenos por 3 quintos, dígase: 12 por 3 les cabe á 4, y 15 por 5 les cabe á 3; con que cada onza de pan vendrá á $\frac{4}{3}$ de maravedí, ó á 1 maravedí $\frac{1}{3}$.

LXIX.

Cuando los denominadores serán iguales, bastará partir el numerador del dividendo por el numerador del divisor; v. gr.

265. A cuánto sale la onza de cierta mercaduría al respecto que $\frac{2}{11}$ de onza valen 9 oncenos de dinero?

$$\frac{9}{11} \cdot \frac{2}{11} = 4\frac{1}{2}$$

Porque el denominador del dividendo es igual al del divisor, pártase el numerador 9 por el numerador 2, y saliendo $4\frac{1}{2}$ por cociente; dígase que la onza sale á 4 dineros $\frac{1}{2}$.

LXX.

EXAMEN DE LAS FRACCIONES.

Para examinar la logística de los quebrados, basta tener presente el examen, que practicamos en las reglas de sumar, restar, multiplicar y partir números enteros; esto no obstante:

Para examinar el valor de un quebrado, pártase el cociente que salió por lo que vale el entero, de que es parte el quebrado propuesto; y si sale un quebrado igual al quebrado dado, estará exacta la operacion; v. gr.

266. El quebrado $\frac{7}{9}$ de libra de ardites cuánto importa?

$$\frac{15\ 6\ \frac{2}{3}}{20} = \frac{186\frac{2}{3}}{240} = \frac{560}{720} = \frac{7}{9}$$

Que el quebrado 7 novenos de libra de ardites importe (L. pág. 48.) 15 $\frac{5}{}$ 6 $\frac{2}{3}$, examínese de esta manera: Pártase por 20 su valor en forma de quebrado, como parece en el egemplo, y porque el numerador consta de varias especies, redúzcase la primera (XXXI. pág. 26.) á la segunda, y por el mismo número (XXXIX. pág. 40.) multiplíquese el denominador 20, y se tendrá el quebrado segundo. El numerador y denominador de este quebrado segundo multiplíquese por el 3, que es denominador del quebrado que se halla en el numerador, y se tendrá el quebrado tercero, que reducido (LII. pág. 50.) á la menor espresion, da cabalmente el quebrado propuesto $\frac{7}{9}$; y así dígase, que está exacta la operacion.

267. El valor de este quebrado $\frac{48}{72}$ avos de sueldo valenciano, catalan ó mallorquin es 8 dineros. Y es así porque $\frac{8}{12}$ es igual (LIII. pág 51.) á $\frac{48}{72}$ avos: pues reducidos á un denominador comun, dan los numeradores iguales.

268. Este quebrado $\frac{3}{5}$ de sueldo jaqués ó aragonés vale 9 dineros $\frac{3}{5}$ de otro dinero jaqués. Y es así; porque 9 $\frac{3}{5}$. 16 avos es igual á $\frac{48}{80}$, y este reducido (LIV. pág. 52.) al denominador 5, da exactamente $\frac{3}{5}$.

269. El quebrado $\frac{5}{8}$ de real de vellon encierra 21 maravedís $\frac{2}{4}$; porque 21 $\frac{1}{4}$. 34 avos; esto es 85. 136 avos es lo mismo que 5 octavos: pues $\frac{5}{8}$ reducido (LV. pág. 53.) al denominador 136, tiene la misma espresion que aquel.

LXXI.

Para examinar la máxima medida de dos ó mas números, multiplíquese (XLVIII. pág. 46.) cada divisor por su cociente; y si añadiendo lo que sobró, salen puntualmente sus dividendos, estará exacta la operacion. Examínense pues los egemplos 153 y 157.

LXXII.

Para examinar la menor espresion de un quebrado, multiplíquense los términos del quebrado reducido por la mayor medida comun; y si sale el quebrado que se redujo, estará exacta la operacion; v. gr.

270. El quebrado $\frac{84}{88}$ reducido á la mas simple espresion (LII. pág. 50.) es $\frac{21}{22}$; y porque multiplicado el numerador y denominador de este tal quebrado reducido por la máxima medida (XXXIX. pág. 49.) 4, sale puntualmente el quebrado 84. 88 avos, que se redujo, está exacta la operacion.

271. Infiérese de aquí que la mayor espresion ó aumento de un quebrado, se examina partiendo los términos aumentados por el número que se multiplicaron; por consiguiente; si los dos términos del quebrado $\frac{3}{5}$ se multiplican por 4, se tendrá $\frac{12}{20}$ avos; y porque partiendo el numerador y denominador por la misma medida 4, sale puntualmente el mismo quebrado $\frac{3}{5}$, dígase que no se padeció equivocacion.

LXXIII.

Para examinar la reduccion de los quebrados á un denominador comun, tómese el primer quebrado de los que se redujeron, y el primero de los reducidos, y si multiplicando el numerador de cada uno de estos por el denominador del otro, salen productos iguales, estará exacta la operacion: hágase lo mismo con el segundo de los que se redujeron, y el segundo de los reducidos; lo mismo con el tercero, y tercero, &c.; y si se verifica con

exactitud lo que se dijo de los dos primeros, no se habrá padecido equivocacion; v. gr.

272. Examínese si en la resolucion del problema 163 se halla alguna equivocacion, practicando lo referido, en primer lugar con los dos quebrados $\frac{2}{3}$, y $\frac{112}{168}$; en segundo con $\frac{4}{7}$ y $\frac{96}{168}$, y en tercero con $\frac{5}{8}$ y $\frac{105}{168}$. Y porque en cada uno de los dos primeros sale 336; en cada uno de los dos segundos 672; y 840 en los dos últimos, dígase que se procedió con acierto. Esta especie de quebrados puede tambien exáminarse, reduciéndolos (LII. pág. 50.) á la menor espresion. Asimismo, reduciendo cada quebrado (LIV. pág. 52.) al denominador de su correspondiente. De la misma manera, partiendo cada numerador nuevo, é igualmente el denominador comun por la misma medida, que se aumentó el numerador y denominador de su correspondiente quebrado de menor espresion. En fin buscando (L. pág. 48.) el valor que se quiera de cada uno de los quebrados nuevos, y de su correspondiente de menor espresion.

De lo dicho puede facilmente colegirse el modo de examinar la reduccion de los quebrados (LIV. pág. 52.) al denominador determinado, y la reduccion de los quebrados (LV. pág. 53.) al denominador mayor.

LXXIV.

La reduccion de los enteros (LVI. pág. 53.) á quebrados, y la de los enteros (LVII. pág. 54.) á la especie de su quebrado, se examinan por la reduccion de los quebrados impropios (LVIII. pág. 55.) á enteros; y la reducion de los quebrados impropios á enteros se examina por la reduccion de enteros á quebrado, ó de enteros á la especie de su quebrado.

LXXV.

Para examinar la reduccion del quebrado compuesto á simple, pártanse los terminos del quebrado sencillo por los términos del primer quebrado de quebrado: los términos del cociente resultante por los términos del segundo quebrado de quebrado: y si continuando hácia la derecha hasta el penúltimo quebrado de quebrado inclusive, sale por cociente un quebrado igual al último, estará exacta la operacion; v. gr.

273. Este quebrado compuesto $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{7}{9}$ redúzcase á simple.

$\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{7}{9}=\frac{56}{135}$			
Examen.			
$\frac{56}{135}\cdot\frac{4}{5}$ } $\frac{14}{27}\cdot\frac{2}{3}$ } $\frac{7}{9}$			

Reducido el presente quebrado compuesto (LIX. pág. 54.) á simple, sale 56. 135 avos, cuyo quebrado partido por el primer quebrado de quebrado $\frac{4}{5}$, da (LXVIII. pág. 65.) el cociente $\frac{14}{27}$, cuyo cociente partido por el quebrado que sigue $\frac{2}{3}$, da cabalmente el quebrado último $\frac{7}{9}$; y así dígase, que el problema propuesto está resuelto sin error.

LXXVI.

Las reglas de sumar, restar, multiplicar y partir quebrados se examinan por operaciones contrarias, como se dijo (XLIV. pág. 44.) de los enteros; v. gr.

274. Examínese (XLV. pág. 44.) la suma de $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$.

Quebrado exceptado. $\frac{3}{4}$	18 . . 12 . . 16	18. *Partida exceptada.*
$\frac{1}{2}$		12
	$\frac{3}{4}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$	16
$\frac{2}{3}$		46. *Suma total.*
	24.	28. *Suma parcial.*
Suma. . . . . . . 1 y $\frac{22}{24}$		$\frac{18}{24}=\frac{3}{4}$ } ...*Diferencia.*

275. Examínese (XLVI. pág. 45.) la diferencia entre $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$.

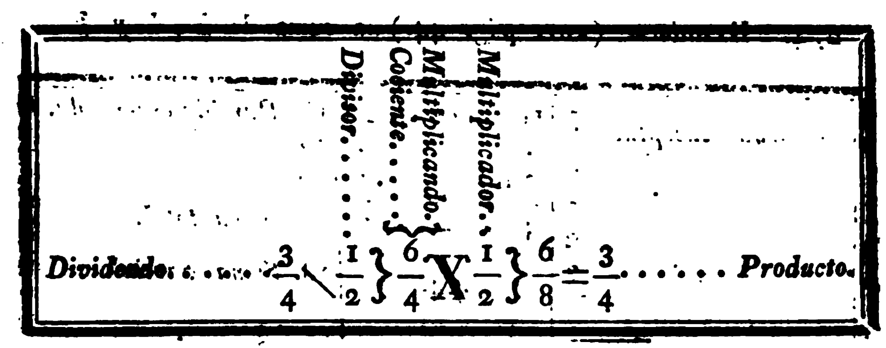
Minuendo. . . $\frac{3}{4}$	15 . . . 8	15 . . . . *Minuendo.*
		8 . . . . *Subtraendo.*
Subtraendo. . . $\frac{2}{5}$	$\frac{3}{4}$ . . $\frac{2}{5}$	7 . . . . *Diferencia.*
Diferencia. . . $\frac{7}{20}$	20	$\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$ } *Suma.*

276. Examínese (XLVII. pág. 45.) el producto de $\frac{3}{4}$ multiplicado por $\frac{1}{2}$.

Divisor. . . . .
Dividendo. }
Producto. }
Multiplicador.

Multiplicando. . $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \Big\} \frac{3}{8} \diagdown \frac{3}{4} \Big\} \frac{12}{24} = \frac{1}{12}$ . . . . Cociente.

277. Examínese (XLVIII. pág. 46.) el cociente de $\frac{3}{4}$ partido por $\frac{1}{2}$.



LXXVII.
DEL SUMAR NÚMEROS DENOMINADOS.

Sumar compuesto es hacer un agregado ó suma igual á varias partidas heterogéneas dadas. Pero adviértase en cada coluna de las especies inferiores, que llegando estas á cierto número pasan á la superior inmediata de la izquierda; y así téngase singular atencion en mirar cuantos de la especie última ó inferior componen un entero de la penúltima; cuantos de la especie penúltima un entero de la antepenúltima; cuántos de èsta un entero de la otra: y dejando lo sobrante debajo de la coluna, que se cuenta, llévense tantos cuantos sean los enteros producidos, cuales han de juntarse á la especie inmediata de la izquierda. Y resolviendo la especie superior, hágase (XI. pág 6.) como en el sumar simple; v. gr.

278. Súmense 684 canas, 7 palmos, 3 cuartos de paño, con 836 canas, 2 palmos ¼, y 538 canas, 3 palmos ½.

Canas.	Palmos.	Cuartos.
684	7	3
836	2	1
538	3	2
2059	5	2

Empezando por la coluna de los cuartos, dígase: 3, 4, 6; y porque 6 cuartos componen 1 palmo y sobran 2 cuartos, escríbase el exceso 2 debajo de la coluna de los cuartos, y llévese 1 palmo, que unido con el 7, hace 8, y 2, 10, y 3, 13; y porque 13 palmos componen 1 cana, y sobran 5 palmos, escríbanse los 5 palmos debajo de su correspondiente coluna, y llévese 1 cana, que juntada con las 4 hacen 5, y 6, 11, y 8, 19, escríbase 9, y llévese 1, 9, 12, 15, escríbase 5, y llévese 1, 7, 15, 20, escríbase cero, y llévense 2, que se escriben un lugar adelantado, por no haber mas colunas que sumar. Con que la suma de las tres partidas es 2059 canas, 5 palmos ½.

279. Compré 532 varas, 3 palmos, 3 cuartos de palmo de cierta ropa; mas 98 varas, 1 palmo, 2 cuartos; mas 147 varas, 3 palmos, 1 cuarto; mas 84 varas, 2 palmos, 3 cuartos. ¿Cuánta ropa compré? Compré 863 varas, 2 palmos, 1 cuarto de otro palmo.

280. Entregué á Pio 8362 tt 5 ß 3 de una partida; de otra 5270 tt 9 ß 6; y de otra 485 tt 7 ß 7. Pídese, cuánto le entregué?

8362	tt	5 ß	3
5270	tt	9 ß	6
485	tt	7 ß	7
14118	tt	2 ß	4

Porque de 12 en 12 dineros componen 1 sueldo, y de 20 en 20 sueldos 1 libra, en la coluna de los dineros déjese el exceso 4, y en la de los sueldos el exceso 2, y prosiguiendo en las libras, como está dicho (núm. pág. 6.), se hallará, que entregué á Pio la suma de 14118 tt 2 ß 4.

281. Me entregaron 48 tt 19 ß 1 ¾ de una partida; de otra 64 tt 18 ß 3 ¼, y de otra 58 tt 17 ß 2 ½. Pregunto, cuánto me entregaron?

48 ƚƚ 19 ß 1 $\frac{2}{3}$	56	21	60	56
64 ƚƚ 18 ß 3 $\frac{1}{4}$				24
58 ƚƚ 17 ß 2 $\frac{5}{7}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{7}$	60
				137
172 ƚƚ 14 ß 7 $\frac{53}{84}$		84		84

Reducidos los quebrados (LIII. pág. 51) á un denominador comun, y hecha la suma (LXI. pág. 57) se halla el quebrado impropio $\frac{137}{84}$, que reducido á enteros (LVIII. pág. 55.) sobra el quebrado $\frac{53}{84}$, que lo escribo debajo de su coluna, y llevo 1 dinero, que con los demas, que allí se encuentran, hacen los 7 que están escritos debajo. En la coluna de los sueldos dígase: 9, 17, 24, escribo 4 y llevo 2, 3, 4, 5; y porque cada par de decenas de sueldos componen 1 libra, dígase: la mitad de 5 es 2, escribo el 1 que sobra, y llevo 2 libras, y 8 son 10, &c. Respóndase, pues, que me entregaron 172 ƚƚ 14 ß 7 $\frac{53}{84}$ avos.

282. El agregado de 25 signos, 12 grados, 48 minutos, 57 segundos; con 47 signos, 18 grados, 3 minutos, 42 segundos; y 31 signos, 23 grados, 5 minutos y 32 segundos; mas 54 signos, 16 grados, 25 segundos, cuál es?

Signos.	Grados.	Minutos.	Segundos
25	12	48	57
47	18	3	42
31	23	5	32
54	16	0	25
159	9	58	36

Porque un signo se compone de 30 grados, un grado de 60 minutos, y un minuto de 60 segundos, que son decenas exactas, súmense primero las unidades, y despues ordenadamente las decenas, advirtiendo que cada sexto de las decenas de segundos compondrá un minuto, cada sexto de las decenas de minutos un grado, y cada tercio de las decenas de grados un signo, y dejando debajo lo sobrante de cada coluna, se tendrá que el agregado de las cantidades propuestas es 159 signos, 9 grados, 58 minutos y 36 segundos.

283. En una arquilla hay cuatro partidas; una de 836 pesos, 12 reales, 24 maravedís; otra de 948 pesos, 14 reales, 18 maravedís; otra de 1768 pesos, 9 reales, 32 maravedís; y otra de 950 pesos, 6 reales, 8 maravedís. Pregunto, cuánto dinero hay en la arquilla? Hay 4504 pesos, 13 reales, 14 maravedís, contando el peso por 15 reales de vellon cabales, como en Castilla;

pero contándolo por 15 reales, 2 maravedís vellon, como en Cataluña; hay 4504 pesos, 13 reales, 10 maravedís.

284 Por una funcion gasté 84 tt 12 ß 3 dineros en pan y vino; en carnero, perdices y capones 97 tt 18 ß 4; en lo demas 246 tt 3 ß 1. Pídese, cuánto gasté entre todo? Gasté 428 libras, 13 sueldos, 8 dineros.

285. Compré 348 canas, 5 palmos, $\frac{1}{4}$ de paño. Item 623 canas, 7 palmos, $\frac{2}{4}$. Item 87 canas, 3 palmos, $\frac{3}{4}$. Item 249 canas, 2 palmos. Pídese, cuánto paño compré? Compré 1309 canas, 2 palmos, $\frac{2}{4}$.

286. Un hornero compró 460 cuarteras, 5 cuartanes de trigo de una partida; de otra 237 cuarteras, 8 cuartanes; y de otra 816 cuarteras, 6 cuartanes. Pídese, cuánto trigo compró. Compró 1514 cuarteras, 7 cuartanes.

287. En un almacen hay 8365 cuarteras, 9 cuartanes, 3 picotines de trigo; en otro 19647 cuarteras, 11 cuartanes, 1 picotin; en otro 9748 cuarteras, 4 cuartanes $\frac{1}{2}$; y en otro 39618 cuarteras, 3 picotines. Pregúntase, cuánto trigo hay en los cuatro almacenes? Hay 77380 cuarteras, 2 cuartanes, 1 picotin.

288. Pedro tiene 64 años, 3 meses, 18 dias, 15 horas $\frac{3}{4}$. Juan 57 años, 23 dias, 9 horas $\frac{3}{4}$. Diego 34 años, 6 meses, 21 horas $\frac{2}{4}$. Pídese, cuánto tiempo tienen entre los tres? Tienen 155 años, 10 meses, 12 dias, y 23 horas.

289. Un comerciante compró 346 cargas, 23 cuartanes, 12 cuartas de aceite; otro 738 cargas, 15 cuartanes, 9 cuartas; y otro 564 cargas, 27 cuartanes, 13 cuartas. Pregúntase, cuánto aceite compraron entre los tres? Compraron 1650 cargas, 7 cuartanes, 2 cuartas.

290. Un señor vendió 476 cargas, 3 barrilones, 29 mitadellas de vino; despues 149 cargas, 1 barrilon, 16 mitadellas; y por último 285 cargas, 2 barrilones, 24 mitadellas. Deséase saber cuánto vino vendió? Vendió 912 cargas, y 5 mitadellas.

291. Un confitero vendió en Cataluña 47 libras, 8 onzas de cierta mercaduría por 321 reales, 18 dineros. Item 35 libras, 6 onzas $\frac{1}{2}$ por 239 reales, 15 dineros. Item 24 libras, 4 onzas por 164 reales, 6 dineros. Pregunto, cuánta mercaduría vendió, y cuánto sacó de toda? Vendió 107 libras, 6 onzas, $\frac{1}{2}$; y de toda sacó 725 reales, 15 dineros.

292. Pedro recibió 248 quintales, 2 arrobas, 15 libras de cáñamo de una partida; de otra 572 quintales, 24 libras; y de

otra 736 quintales, 3 arrobas, 8 ₶. Pídese, cuánto cáñamo recibió? Si el peso es de Cataluña recibió 1557 quintales, 2 arrobas, 21 libras: pero si es de Castilla 1557 quintales, 2 arrobas, 22 libras.

293. Juan compró 78 cargas, 2 quintales, 3 arrobas, 14 libras, 8 onzas, $\frac{3}{4}$ de cierta mercaduría. Item 83 cargas, 1 quintal, 2 arrobas, 5 onzas, $\frac{1}{4}$. Item 67 cargas, 2 quintales, 2 arrobas, 22 libras, 8 onzas, $\frac{3}{4}$. Item 35 cargas, 3 arrobas, 7 libras, 1 onza. Pídese, cuánta mercaduría compró? Si es peso corriente en Cataluña, dígase que compró 265 cargas, 1 quintal, 3 arrobas, 18 libras, 11 onzas, $\frac{3}{4}$: pero si corriente en Castilla, compró 265 cargas, 1 quintal, 3 arrobas, 19 libras, 7 onzas, $\frac{3}{4}$.

294. Un platero tiene 456 marcos, 3 onzas, 2 cuartos, 1 adarme, y 34 granos de plata; mas 85 marcos, 7 onzas, 3 cuartos, 3 adarmes, 28 granos; mas 24 marcos, 6 onzas, 1 cuarto, 2 adarmes, 31 granos; mas 178 marcos, 4 onzas, 2 cuartos, 3 adarmes, 19 granos. Pregunto, cuánta plata tiene? Dígase, que tiene 745 marcos, 6 onzas, 3 cuartos y 4 granos.

295. Pídese el agregado de 35 toesas, 4 pies, 8 pulgadas, 11 líneas; 24 toesas, 3 pies, 10 pulgadas, 3 líneas; y 44 toesas, 5 pies, 7 pulgadas, 9 líneas. El agregado, que se pide, es 105 toesas, 2 pies, 2 pulgadas, 11 líneas.

296. Pedro compró 647 varas, 3 palmos, $\frac{3}{4}$ de lienzo por 4867 reales, 21 maravedís vellon, y 6742 varas, 2 palmos, $\frac{3}{4}$ por 51086 reales, 17 maravedís vellon. Preguato, cuánto lienzo compró, y cuánto le costó? Dígase, que compró 7390 varas, 2 palmos $\frac{1}{4}$ de lienzo, y que le costó 55954 reales, 4 maravedís yellon

297. Juan compró trigo, vino y aceite. El trigo le costo 786 pesos, 5 reales plata, 11 cuartos, 3 maravedís $\frac{2}{7}$: el vino 345 pesos, 7 cuartos, 1 maravedí $\frac{4}{9}$: el aceite 149 pesos, 3 reales de plata, 9 cuartos, y $\frac{5}{12}$ de maravedí. Pídese, cuánto le costó todo? Le costó (prob. 279. pág. 71.) 1281 pesos, 1 real plata, 12 cuartos, 1 maravedí, $\frac{111}{756}$ avos.

298. Ignacio compró cierta mercaduría por 3867 ₶ 18 ß 9 $\frac{3}{4}$. Pregunto, por cuánto la volverá á vender para gaaar el sexto del precio que le costó? La volverá á vender por 4512 ₶ 11 ß 11 $\frac{3}{8}$. Y es así; porque el sexto del importe (LVII. y LXII. pág. 54 y 58.) es 644 ₶ 13 ß 1 $\frac{15}{24}$, el cual, sumado con dicho importe, hace (LII. pág. 50.) el agregado espresado.

299. Un confitero compró 84 libras, 5 onzas, $\frac{2}{3}$ de cierta mercaduría por 238 reales, 16 dineros $\frac{4}{5}$; mas 42 libras, 7 onzas $\frac{4}{5}$ por 119 reales, 18 dineros y $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4}$; mas 82 libras, 9 onzas, y $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{7}$ por 220 reales, 21 dineros $\frac{5}{8}$. Pídese, cuánta mercaduría compró, y cuánto le costó? Reducido (LIX. pág. 55.) el $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{7}$ de onza, y hecha despues la suma (prob. 279. pág. 71.) dígase, que compró 209 libras, 10 onzas, $\frac{143}{210}$ avos, peso catalan. Hágase lo mismo en el precio, y se tendrá que le costó 579 reales, 8 dineros $\frac{284}{480}$ avos de dinero.

LXXVIII.
DEL RESTAR NÚMEROS DENOMINADOS.

Restar compuesto es buscar una diferencia ó resíduo entre dos números heterogéneos dados, que sea igual á la cantidad en que se distingue el minuendo del subtraendo. Pero adviértase, que cuando la nota de la especie del subtraendo es de mayor espresion que su correspondiente del minuendo, esta ha de aumentarse de tantas unidades, cuantas incluye un entero de la especie inmediata de la izquierda, trasladado al lugar que aquella ocupa en la derecha; y en tal caso llévese 1 para juntarlo á la especie inmediata de la izquierda del subtraendo: y cuando se resuelva la especie superior, obsérvese el mismo método (XII. pág. 8.), que en el restar simple; v. gr.

300. Pedro tenia 847 canas, 5 palmos $\frac{1}{4}$ de paño. Pregunto, habiendo vendido ya 462 canas, 5 palmos $\frac{3}{4}$, cuánto paño le queda?

Canas.	Palmos.	Cuartos.
847	5	1
462	5	3
384	7	2

Porque 3 cuartos no pueden quitarse de 1, auméntese este de 4, que son los cuartos que encierra 1 palmo, y dígase: de 3 á 5 van 2, que los escribo, y llevo 1 palmo, que juntado á los 5 del subtraendo, hace 6 palmos; los cuales no pudiéndose restar de los 5 de arriba, auméntense aquellos de tantos palmos como encierra 1 cana, y se tendrán 13 palmos, y así dígase: de 6 á 13 van 7, y llevo 1 cana, y 2 son 3, á 7 van 4. De 6 á 14 van 8, y llevo 1, y 4, 5, á 8 van 3. Con que respóndase, que á Pedro le quedan 384 canas, 7 palmos, $\frac{2}{4}$ de paño. Tal vez se hallará mas facil la cuenta diciendo: porque 3 cuartos no pueden quitarse de 1, quítense los 3 de los 4 que tiene 1 palmo,

diciendo: de 3 cuartos á 4 cuartos, que tiene 1 palmo, va 1 cuarto, y 1 que se encuentra á la derecha del minuendo son 2, que los escribo debajo, y llevo 1 palmo, que con los 5 del subtraendo componen 6: dígase ahora: de 6 palmos á 8 palmos, en que se divide 1 cana, van 2, y 5 del minuendo hacen 7, que los escribo debajo, y llevo 1 cana, que con las 2 del subtraendo hacen 3, á 7 van 4, &c.

301. Una señora tomó una criada en el dia 8 de Septiembre de 1793 en punto de las 5 horas, y 25 minutos de la tarde, y la despidió en el dia 30 de Abril de 1804 á las 10 horas y 38 minutos de la mañana. Pregunto, cuánto tiempo la sirvió?

Para resolver este problema y otros semejantes, adviértase que el año civil empieza en el primer instante del dia 1 de Enero. En esta suposicion escríbase por minuendo todo el tiempo vencido desde el primer instante del año 1 del nacimiento de Jésus hasta al momento que se despidió la tal criada, y luego por subtraendo el tiempo corrido hasta que se recibió, y la diferencia indicará lo que se pide; y así en el caso propuesto dispóngase la regla en esta forma.

Años.	*Meses.*	*Dias.*	*Horas.*	*Cuartos.*	*Minutos.*
1803	3	29	10	2	8
1792	8	7	17	1	10
10	7	21	17	0	13

Respecto que 10 minutos no pueden restarse de 8, auméntense estos de tantos minutos como encierra 1 cuarto, y se tendrá 23: dígase pues, de 10 á 23 van 13, y llevo 1, y 1, 2, á 2 va cero. Tampoco 17 horas pueden restarse de 10; pero aumentadas estas de las horas que encierra 1 dia, se dirá: de 17 á 34 van 17, y llevo 1 dia, que juntado á los 7 hacen 8, los cuales quitados de 29 quedan 21: de 8 á 15 van 7, y llevo 1, y 2, 3, á 3 va cero: de 7 á 8 va 1. Dígase pues, que aquella criada sirvió á su señora 10 años, 7 meses, 21 dias, 17 horas y 13 minutos. Si no te gusta este modo de resolver, practica el segundo de la regla antecedente.

302. Pablo compró una hacienda por 86350 tt 15 ℈ 11, y Diego compró otra por 68947 tt 19 ℈ 8. Pregúntase, cuánto mas costó la hacienda de Pablo que la de Diego?

8	6	3	5	0	tt	1	5	ß	1	1
6	8	9	4	7	tt	1	9	ß		8
1	7	4	0	2	tt	1	6	ß		3

Empiécese por los dineros, diciendo: de 8 á 11 van 3. Váyase ahora á los sueldos, y dígase: de 19 sueldos á 20 sueldos que tiene 1 libra va 1 sueldo, y 15 del minuendo componen 16, que los escribo debajo, y llevo 1 libra, que con las 7 del subtraendo hacen 8, á 10 van 2, &c. Dígase pues, que la hacienda de Pablo costó 17402 tt 16 ß 3 mas que la de Diego.

303. El dinero que tiene Pedro sube á 8627 tt 19 ß 8 $\frac{3}{8}$. Sus deudas llegan á 3707 tt 12 ß 9 $\frac{7}{13}$. Pregunto, habiéndolas satisfecho, cuánto le quedará?

8627 tt 19 ß 8 $\frac{3}{8}$	39	56	39
3707 tt 12 ß 9 $\frac{7}{13}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{56}{87}$
4920 tt 6 ß 10 $\frac{87}{104}$	104		104

Reducidos los quebrados (LIII. y LXV. pág. 51. y 61.) dígase: de 56 á 39 no puede ser; y así tómese 1 dinero, que reducido (LVII. pág. 53.) á la especie de su quebrado, hace 104. y 39, 143; de cual número quitando el 56, restan $\frac{87}{104}$ avos de dinero, y llevo 1 dinero, el cual juntado con los 9 hacen 10; y porque 10 no puede restarse de 8 tómese 1 ß, que son 12 dineros, que con los 8 suben á 20: con que de 10 á 20 van 10, que los escribo, y llevo 1 ß, y 2 son 3, á 9 van 6. De 1 á 1 va cero. En la subtraccion de las libras (XII. pág. 8.) no hay dificultad; y así hecha la resta, respóndase, que habiendo Pedro satisfecho, le quedarán 4920 tt 6 ß 10 $\frac{87}{104}$ avos.

304. Pídese la diferencia entre 635 canas, 5 palmos, $\frac{3}{4}$ y 221 canas, 3 palmos, $\frac{1}{2}$; y hallando ser 414 canas, 2 palmos, $\frac{1}{4}$, estará exacta la operacion.

305. Un tendero tiene 546 varas, 2 palmos de lienzo, y 385 varas, 3 palmos de tafetan. Pídese, cuánto lienzo tiene mas que tafetan? De lienzo tiene 160 varas, 3 palmos mas que tafetan.

306. Quien debiese 8625 reales, 4 maravedís vellon, y pagase 5819 reales, 6 maravedís, quedaria á deber 2805 reales, 32 maravedís.

307. Pedro me debe 8247 tt 18 ß 9. Pídese, habiéndome satisfecho 5473 tt 12 ß 4, cuánto me queda á deber? Me queda á deber 2774 tt 6 ß 5.

308. Me vino Francisco con 5624 tt 12 ß 3. Pregunto, ha-

biéndome de entregar 6816 ℔ 10 ℔ 2, cuánto falta? Falta 1191 ℔ 17 ℔ 11.

309. Vendí 36 libras de azucar por 183 reales, 18 dineros; mas 12 libras de canela por 376 reales, 15 dineros; en fin otras mercadurías por 216 reales, 9 dineros. Pregunto, habiéndome satisfecho 488 reales, 17 dineros de una partida; de otra 97 reales, 8 dineros; y de otra 204 reales, 21 dineros, cómo quedamos de cuentas? Sumando las tres partidas de la deuda salen 776 reales, 18 dineros, y sumando las tres satisfechas salen 790 reales, 22 dineros. Réstese ahora la deuda total de lo satisfecho; y dígase, que aun me han satisfecho 14 reales, y 4 dineros mas de lo que me debian.

310. De los 536 quintales, 2 arrobas, 23 libras de azucar, que tenia Antonio, le compraron 286 quintales, 3 arrobas. Pregúntase, cuánto azucar le quedó? Le quedaron 249 quintales, 3 arrobas, 23 libras.

311. Un confitero compró 647 quintales, 2 arrobas, 18 libras, 5 onzas de arroz; y despues 819 quintales, 1 arroba, 2 libras, 1 onza. Díme, cuánto arroz compró mas la segunda vez que la primera? Dí, que la segunda vez compró 171 quintales, 2 arrobas, 9 libras, 8 onzas mas que la primera, si el peso es corriente en Cataluña, y si corriente en Castilla 171 quintales, 2 arrobas, 8 libras, 12 onzas.

312. Un labrador tenia dos montones de carbon: En el uno habia 1843 cargas, 1 quintal, 2 arrobas, 11 libras; y en el otro 976 cargas, 2 quintales, 3 arrobas, 23 libras. Pregunto, cuánto carbon menos habia en este que en aquel? Habia 866 cargas, 1 quintal, 2 arrobas, 14 libras menos. Digo esto en Cataluña; mas en Castilla diria lo mismo menos 1 libra.

313. Juan vendió 748 cuarteras de trigo por 4338 ℔ 8 ℔: Pregunto, habiéndole satisfecho 3860 ℔ 19 ℔ 5, cuánto le quedan á deber? Le quedan á deber 477 ℔ 8 ℔ 7.

314. Diego compró 4682 cuarteras, 5 cuartanes, ½ de trigo, menos 1745 cuarteras, 8 cuartanes, 3 picotines, por 27435 ℔ 12 ℔ 4, menos 12747 ℔ 18 ℔ 11. Pídese, cuánto trigo compró, y cuánto le costó? Compró 2936 cuarteras, 8 cuartanes, 3 picotines de trigo, y le costaron 14687 ℔ 13 ℔ 5.

315. En un almacen tengo 246 cargas, 12 cuartanes, 8 cuartas de aceite: para el consumo de mi casa anualmente necesito 8 cargas, 26 cuartanes, 13 cuartas. Decidme, quitado el aceite que

necesito para el gasto de un año, cuánto me quedará para vender? Me quedarán 237 cargas, 15 cuartanes, 11 cuartas.

316. Un platero de 348 marcos, 5 onzas, 3 cuartos, 2 adarmes, 19 granos, que tenia, empleó 124 marcos, 7 onzas, 1 cuarto, 3 adarmes, 24 granos por algunos platos. Decidme, cuánta plata le quedó? Le quedaron 223 marcos, 6 onzas, 1 cuarto, 2 adarmes, 31 granos.

317. Pedro tiene 65 años, 4 meses, 17 dias, 21 horas, 3 cuartos: Juan cuenta 48 años, 9 meses, 26 dias, 23 horas $\frac{1}{4}$. Pídese, cuánto tiempo menos tiene Juan que Pedro? Tiene 16 años, 6 meses, 20 dias, 22 horas, 2 cuartos menos.

318. Un caballero tomó un criado en 25 de Julio del año de 1788 á las 9 horas y media de la mañana, y le despidió en el dia 3 de Mayo de 1804 en punto de las 8 horas, menos cuarto, tambien de la mañana. Pídese cuánto tiempo le sirvió? Le sirvió 15 años, 9 meses, 7 dias, 22 horas, 1 cuarto.

319. Supuesto que salió de Cádiz un navio en el dia 24 de Agosto de 1803 en punto de las 4 horas, 26 minutos, 54 segundos de la tarde, y llegó otra vez á aquella Ciudad en el dia 3 de Mayo de 1804 en punto de las 10 horas, 7 minutos, 4 segundos de la mañana, cuánto tiempo estuvo en el viage? Estuvo 8 meses, 8 dias, 17 horas, 2 cuartos, 10 minutos, y 10 segundos.

320. Pedro tiene 5460 pesos, 8 reales vellon, 11 maravedís $\frac{7}{8}$ menos que Juan: Juan tiene 12687 pesos, 5 reales, 8 maravedís $\frac{3}{4}$. Decidme cuánto tiene Pedro? Si en la resolucion de este problema tomamos el peso de 15 reales, 2 maravedís de vellon castellano, diremos, que Pedro tiene 7226 pesos, 11 reales, 32 maravedís, 7 octavos de otro maravedí de vellon; pero si lo consideramos en el valor de 15 reales de vellon cabales, hallaremos que tiene 2 maravedís menos. Repásese el problema 98 y su advertencia, pág. 36.

321. Vaya v. m. á Ticio, y dígale, que le entregue el tercio de las 6948 ℔ 13 ℥ 1 $\frac{3}{4}$ que él sabe, y que me participe luego el resíduo. Tómese el tercio del dinero espresado, y se tendrá 2316 ℔ 4 ℥ 4 $\frac{7}{12}$, cuya cantidad quitada de aquella dará el resíduo 4632 ℔ 8 ℥ 9 $\frac{2}{12}$.

322. Un comerciante compró cierta mercadurìa por 3867 ℔ 18 ℥ 6 $\frac{4}{7}$. Pídese, cuánto ha sacado de la mercadurìa espresada, habiéndola vendido por un sexto menos del precio que le costó?

El sexto de la cantidad dada es 644 tt 13 ʃ 1 $\frac{4}{42}$, la cual quitada de aquella, nos da á entender que el comerciante sacó de la espresada mercaduría 3223tt5ʃ5$\frac{10}{21}$.

LXXIX.

DE LA REDUCCION DE MONEDAS, PESAS Y MEDIDAS.

El producto, que resulta, multiplicando todo el número de la especie de moneda, pesa ó medida, que se ha de reducir ó trasladar, por el primer número que de ella (sin que sobre, ni falte) se puede componer el número primero de la especie de moneda, pesa ó medida, que se vá á buscar, partido por tanto número como de aquella se necesita para componer exactamente el tal número primero de la especie que se ha de indagar, da un cociente igual á lo que se pide; v. gr.

323 Pídese, 486 pesetas provinciales corrientes en Cataluña cuántas libras de ardites hacen?

```
   4 8 6
       3 tt
 1 4.5.8.      | 8 pesetas.
   6 5         | 182 tt 5 ʃ
     1 8
       2
       2 0
       4 0
       0
```

Habiéndose de reducir 486 pesetas á libras de ardites, multiplíquense estas por 3, por ser 3 el primer número de libras, que exactamente se puede componer de la especie de pesetas propuestas; y porque 8 es el número de pesetas, que cabalmente compuso aquellas 3 tt ʃ; pártase el producto 1458 por 8, y se tendrá que las pesetas propuestas hacen 182 tt 5 ʃ, como parece en el cociente.

324. Díme ahora: y 182 libras, 5 sueldos de Cataluña á cuántas pesetas provinciales corrientes en Cataluña corresponden? Multiplica las libras dadas por 8: y tomando el tercio del producto, sin olvidar los 5 sueldos, hallarás que corresponden á 486 pesetas.

La regla general propuesta, si bien se considera, no es otra cosa que una práctica de la regla de tres simple directa; y se ve claramente, transformando el problema 323. de esta manera: Al respecto que 8 pesetas hacen 3 libras; decidme, 486 pesetas cuántas libras harán?

De esto resulta, que los reales de vellon castellano se reducirán á libras valencianas, multiplicándolos por 17, y partiendo el producto por 256; y las libras valencianas á reales de vellon, mul-

tiplicándolas por 256, y partiendo el producto por 17: á libras jaquesas ó de Aragon, multiplicándolos por 17, y partiendo el producto por 320; y las libras jaquesas á reales de vellon, multiplicándolas por 320, y partiendo el producto por 17: á reales flojos navarros, multiplicando los reales dados de vellon por 17, y partiendo el producto por 32; y los reales flojos á reales de vellon, multiplicándolos por 32, y partiendo el producto por 17: á libras mallorquinas, multiplicándolos por 289, y partiendo el producto por 3840: á libras, moneda barcelonesa, multiplicándolos por 119, y partiendo el producto por 1280: y á las libras de ardites ó de Cataluña á reales de vellon castellano, multiplicándolas por 1280, y partiendo el producto por 119.

Por este mismo medio, sabiendo que 8 duros corrientes en Cataluña hacen 15 libras de ardites, 128 durillos antiguos 255 libras, 16 durillos dichos 17 duros, 119 reales de ardites 128 reales de vellon castellano, y 5 reales de á ocho 7 libras; tendrás trasladados los duros á libras de ardites, multiplicando la cantidad dada de duros por 15, y partiendo el producto por 8; y las libras de ardites á duros, multiplicando las libras dadas por 8, y partiendo el producto por 15: los durillos antiguos, &c.

LXXX.

Para indagar qué partes han de tomarse en la traslacion de cualquier especie de moneda, pesa ó medida:

Lo 1.° Fórmese un quebrado tal, cuyo numerador y denominador sean de una misma especie; y que en el numerador esté escrito lo que vale un entero de los que se han de reducir ó trasladar, y en el denominador lo que vale un entero de los que se van á buscar.

Lo 2.° Redúzcase el numerador y denominador á la especie inferior, si fuere menester; advirtiendo que por la medida que se aumenta el uno, por la misma ha de aumentarse el otro.

Lo 3.° El quebrado que saliere redúzcase á la menor espresion, si se quiere.

Lo 4.° Del denominador de este quebrado tómense continuamente partes alicotas, hasta que sumándolas por sí solas, cuando es propio el quebrado; ó con dicho denominador, cuando el quebrado es impropio, den una suma igual al numerador de tal quebrado. Y si dichas partes alicotas salieron, tomando, por egemplo, el cuarto y la mitad del cuarto; en la reduccion ó traslacion de la especie de moneda, pesa ó medida, habrá de tomarse el cuarto, y la mitad del cuarto; v. gr.

325. Pídese, qué partes han de tomarse para reducir á libras de ardites las pesetas de 7 ℈ 6 corrientes en Cataluña?

$\frac{90}{240}=\frac{3}{8}$	
Cuarto. . .	2
Mitad. . .	1
Suma. . .	3

Porque 1 peseta hace 90 dineros, y 1 libra 240, escríbase 90 por numerador, y 240 por denominador, y se tendrá $\frac{90}{240}$. Este quebrado indica que 240 pesetas componen 90 ₶ ℈. Suprimiendo el cero del numerador, y el cero del denominador, tendremos que 24 pesetas hacen 9 ₶ ℈. Reduciendo dicho quebrado á la menor espresion, sale $\frac{3}{8}$: y así 8 pesetas son 3 ₶ ℈. Tómense ahora las partes del denominador del quebrado que se quiera; y eligiendo el del quebrado $\frac{3}{8}$, dígase: el cuarto de 8 es 2: la mitad de 2 es 1. Y porque sumando el tal cuarto, y mitad sale exactamente el numerador 3; dígase, que las pesetas de 7 ℈ 6, moneda barcelonesa, se reducirán á libras de ardites tomando el cuarto, y la mitad del cuarto.

Sabemos que 1 peseta en Cataluña encierra 7 ℈ 6, y 1 libra 20 ℈: luego figurando el quebrado referido de esta manera $\frac{7 \text{ sueldos } 6}{20}$, vendremos en conocimiento, que 20 pesetas componen 7 ₶ 10 ℈. Reduciendo el numerador de este tal quebrado (XXXI. pág. 26.) á la especie última, y aumentando (XXXIX. pág. 40.) el denominador 20 por el mismo 12, sale $\frac{90}{240}$ como al principio.

Exprésese el mismo quebrado de esta manera $\frac{7 \text{ sueldos } \frac{1}{2}}{20}$, y se tendrá que 20 pesetas hacen 7 libras $\frac{1}{2}$ de ardites. Auméntese ó multiplíquese ahora el numerador y denominador por el denominador 2 del quebrado que está figurado en el numerador, y se tendrá (XXXIX. pág. 40.) este quebrado $\frac{15}{40}$, el cual indica, que 40 pesetas provinciales corrientes en Cataluña hacen 15 libras, moneda barcelonesa.

Para entender esto, reflexiona sobre esta proporcion: *El denominador es al numerador, como la cantidad dada á la que se pide.*

LXXXI.

Entendido el modo de formar el quebrado, y qué partes alicotas han de tomarse de su denominador, para hallar exactamente el número que sirve de numerador; es muy fácil el trasladar ó reducir por partes cualquier especie de moneda, pesa ó medida á otra ó semejante especie de moneda, pesa ó medida; lo que dan á entender los preceptos que siguen.

Lo 1.° Tómese de la especie propuesta la misma parte alicota, que se tomó del denominador del quebrado que se formó para este fin

Lo 2.° De cada parte alicota que saliere, tómese la parte alicota correspondiente, segun el órden que se observó en las partes alicotas del denominador del quebrado dado.

Lo 3.° Cuando el entero de la especie propuesta excediere al entero de la especie que se va á buscar, súmense los enteros de la especie propuesta con las partes alicotas, que de ella resultaron; pero cuando el entero de la especie propuesta no llegáre al entero de la especie que se va á buscar, súmense solamente las partes alicotas, que resultaron del número de la especie propuesta; y en ambos casos se tendrá lo que se pide; v. gr.

326. Pídese, 9637 pesetas de 7 ß 6 corrientes en Cataluña, cuántas libras de ardites hacen?

	9637 *pesetas.*
$\frac{1}{4}$...	2409 tt 5 ß
$\frac{1}{2}$...	1204 tt 12 ß 6
	3613 tt 17 ß 6

Hallamos (prob. 322. pág. 81.) que para reducir las pesetas á libras de ardites, se ha de tomar el cuarto de las pesetas propuestas, y la mitad del cuarto; y así dígase: el cuarto de 9 es 2, que se escribe debajo, y sobra 1, que con el 6 que sigue hace 16; dígase pues: el cuarto de 16 es cabalmente 4: el cuarto de 3 es cero, y sobra el mismo 3, que con el 7 compone 37, cuyo cuarto es 9, y sobra 1 tt, que son 20 ß, cuyo cuarto es 5 ß. Con este cuarto 2409 tt 5 ß súmese su mitad 1204 tt 12 ß 6, y se tendrá, que 9637 pesetas hacen 3613 tt 17 ß 6.

327. Cuántas pesetas corrientes en Cataluña encierran 3613 tt 17 ß 6, moneda barcelonesa?

20 ß	= 40		3613 tt 17 ß 6
7 ß $\frac{1}{2}$	15		2
	×2		7226
	30	$\frac{1}{3}$...	2408 *pesetas* 5 ß
$\frac{1}{3}$..	10	*Encierran.*	9637 *pesetas.*
Suma.	40		

Porque el duplo del denominador 15, y el tercio del duplo 30 hacen exactamente el numerador 40, multiplíquense las libras propuestas por 2, y del producto 7226 tómese el tercio, diciendo: el

tercio de 7 es 2, y sobra 1, que con el 2 que sigue hace 12, cuyo tercio es 4. El tercio de 2 es cero: el tercio de 26 es 8, y sobran 2 pesetas, que son 15 sueldos, cuyo tercio es 5 ß.

Aunque en la resolucion de este y semejantes problemas no se haga caso de las especies inferiores, estas no obstante han de añadirse al último; y así los 17 ß 6 de arriba súmense con las cantidades que salieron; y se tendrá que 3613 tt 17 ß 6 encierran 9637 pesetas corrientes en Cataluña.

328. 846 pesos, y 3 ß cuántas libras moneda catalana hacen? Tómese dos veces el quinto de los pesos propuestos, y añadiendo al último los 3 ß de ardites, se hallará que hacen 1184 tt 11 ß. Que haya de tomarse dos veces el quinto lo manifiesta este quebrado $\frac{28 \text{ sueldos}}{20 \text{ sueldos}} = \frac{7}{5}$.

329. Cuántos pesos componen 1184 tt 11 ß de Cataluña? Fórmese el quebrado $\frac{20}{28} = \frac{5}{7}$; y porque el quíntuplo del séptimo del denominador 7 es igual al numerador 5, tómese el séptimo de las 11 tt propuestas; y multiplicando por 5 los 169 pesos 4 ß resultantes, añádanse al producto los 11 ß de arriba; y se tendrá, que 1184 tt 11 ß componen 846 pesos, 3 ß.

330. Cuántas libras, moneda barcelonesa, son 347 duros corrientes en Cataluña? Son 650 tt 12 ß 6. Los duros corrientes en Cataluña se reducen á libras de ardites tomando sucesivamente tres mitades, como claramente se deduce de este quebrado: $\frac{37 \text{ sueldos } 6}{20} = \frac{75}{40} = \frac{15}{8}$.

331. Á cuántos duros existentes en Cataluña equivalen 650 tt 12 ß 6, moneda barcelonesa? Este quebrado $\frac{20}{37 \text{ sueldos } 6} = \frac{40}{75} = \frac{8}{15}$, indica que tomando el tercio, y el quinto de las 650 libras de ardites, y añadiendo para la suma los 12 ß 6, la cantidad dada equivale á 347 duros existentes en Cataluña.

332. Cuántas libras, moneda barcelonesa, encierran 382 durillos del sello antiguo corrientes en Cataluña? Toma siete mitades sucesivamente, y hallarás que encierran 761 tt 0 ß 3 $\frac{6}{8}$.

La reduccion de los durillos del sello antiguo, y asimismo la de los del moderno, y de los pesos fuertes de plata corrientes en Cataluña, á libras de ardites, puede examinarse añadiendo la última mitad á la suma total, y si la mitad de la suma que saliere fuere igual al número de durillos ó de duros dados, estará exacta la operacion. La razon es, porque la última mitad en una

y otrá especie contiene lo que falta á la cantidad dada para llegar á razon de 2 libras de ardites cada entero de los propuestos: luego, &c.

333. Redúzcanse 761 ℔ 0 ß 3 $\frac{6}{8}$, moneda barcelonesa, á durillos del sello antiguo corrientes en Cataluña. Redúzcanse primeramente las libras propuestas á duros de plata, y de lo que resulte quítese su diezisetено, y saldrán 382 durillos del sello antiguo corrientes en Cataluña.

Estos principios, que hasta aquí hemos aplicado á las monedas corrientes en Cataluña, pueden aplicarse no solamente á las monedas corrientes en cualquier otra parte, sino tambien á las pesas y medidas, como lo comprehenderás por los egemplos siguientes.

334. La partida de 2480 libras, moneda de Cataluña, ¿á cuántas equivale de Valencia, de Aragon y de Mallorca, y á cuántos reales flojos de Navarra, é igualmente á cuántos reales de vellon de Castilla?

Multiplica el séptimo de las libras dadas por 5, y tendrás que 2480 libras, moneda de Cataluña, equivalen á 1771 libras, 8 sueldos, *6 dineros*, 6 séptimos de otro dinero, moneda de Valencia. Si á estas 1771 ℔ 8 ß 6 $\frac{6}{7}$ de Valencia les añades dos veces su quinto, hallarás que suben á las mismas 2480 libras de Cataluña.

Multiplica ahora el séptimo de dichas 2480 libras, moneda de Cataluña por 4, y tendrás que equivalen á 1417 libras, 2 sueldos, 13 dineros, 5 séptimos, moneda de Aragon. Ten presente (cuando te venga el caso), que los dineros de Cataluña quedan reducidos á dineros de Aragon, quitando de ellos su séptimo con dos veces el tercio de este séptimo. Si á las 1417 ℔ 2 ß 13 $\frac{5}{7}$ de Aragon, que hallaste, añades la mitad de las 1417 ℔ 2 ß, y la mitad de la mitad, con el cuarto de los 13 dineros $\frac{5}{7}$, y el cuarto de dicho cuarto, hallarás que tiene el mismo valor que las referidas 2480 libras de ardites de Cataluña.

Porque 21 libras de ardites de Cataluña corresponden á 17 de Mallorca, suma dos tercios y un séptimo del número dado de libras catalanas, y tendrás que 2480 libras de ardites catalanas equivalen á 2007 libras, 12 sueldos, 4 dineros, 4 séptimos de otro dinero de Mallorca. Parte ahora estas 2007 ℔ 12 ß 4 $\frac{4}{7}$ de Mallorca por 17, y multiplica el cociente 118 ℔ 1 ß 10 $\frac{6}{7}$ por 21, y hallarás que 2007 ℔ 12 ß 4 $\frac{4}{7}$ de Mallorca corresponden cabalmente á las indicadas 2480 libras, moneda catalana.

No admires que en esta última resolucion no te advierta cosa alguna, porque de la misma manera hace 20 sueldos una libra, y 12 dineros un sueldo de Mallorca, que una libra y un sueldo de Cataluña; á diferencia de Aragon, que aunque una libra haga 20 sueldos, el sueldo no hace 12 dineros cabales, sino 16: luego la razon del sueldo aragonés á dineros jaqueses no es la misma que la del sueldo catalan ó mallorquin á dineros catalanes ó mallorquines.

Si el número dado de libras de ardites de Cataluña lo multiplicas por 5, y al producto 12400 añades su séptimo 1771 reales, 15 maravedís, 3 séptimos navarros, tendrás que equivalen á 14171 reales flojos, 15 maravedís $\frac{3}{7}$ de Navarra. Cuando te convenga, advierte que los sueldos catalanes se convierten á reales flojos, multiplicando su séptimo por 2, y que los dineros de Cataluña se reducen á maravedís navarros, quitando de los dineros dados su séptimo. Los reales flojos de Navarra quedan reducidos á libras de ardites de Cataluña, quitando el octavo de su quinto, y los maravedís navarros á dineros catalanes, añadiendo al número dado su sexto: así pues, practica estas reglas en el caso propuesto, y hallarás que 14171 reales, 15 maravedís, 3 séptimos de Navarra igualan á 2480 libras de ardites catalanes.

Sabemos que 119 libras de ardites de Cataluña valen tanto como 1280 reales de vellon de Castilla: luego sumando el décuplo de las 2480 libras dadas con su diezisesteno, y dos séptimos de este diezisesteno, se tendrá que el tal número de libras de ardites equivale á 26675 reales, 21 maravedís, 3 séptimos de otro maravedí vellon de Castilla. Los reales de vellon castellano se reducen á libras de ardites, sumando las tres mitades, que sucesivamente salieron del deceno del número de reales de vellon propuestos, con el cuarto de la última mitad, y las dos mitades, que ordenadamente salieren de este cuarto: así, pues, para examinar esta última parte del problema conduce tener noticia del problema que sigue.

335. Cuántos dineros de Cataluña encierran 4352 maravedís de vellon castellano? Sabemos que 32 maravedís hacen cabalmente 21 dineros: luego sumando la mitad de los maravedís dados con el cuarto de la tal mitad, y el cuarto de este cuarto, tendremos que 4352 maravedís de vellon castellano encierran 2856 dineros de Cataluña.

336. El número de 2856 dineros barceloneses á cuántos ma-

ravedís de vellon castellano equivalen? Es público y notorio, que 21 dineros de Cataluña tienen el mismo valor que 32 maravedís de vellon de Castilla; es así que la suma de 21 con su tercio y séptimo, y el tercio de este séptimo compone el número 32: luego la suma de los dineros dados con su tercio y séptimo, y el tercio de este séptimo compondrá el número de maravedís que se piden; es así, que la suma del número de dineros dados con su tercio y séptimo, y el tercio de este séptimo compone 4352: luego 2856 dineros catalanes equivalen á 4352 maravedís de vellon castellano.

337. *Díme*: 8460 duros corrientes en Castilla á cuántos pesos ó reales de á ocho suben? Porque el peso fuerte ó duro en Castilla vale 170 cuartos de vellon castellano, y el peso de á ocho reales de plata antigua 128, forma este quebrado $\frac{170}{128}$ avos, y hallarás, que sumando los duros dados con los tres cuartos, que sucesivamente salieren de ellos, suben á 11235 pesos de á ocho, 7 reales plata, 8 cuartos.

338. Cuántos quintales, peso de Cataluña, hacen 8964 quintales de Castilla? A los 8964 quintales dados, añádanse dos ceros, y se tendrán 896400 libras, peso castellano: y porque 91 libras castellanas equivalen á 104 catalanas, y dicho 91 con su séptimo es igual á 104, súmense las libras castellanas dadas con su séptimo, y se tendrá, que hacen 1024457 libras, 1 onza, 5 séptimos de onza, peso catalan, cuya cantidad dividida por 104 dará á entender, que aquellas libras castellanas componen 9850 quintales, 2 arrobas, 5 libras, 1 onza, 5 séptimos de otra onza, peso catalan.

Si se hubiesen partido las 896400 libras castellanas por (XXXVIII. pág. 38.) las 91 libras castellanas, que corresponden á un quintal catalan, habria salido lo mismo. Tambien habria salido lo mismo si los 8964 quintales propuestos se hubiesen sumado con su treceno y dos séptimos de este treceno: y es así, porque 91 quintales de Castilla comprenden 100 quintales de Cataluña, y el 91 con su treceno y dos séptimos del treceno es igual á 100.

339. Cuántas canas de Barcelona hacen 654 yards de Inglaterra? Supuesto que 1 yard de Inglaterra equivale á 4 palmos $\frac{5}{8}$ de Barcelona, el quebrado será este $\frac{4\frac{5}{8}}{8}=\frac{37}{64}$, y así sumando la mitad de la cantidad propuesta con el octavo de la tal mitad, y el cuarto del octavo; se tendrá, que 654 yards de Inglaterra hacen 378 canas y $\frac{3}{4}$ de palmo de Barcelona.

En esta cuestion pueden ofrecerse varias dudas, que se darán á entender en sus propios lugares.

LXXXII.

Para reducir los reales de ardites á libras de ardites quítese la primera nota de la derecha; y si esta fuere significativa, transfórmese á sueldos, escribiendo el duplo de lo que indica; v. gr.

340. Cuántas libras, moneda barcelonesa, hacen 6480 reales de ardites? Quítese la última nota, y se tendrá que hacen 648 libras, moneda barcelonesa.

341. Cuántas libras catalanas componen 5476 reales de ardites? Quítense las unidades, y transformadas á sueldos, se tendrá que dichos reales componen 547 tt 12 ʃ.

La razon de esta práctica consiste en que cada decena de reales de ardites compone una libra de ardites, cada centena diez libras, &c. en fin cada unidad de reales catalanes hace dos sueldos: luego, &c.

Infiérese lo 1.° Que cuando se compra ó vende alguna mercadería, á razon de cierto número de reales de ardites cada entero, se tendrán las libras de ardites, que se pidieren, quitando y trasladando á sueldos las unidades de la multiplicacion; v. gr.

342. Pídese: cuántas libras de ardites valen 346 quintales de cierta mercadería, á razon de 54 reales de ardites el quintal?

3 4 6 *quintales.*
5 4 *reales.*
1 8 6 8 tt 8 ʃ.

Dígase: 4 veces 6 son 24; y porque 24 reales de ardites equivalen á 2 tt 8 ʃ, escribo 8 ʃ, y llevo 2 tt. Prosígase diciendo, 4 veces 4, 16, y 2 que llevo 18, y 30 son 48, escribo 8 tt, y llevo 4. Y continuando la multiplicacion, se hallará que dichos quintales valen 1868 tt 8 ʃ.

343. El importe de 254 canas de lienzo, á 23 reales la cana, cuál es? Es 584 tt 4 ʃ.

344. Cuánto he de entregar por 549 cuarteras de trigo, á 56 reales la cuartera? He de entregar 3074 tt 8 ʃ.

Infiérese lo 2.° Que para reducir los sueldos de Cataluña á libras de ardites, basta tomar la mitad de la cantidad propuesta, omitiendo la última nota; y si esta fuere significativa, se escribirá al lugar de los sueldos, advirtiendo, que si la nota de las decenas no viene á pares, ha de escribirse al lugar de los sueldos, no solo el guarismo de las unidades, que se suprimieron, sino tambien una decena; v. gr.

345. Pídese: 6960 sueldos de Cataluña cuantas libras de arditos hacen? Porque quitado el cero de las unidades, la mitad de sus notas anteriores es cabalmente 348; dígase, que el número de sueldos propuestos hacen 348 libras de ardites ó de Cataluña.

346. Cuántas libras encierran 9687 sueldos? Encierran 484 ₶ 7 ß.

347. Cuántas libras componen 3593 sueldos? Componen 179 ₶ 13 ß.

348. Pídese un número de libras de ardites igual á 7950 ß. El número de libras, que se pide, es 397 ₶ 10 ß.

Infiérese lo 3.° Que cuando se compra ó vende alguna mercaduría por un número de ardites tal cada entero, que sea parte alicota de real de ardites; se tendrá de golpe su valor en libras de ardites, tomando, por egemplo, el doceno cuando venga á razon de 2 dineros el entero, el octavo cuando á razon de 3, el sexto cuando á razon de 4, el cuarto cuando á razon de 6, el tercio cuando á razon de 8, y la mitad cuando á razon de 12: pero suprimiendo las unidades de los enteros propuestos, que han de suponerse ser reales de ardites, y trasladarse estos á especie inferior; v. gr.

349. *Pídese*: 5782 varas de cinta, á 8 dineros la vara, cuántas libras importan?

1 *real*.	5 7 8 2 . *varas*.
8 *din.*ˢ	1 9 2 ₶ 1 4 ß 8

Para quitar toda confusion, dígase, 1 real hace 24 dineros; el tercio de 24 es 8, que los escribo á la izquierda debajo del real. Ahora prosígase, diciendo: Es evidente que 5782 varas de cinta, á razon de real cada vara, valdrian 5782 reales: luego á razon de 8 dineros valdrán el tercio; y así dígase: el tercio de 5 es 1, que lo escribo debajo, y sobran 2, que con el 7 que sigue compone 27, cuyo tercio es 9. El tercio de 8 es 2, y sobran 2, que con el 2 que sigue compone 22 reales, que son 44 sueldos, cuyo tercio son 14 ß, y sobran 2 ß, que hacen 24 dineros, cuyo tercio es 8. Con que el número de varas espresado, á razon de 8 dineros la vara, importa 192 ₶ 14 ß 8.

Cuando los dineros que valdrá cada entero no serán parte alicota de real, distribúyase por partes alicotas el tal número, como mejor pareciere, y se hallará facilmente lo que se pida: v. gr.

350. A 9 dineros la libra de judias, cuánto cuestan 672 libras?

1 real...6	7 2 libras.
6 din.....1 6 ℔ 1	6 ₰
3 din.........8 ℔	8 ₰
2 5 ℔	4 ₰

Porque 6 dineros es el cuarto de los 24 que encierra un real, y los 3 dineros, que sobraron de los 9, son la mitad de los 6 dineros, por los 6 dineros tómese el cuarto de la cantidad propuesta, y por los 3 la mitad del cuarto, y sumando dicho cuarto y mitad, se tendrá que las libras de judias propuestas, á 9 dineros la libra, cuestan cabalmente 25 ℔ 4 ₰.

Infiérese lo 4.° Que cuando se compra ó vende alguna mercaduría á razon de un número de sueldos tal, que sea par, esto es, que tenga mitad justa, ó que pueda dividirse enteramente en dos partes iguales, se tendrán de un gólpe las libras de ardites, que se pidan, multiplicando los enteros propuestos por el número de reales que pueda componerse del tal número de sueldos, con tal que se quiten las unidades, escribiendo el duplo de estas á la coluna de los sueldos: v. gr.

351. Pídese: cuánto costarán 643 pañuelos, á razon de 18 ₰ cada uno?

6 4 3 pañuelos.	
9 reales.	
5 7 8 ℔ 1 4 ₰	

Porque los sueldos se reducen á reales de ardites tomando la mitad, tómese la mitad de los 18 sueldos espresados, y con el 9 resultante multiplíquense los pañuelos propuestos, y se hallará que costarán 578 ℔ 14 ₰.

352. A 8 sueldos la libra, cuánto costó un cochino de 95? Multiplíquense las 95 libras de peso por 4 reales, y se hallará que costó 38 ℔ de ardites.

Infiérese lo 5.° Que cuando se compra ó vende alguna mercaduría por un número de sueldos tal, que sea impar, se hallará su valor en libras de ardites, de esta manera. Lo 1.° Multiplíquese la cantidad propuesta por la mitad del número de sueldos, que vale cada entero. Lo 2.° Por el sueldo que sobrare tómese la mitad de la cantidad propuesta, suponiéndola á manera de reales de ardites, y despreciando sus unidades, escríbanse estas en el mismo número en la coluna de los sueldos, y si el guarismo, que ocupa el lugar de las decenas de la cantidad propuesta, fuere impar, escríbase tambien una decena en dicha coluna de los sueldos al lado de aquellas unidades. Lo 3.° Súmese el producto y mitad de la cantidad, y se tendrá lo que se pide, v. gr.

353. Cuál es el valor de 7635 canas de cierta ropa, á 13 ₰ la cana?

1 *real.*	7	6	3	5	*canas.*			
6 *reales.*	4	5	8	1	℔			
1 *sueldo.*		3	8	1	℔	1	5	₰
	4	9	6	2	℔	1	5	₰

Porque 13 ₰ hacen 6 reales y 1 sueldo, fórmese una coluna á la mano isquierda, escribiendo los 6 reales debajo de 1 real, y mas abajo el un sueldo que sobra. Dígase ahora: es evidente que 7635 canas, á razon de 1 real cada cana, valdrian 7635 reales: luego á razon de 6 reales valdran el séxtuplo, esto es 6 veces 7635: multiplíquense, pues, las canas espresadas por 6, diciendo: 5 veces 6 reales son 30 reales, y porque el cero ocupa el lugar de las unidades, no escribo sueldo alguno, y llevo 3 ℔. Prosígase así: 3 veces 6, 18, y 3 que llevo 21, escribo 1, y llevo 2, y continuando la multiplicacion, se hallarán las 4581 ℔, que están á la derecha de los 6 reales.

Por el 1 ₰ vuélvase á decir: es evidente que 7635 canas, á razon de 1 real cada cana, valdrian 7635 reales: luego á razon de 1 ₰ valdrán la mitad, y así: la mitad de 7 es 3, que lo escribo en lugar adelantado hácia la derecha (por no hacerse caso del 5 de las unidades), y sobrando 1, dígase: la mitad de 16 es 8: la mitad de 3 es 1, y sobrando una decena, escríbase al lugar de los sueldos con las 5 unidades que siguen, y se hallará en la suma, que el valor de las 7635 canas espresadas, á 13 ₰ la cana, es 4962 ℔ 15 ₰.

354. Cuántas libras de ardites recibí por 890 pañuelos, á 9 ₰ el pañuelo? Recibí 175 ℔ 10 ₰.

355. A 3 ₰ la libra del pescado, cuánto entregaré por 24 libras? Entregaré 3 ℔ 12 ₰.

356. A razon de sueldo la libra del pan, cuánto me costarán 79 libras? Me costarán 3 ℔ 19 ₰.

Los mismos principios que hemos dado aquí, para que de un golpe salgan libras de ardites en las reglas de multiplicar por un cierto número de reales, sueldos ó dineros de Cataluña cada entero, si bien se considera, pueden servir en cualquier otra parte, que cuenten por libras, sueldos y dineros, como luego se verá en la práctica de las reglas de multiplicar números denominados.

Reimprímase: *Martinez.*

LXXXIII.

DEL MULTIPLICAR NÚMEROS DENOMINADOS.

La regla de multiplicar números denominados ó compuesto (vulgo demandas), se divide en tres especies. La primera es cuando el multiplicando consta de una sola especie; pero el multiplicador de muchas. La segunda, cuando el multiplicando consta de varias especies; pero el multiplicador solamente de una. La tercera, cuando no sólo el multiplicando, sino tambien el multiplicador constan de varias especies.

LXXXIV.

PRIMERA ESPECIE.

Lo 1.º Escríbase la cantidad ó especie propuesta por multiplicando; y el valor de un entero de la cantidad dada por multiplicador, y tírese una línea por debajo.

Lo 2.º Multiplíquese la cantidad dada por la especie superior del multiplicador.

Lo 3.º De las especies inferiores del multiplicador fórmese una coluna á la izquierda, ordenándola por partes alicotas, como mejor pareciere.

Lo 4.º Tómese del multiplicando la parte que el primer número de la coluna de la izquierda sea en tal caso parte alicota de un entero de la especie superior del multiplicador, trasladado á la especie inmediata.

Lo 5.º Las demas partes de precio tómense segun el órden con que se dispuso la coluna de la izquierda.

Lo 6.º Súmese la multiplicacion con las demas partes de precio que salieron, y se tendrá lo que se pide: v. gr.

357. Pídese el valor de 367 canas de cierta ropa, que costó á razon de 14 tt 16 ſ 8 la cana.

1 *libra*	. 3 6 7 *canas*,
á	. . . . 1 4 tt 1 6 ſ 8
	5 1 3 8
1 0 ſ	. 1 8 3 tt 1 0 ſ
5 ſ	. . 9 1 " 1 5 "
1 ſ	. . . 1 8 " 7 "
6 *dineros*	. . 9 " 3 " 6
2 *dineros*	. . 1 " 1 " 2
	5 4 4 3 tt 1 6 ſ 8

Multiplicadas las 367 canas por las 14 libras, fórmese la coluna á la izquierda, diciendo: 1 libra puesta á los sueldos hace 20 sueldos, cuya mitad es 10 ſ, y la mitad de este es 5 ſ, cuyo quinto es 1 ſ. Dígase ahora: este 1 sueldo de la coluna, trasladado á dineros, hace 12 dineros, cuya mitad es 6, y el tercio de este es 2.

Formada la coluna, como parece, prosígase de esta manera: Es evidente que 367 canas, á razon de 1 libra cada cana valdrian 367 libras: luego á razon de 10 sueldos valdrán la mitad. Dígase pues: la mitad de 3 es 1, y sobra 1, que con el 6 que sigue hace 16, cuya mitad es 8. La mitad de 7 es 3, y sobra 1 libra, que hace 20 sueldos, cuya mitad es 10 sueldos.

Por los 5 sueldos que siguen en la coluna, dígase: Yo ya sé que 367 canas, á razon de 10 ℈ la cana, valen 183 tt 10 ℈: luego á razon de 5 ℈ valdrán la mitad. La mitad de 18 es 9: la mitad de 3 es 1, y sobra 1 tt, que hace 20 ℈, y 10 ℈ que allí se encuentran, son 30, cuya mitad es 15 ℈.

Por el 1 sueldo prosígase así: Yo ya sé que las referidas canas, á razon de 5 ℈ la cana valen 91 tt 15 ℈: luego á razon de 1 ℈ valdrán el quinto. El quinto de 9 es 1, y sobran 4, que con el 1 que sigue hace 41, cuyo quinto es 8, y sobra 1 libra, que hace 20 ℈, y 15 son 35, cuyo quinto es 7.

Porque 6 dineros es la mitad de 1 sueldo, dígase: Yo ya sé que aquellas canas, á razon de 1 ℈, valen 18 tt 7 ℈: luego á razon de 6 dineros valdrán la mitad. La mitad de 18 es 9: la mitad de 7 es 3, y sobra 1 ℈, que son 12 dineros, cuya mitad es 6.

Por los 2 dineros tómese el tercio de las 9 tt 3 ℈ 6; y sumados los precios parciales, se hallará en el total, que el valor de 367 canas, á 14 tt 16 ℈ 8 la cana, es 5443 tt 16 ℈ 8.

LXXXV.

Los problemas ó cuestiones de primera especie, cuyo multiplicador consistiere en libras, sueldos y dineros, pueden resolverse con mayor facilidad y mas brevedad, como se tengan presentes los preceptos que siguen.

Lo 1.º Multiplicada la cantidad dada por las libras del multiplicador, fórmese una coluna á la izquierda, escribiendo en primer lugar los reales de ardites que pudieren componerse de los sueldos de dicho multiplicador; en segundo el 1 sueldo, que sobra, cuando el número de ellos es impar, y en tercero los dineros: pero distribuidos por partes alicotas de real trasladado á dineros; y si fuere menester distribúyanse por partes alicotas de sueldo. Adviértase, que si el número de sueldos del multiplicador fuese 5, 10 ó 15, en tal caso será mejor tomarlos por partes alicotas de los 20 sueldos que tiene 1 libra moneda.

Lo 2.º Multiplíquese la cantidad dada por los reales que se hallaren en la coluna.

Lo 3.° Por el 1 sueldo de la coluna, cuando el número de sueldos fuere impar, tómese la mitad de la cantidad propuesta.

Lo 4.° Por los dineros que se hallaren en la coluna, tómense las partes ó parte alicota que fuere menester, y de donde mejor venga, ya sea del multiplicando, ya de una de las partes de precio hallado.

Lo 5.° Súmense los precios parciales, y se tendrá el total que se pide: v. gr.

358. Pídese, como en el problema antecedente, el valor de 367 canas de cierta ropa, que costó á razon de 14 ℔ 16 ʃ 8 la cana.

1 *real.* . 3 6 7 *canas.*	1 *real.* . 3 6 7 *canas.*
A. 1 4 ℔ 1 6 ʃ 8	*B.* 1 4 8 *r.s* 8 *d.s*
5 1 3 8 ℔	5 4 3 1 6
8 *reales.* 2 9 3 ℔ 1 2 ʃ	8 *dineros.* 1 2 2 *r.s* 8 *d.s*
8 *dineros.* 1 2 ℔ . 4 ʃ 8	5 4 4 3 8 *r.s* 8 *d.s*
5 4 4 3 ℔ 1 6 ʃ 8	5 4 4 3 ℔ 1 6 ʃ 8
1 *real.* . 3 6 7 *canas.*	1 *real.* . 3 6 7 *canas.*
C. 1 4 8 *r.s* 8 *d.s*	*D.* 1 4 ℔ 1 6 ʃ 8
5 4 3 1 ℔ 1 2 ʃ	5 4 3 1 ℔ 1 2 ʃ
8 *dineros.* 1 2 ℔ . 4 ʃ 8	8 *dineros.* 1 2 ℔ . 4 ʃ 8
5 4 4 3 ℔ 1 6 ʃ 8	5 4 4 3 ℔ 1 6 ʃ 8

Vamos á esplicar la regla *A.* En esta regla, despues de haber multiplicado las 367 canas por las 14 libras, fórmese la coluna de la izquierda, diciendo: la mitad de 16 es 8, y se tendrá que 16 sueldos son 8 reales de á 24 dineros cada uno. Prosígase diciendo: 1 real puesto á los dineros vale 24 dineros: el tercio de 24 dineros son 8 dineros, que se escriben debajo de los 8 reales.

Dispuesta así la coluna de la izquierda, dígase: es evidente que 367 canas, á razon de un real cada cana, valdrian 367 reales: luego á razon de 8 reales valdrán el óctuplo, ó ocho veces los 367 reales. Dígase pues; 7 veces 8 reales son 56 reales, y porque 56 reales componen 5 libras, 12 sueldos, escribo 12 sueldos á la derecha, y llevo 5 libras. 6 veces 8, 48, y 5 que llevo 53, escribo 3, y llevo 5. 3 veces 8, 24, y 5 que llevo 29, escribo 9, y llevo 2, que los pongo á la izquierda.

Téngase presente que las decenas de reales son unidades de libra, y que las centenas de reales son decenas de libra; y así las centenas de reales se pondrán al lugar de las decenas de libra, las decenas al lugar de las unidades, diciendo y practicándolo de esta manera: es evidente que 367 canas, á razon de un real cada cana, valdrian 367 reales: luego á razon de 8 dineros, que es el tercio de un real, valdrán el tercio de aquellos 367 reales. El tercio de 3 es 1, que lo escribo debajo á la coluna de las decenas de libra en frente de los 8 dineros de la coluna de la izquierda. El tercio de 6 es 2, que los escribo caminando hácia la derecha: y porque las 7 unidades de real, que sobran, equivalen á 14 sueldos, dígase: el tercio de 14 sueldos son 4 sueldos, 3 veces 4, 12, á 14 sueldos van 2 sueldos, que valen 24 dineros, cuyo tercio son 8 dineros, que los escribo al último del renglon, que corresponde á los 8 dineros de la coluna de la izquierda.

Súmense ahora las partidas parciales, y se tendrá en la total, que el valor de 367 canas, á razon de 14 libras, 16 sueldos, 8 dineros la cana, es 5443 libras, 16 sueldos y 8 dineros.

En la regla *B* debe advertirse, que las libras se hacen reales de 2 *sueldos*, *posponiéndolas* un cero: luego las 14 libras de la regla *A* encierran 140 reales: luego si á estos reales se añaden los 8, que comprenden los 16 sueldos de la derecha, se tendrán 148 reales. Multiplíquense ahora las 367 canas por los 148 reales, y saldrán 54316 reales. Por los 8 dineros dígase: es evidente que 367 canas, á razon de 1 real cada cana, valdrian 367 reales: luego á razon de 8 dineros valdrán el tercio. Tómese, pues, el tercio, y saldrán 122 reales, 8 dineros. La suma de estas dos partidas es 54438 reales, 8 dineros. Suprímanse las 8 unidades de real, trasladándolas á sueldos, y se tendrá que el valor de 367 canas, á razon de 148 reales, 8 dineros es, como en la regla *A*, 5443 ₶ 16 ʃ 8.

En la regla *C* debe advertirse, que los reales de 2 sueldos quedan reducidos á libras, separando las unidades de esta manera: 7 veces 8 reales son 56 reales; de estos 56 reales separo las 6 unidades, y por ellas escribo 12 sueldos, y llevo 5 libras. 6 veces 8, 48 y 5 libras que llevo son 53, y 28 son 81, escribo 1 libra, y llevo 8. 3 veces 8, 24, y 8 que llevo 32, y 24, 56 y 7, 63, escribo 3, y llevo 6. Continúese la multiplicacion, y saldrán 5431 ₶ 12 ʃ. Por los 8 dineros de la izquierda dígase: es evidente que 367 canas, á rason de 1 real cada cana, valdrian 367

reales: luego á razon de 8 dineros valdrán el tercio. El tercio de 3 centenas de real de 2 sueldos es 1 decena de libra, que la escribo á la derecha de los 8 dineros de la coluna de la izquierda. El tercio de 6 decenas de real son 2 unidades de libra, que las escribo. Sobran 7 reales, que son 14 sueldos. El tercio de 14 sueldos son 4 sueldos; 3 veces 4, 12, á 14 van 2 sueldos, que hacen 24 dineros, cuyo tercio son 8 dineros, que los escribo. Hágase la suma como en la regla *A*, y saldrá el mismo valor.

En la regla *D* supóngase, que las 14 libras son 140 reales de 2 sueldos cada uno, y que los 16 sueldos componen 8 reales. En esta suposicion dígase como en la regla *C*: 7 veces 8 reales son 56 reales, escribo 12 sueldos, y llevo 5 libras 6 veces 8, 48, y 5 que llevo 53, y 28 son 81, escribo 1 libra, y llevo 8. Lo demas continúese como en la regla *C*, y se hallará lo mismo; esto es, que el valor de 367 canas, á razon de 14 libras, 16 sueldos, 8 dineros la cana, es 5443 tt 16 ß 8.

359. Pídese: cuánto he de entregar por las 582 arrobas de cierta mercaduría, que compré á razon de 7 tt 19 ß 11 la arroba?

1 *real* . .	582 *arrobas.*
	7 tt 19 ß 11
	4074
9 *reales.* .	523 tt 16 ß
1 ß.	29 » 2
8 *dineros.* .	19 » 8 »
3 *dineros.* .	7 » 5 » 6
	4653 tt 11 ß 6

Hecha la multiplicacion de las 582 arrobas por 7 libras, y dispuesta la coluna de la izquierda, dígase, es evidente que 582 arrobas, á razon de 1 real cada arroba, valdrian 582 reales: luego á razon de 9 reales valdrán el nónuplo; esto es 9 veces aquel número de 582 reales. Multiplíquense, pues, por 9 las arrobas expresadas, diciendo: 2 veces 9 reales son 18 reales, escribo 16 sueldos, y llevo 1 libra. Continúese la resolucion, que si se miran con reflexion los egemplos 339, 346, 347, 348, 350, pág. 87, 88, 89 y 90, y los cuatro anteriores, no se tendrá la menor duda; pero adviértase, que el sueldo que sobra es la mitad del real de arriba, y los 8 dineros el tercio: pero los 3 dineros que faltan hasta 11, ó bien son el octavo de dicho real, ó bien el cuarto del sueldo, que se halla en la misma coluna; y así por el 1 sueldo se tomará la mitad de las 582 arrobas, considerándolas á manera de reales de 2 sueldos cada uno, de esta manera: la mitad de 5 centenas de real son 2 decenas de libra, que las escribo á la derecha del sueldo de la co-

luna de la izquierda, y sobra una centena de reales, que con las 8 decenas, que siguen, hacen 18 decenas, cuya mitad son 9 unidades de libra, que las escribo, caminando hácia la derecha. Sobran 2 reales, escribo 2 sueldos al lugar de los sueldos en el mismo renglon, que corresponde al un sueldo de la coluna de la izquierda. La razon, que han de escribirse tantos sueldos, cuantos son los reales que sobran, es porque los reales que sobran deben trasladarse á sueldos, multiplicándolos por 2; luego, como por razon del sueldo de la coluna de la izquierda ha de tomarse la mitad del producto, han de salir precisa y cabalmente tantos sueldos cuantos son los reales que sobran. Por los 8 dineros tómese el tercio de dichas arrobas, considerándolas tambien como reales, y por los 3 dineros tómese, ó bien el octavo de las mismas arrobas, ó bien el cuarto de las 29 tt 2 ß, que parecen figuradas en el cuerpo de la regla. En conclusion, hecha la suma dígase, que por dichas arrobas he de entregar 4653 tt 11 ß 6.

Vamos á la práctica, y de los cuatro modos de resolver, que aquí parecen, puede cada uno elegir el que mejor le acomode.

360. Cuánto costaron 836 carneros á 6 tt 9 ß 11 el carnero? Costaron 5430 tt 10 ß 4.

361. El importe de 418 canas de cierta ropa, á 12 tt 19 ß 10 la cana, cuál es? Es 5430 tt 10 ß 4.

362. Cuánto importan 345 varas de cierta ropa, á razon de 12 tt 9 ß 11 la vara? Importan 4311 tt 1 ß 3.

363. A 6 tt 4 ß 11 ½, cuánto valen 690 cuarteras de trigo? Valen 4311 tt 1 ß 3.

364. Pedro tiene 468 cahices de trigo en Valencia, que quiere venderlos á razon de 15 tt 19 ß, moneda valenciana, el cahiz. Pregunto, cuánto sacará de todos? Sacará 7464 tt 12 ß.

365. Cuánto ha de recibir Pedro por 234 quintales de cierta mercaduría, que vendió á 31 tt 18 ß el quintal? Ha de recibir 7464 tt 12 ß.

366. A razon de 27 tt 17 ß 8 la carga de aceite, cuánto se ha de entregar por 86 cargas? Se ha de entregar 2397 tt 19 » 4.

467. A 55 tt 15 » 4 la carga de cierta mercaduría, cuánto entregaré por 43 cargas? Entregaré 2397 tt 19 » 4.

368. Cuánto ganaron 94 hombres, bajo el supuesto que cada uno ganó 26 tt 3 » 5 ⅔? Ganaron 2460 tt 6 » 4 ⅔.

369. Cuánto ha de corresponderme Juan por 841 varas de bayeta, á 24 reales, 12 maravedís vellon la vara? Ha de correspon-

derme 20480 reales, 28 maravedís. Adviértase, que cuando de una cantidad de reales vellon se toma el diezisetene, por cada real de vellon que sobra corresponden 2 maravedís á la derecha de dicho diezisetene. Decidme ahora, si quedariamos en paz con Juan, supuesto que yo le debiese 1682 quintales de cierta mercaduría, á 12 reales, 6 maravedís vellon el quintal?

370. El importe de 468 cuarteras de trigo, á 64 reales, 22 maravedís vellon, es 30254 reales, 28 maravedís. Porque 22 maravedís, es número par, divídase en dos partes solamente, como 2 y 20. Por los 2 maravedís tómese el diezisetene, y por los 20 el décuplo de lo que salió por 2.

371. Dime, si por 624 varas de cierta ropa, á razon de 78 reales, 27 maravedís vellon la vara, debo entregar 49167 reales, 18 maravedís? Porque 27 maravedís es número impar, divídase en tres partes, como 2, 20, y 5. Por los dos maravedís tómese el diezisetene; por los 20 el décuplo de lo que salió por los 2: y por el 5 el cuarto de lo que salió por 20.

LXXXVI.

Dijimos que las libras de ardites de Cataluña se trasladan á reales de ardites posponiéndolas un cero: luego las demandas de primera especie, cuyo multiplicador consistiere solamente en libras y sueldos (como estos consistan en número par), pueden resolverse de un golpe, multiplicando la cantidad dada por el número de reales de ardites, que pudiere formarse del tal número de sueldos, continuando ordenadamente la multiplicacion con el número de libras, que se halláre en dicho multiplicador: v. gr.

372. Pídese: cuánto importan 624 quintales de cierta mercaduría, á razon de 21 ℔ 18 ß el quintal?

624	*quintales.*
21 ℔ 18 ß	
13665 ℔ 12 ß	

Porque 21 libras son lo mismo que 210 reales de ardites, y 18 sueldos componen 9 reales, multiplíquese la cantidad dada por 219 reales, de esta manera: 4 veces 9 reales son 36 reales, escribo 12 sueldos, y llevo 3 libras. 2 veces 9 18, y 3 que llevo 21, y 4, 25 escribo 5, y llevo 2. 6 veces 9, 54, y 2 que llevo 56, y 2, 58, y 8, 66, escribo 6, y llevo 6. 1 vez 6 es 6, y 6 que llevo son 12, y 4, 16, escribo 6, y llevo 1. 2 veces 6, 12, y 1 que llevo 13, que los escribo. Dígase, pues, que 624 quintales, á 21 ℔ 18 ß el quintal, importan 13665 ℔ 12 ß.

373. Cuánto valen 549 cuarteras de trigo, á 5 tt 16 ß cada cuartera? Valen 3184 tt 4 ß.

374. El importe de 1098 arrobas de cierta mercaduría, á razon de 2 tt 18 ß la arroba, es 3184 tt 4 ß.

375. Cuánto cuestan 38 cargas de vino, á 9 tt 4 ß la carga? Cuestan 349 tt 12 ß. Tambien cuestan lo mismo 76 cargas, á 4 tt 12 ß.

LXXXVII.

Las reglas que siguen no dejan de ser engorrosas, especialmente si se resuelven formando coluna en la izquierda. La razon es, porque no podemos escapar del diezisetено, á no ser que la cantidad propuesta, á mas de los reales de vellon que vale cada entero, valga á razon de 17 maravedís cabales. Sirviéndonos de este modo de resolver, harémos mas fácil la resolucion, principiando dicha coluna de la izquierda por el diezisetено, como se verá en la práctica.

En esta especie de reglas podrá abreviarse el cálculo multiplicando primeramente la cantidad dada por los reales de vellon que valiere cada entero, y separadamente despues la misma cantidad dada por los maravedís de vellon, que aun importáre mas cada entero: reducidos, pues, estos maravedís á reales, y sumados con aquellos, se tendrá como antes lo que se pidiese r. v. gr.

376. Residiendo en Madrid compré 842 varas de cierta ropa, á razon de 36 reales, 28 maravedís de vellon castellano la vara. Dime, cuánto me costaron?

1 *real*. .	8 4 2 *varas*	
á	3 6 *r.s*	28 *m.s*
	3 0 3 1 2	
2 *marav.s* .	4 9 *r.s*	18 *m.s*
20	4 9 5 »	10 »
6	1 4 8 »	20 »
	3 1 0 0 5 *r.s*	14 *m.s*

Multiplicadas las 842 varas por los 36 reales, que importa cada vara, escríbase 1 real á la izquierda de dichas varas, é inmediatamente dispóngase la coluna á la misma izquierda, diciendo: un real puesto á los maravedís hace 34 maravedís, cuyo diezisetено es 2. El décuplo de este 2 es 20, y el triplo del mismo 2 es 6. Ordenados así los 28 maravedís en la coluna de la izquierda, dígase: es evidente que 842 varas, á razon de 1 real cada vara, valdrian 842 reales: luego, á razon de 2 maravedís valdrán el diezisetено. Si no quieres romperte la cabeza, parte los 842 reales por 17, y hallarás 49 reales, y te sobra-

rán 9 al último de la particion: pero como de estos 9 reales cada uno equivale á 34 maravedís, cuyo dieziseteno es 2, escribe por ellos 18 maravedís, y tendrás que el dieziseteno de aquellos 842 reales son los 49 reales, 18 maravedís, que están á la derecha de los 2 maravedís de la coluna.

Porque 20 maravedís es el décuplo de 2, por los 20 maravedís, di: yo ya sé que 842 varas, á razon de 2 maravedís, importan 49 reales, 18 marevédís: luego á razon de 20 maravedís importarán el décuplo: y porque tomar el décuplo de una cantidad es lo mismo que multiplicar por 10, y multiplicar una cantidad por 10 no es otra cosa que escribirle un cero á la derecha, puedes multiplicar los 49 reales, 18 maravedís, diciendo: el décuplo de 18 maravedís son 180 maravedís, que, reducidos á reales de vellon, componen 5 reales de vellon, y sobran 10 maravedís, que los escribo debajo, y llevo 5 reales. El décuplo de 49 reales son 490 reales, y 5 que llevo son 495, que los escribo.

Porque 6 maravedís son el triplo de 2, multiplica los mismos 49 reales, 18 maravedís por 3, y hallarás 148 reales, 20 maravedís. Suma en fin las partidas parciales, y tendrás en la total, que dichas 842 varas, á razon de 36 reales, 28 maravedís de vellon castellano, me costaron 31005 reales, 14 maravedís de vellon castellano.

Vamos á resolver la misma regla con mas brevedad, y menos quebradero de cabeza.

842 *varas.*	842 *varas.*	
á ..... 36 *r.*s 28 *m.*s	*á* .. 28 *m.*s	
30312 *r.*s	23576 *m.*s	34 *m.*s
28 *mar.*s . 693 *r.*s 14 *m.*s	317	693 *r.*s
31005 *r.*s 14 *m.*s	116	
	14 *m.*s	

Multiplicadas las 842 varas por los 36 reales, como parece en la regla de la izquierda, multiplica otra vez separadamente las mismas 842 varas por los 28 maravedís, que aun vale mas cada vara; y partido el producto 23576 maravedís por 34 maravedís, escribe debajo de los 30312 reales que salieron, los 693 reales que componen, con los 14 maravedís que sobraron en la particion, que ves practicada en la regla de la mano derecha, y en la suma

de las dos partidas hallarás lo mismo que en la regla antecedente; esto es, que 842 varas, á razon de 36 reales, 28 maravedís de vellon la vara, me costaron 31005 reales, 14 maravedís de vellon.

377. Cuánto importan 1684 arrobas de cierta mercadería, á razon de 18 reales, 14 maravedís de vellon la arroba? Puedes distribuir los 14 maravedís en la coluna de la izquierda, empezando por el diezisiteno, y continuándola por el séxtuplo; esto es, escribiendo primeramente 2 maravedís, y debajo de estos los 12 sobrantes. Para explicar que este 12 el séxtuplo de aquel 2, dirás: así como 2 es el sexto ó la sexta parte de 12, del mismo modo 12 es el séxtuplo ó seis veces el 2. Resuelve ahora la regla, y te saldrá, que 1684 arrobas, á 18 reales, 14 maravedís vellon la arroba, importan 31005 reales, 14 maravedís.

378. Lo que debe contribuir Juan por 356 quintales de cierta mercadería, á razon de 21 reales, 33 maravedís de vellon el quintal, es 7821 reales, 18 maravedís de vellon. Para resolver este problema del modo primero, que se resolvió el 377, formarás la coluna de la izquierda, empezando por el diezisiteno de los 34 maravedís, que vale un real de vellon, continuándola por el décuplo del diezisiteno, y por la mitad de este décuplo, y concluyéndola por la mitad del diezisiteno; esto es, escribiendo ordenadamente 2 maravedís, debajo de estos 20, despues 10, y al último 1. Para resolverlo del segundo modo, despues de haber multiplicado los 356 quintales por 21 reales, vuélvelos á multiplicar separadamente por los 33 maravedís, que aun vale mas cada quintal, y hallarás 11748 maravedís, los cuales divididos por los 34, que componen un real de vellon, te darán 345 reales, y te sobrarán 18 maravedís, cuya partida, escrita debajo del primer producto, te dará en suma lo mismo que antes.

379. El importe de 178 fanegas de trigo, á razon de 43 reales, 32 maravedís de vellon castellano, cuál es? Es 7821 reales, 18 maravedís de vellon. Acuérdate de lo que te advertí en el problema antecedente, y no seas omiso en dedicarte en el trabajo.

380. Cuánto valen 96 cántaras de vino, á 15 reales, 19 maravedís de vellon la cántara? Valen 1493 reales, 22 maravedís.

381. Dime, si por 48 arrobas de aceite, á 31 reales, 4 maravedís de vellon, debo entregar 1493 reales, 22 maravedís.

382. Cuánto ha de corresponderme Juan por 841 varas de bayeta, á 24 reales, 12 maravedís vellon la vara? Ha de corres-

ponderme 20480 reales, 28 maravedís. Decidme ahora si estaríamos en paz, supuesto que yo le debiese 1682 quintales de cierta mercaduría, á 12 reales, 6 maravedís de vellon el quintal?

383. Cuánto importan 468 fanegas de trigo, á razon de 64 reales, 22 maravedís de vellon? Importan 30254 reales, 28 maravedís.

384. Por 624 varas de cierta ropa, que compré, á razon de 78 reales, 27 maravedís de vellon la vara, cuánto debo entregar? Debo entregar 49167 reales, 18 maravedís. Distribuye las 27 maravedís en 2, 20 y 5, y tomarás el diezisetено, décuplo y cuarto.

LXXXVIII.

Como tengas presente que al real flojo equivale á 36 maravedís navarros, no tendrás la menor dificultad en resolver los problemas que siguen: pues el número 36 tiene mitad, tercio, cuarto, sexto, noveno, doceno, dieziocheno y treintaiseiseno; esto es, tiene las partes alicotas 18, 12, 9, 6, 4, 3, 2 y 1: á diferencia de otros números estériles, como el 34, que no tiene por entero mas que mitad, diezisetено y treintaicuatreno; y el 26 no mas que mitad, treceno y veinteiseiseno. Esto supuesto:

385. Decidme: cuánto me corresponde pagar por 146 robos de trigo, á razon de 21 reales flojos, 28 maravedís navarros? y cuánto por 438 varas de cierta ropa, á razon de 7 reales, 9 maravedís $\frac{1}{3}$ navarros?

1 *real*	146 *robos.*			1 *real*	438 *varas*		
á	21	*r.s*	28 *m.s*	*á*	7	*r.s*	9 *m.s* $\frac{1}{3}$
	3066				3066		
12 *maraved.* . . .	48	*r.s*	24 *m.s*	6 *maraved.* . . .	73		
12	48	”	24 ”	3	36	*r.s*	18 *m.s*
4	16	”	8 ”	$\frac{1}{3}$	4	”	2 ”
	3179	*r.s*	20 *m.s*		3179	*r.s*	20 *m.s*

Por los 146 robos de trigo me corresponde pagar 3179 reales flojos, 20 maravedís navarros, é igual partida por las 438 varas espresadas, como parece en los egemplos.

386. Deséase saber si el que compra 94 cántaros de vino, á razon de 16 reales flojos, 15 maravedís $\frac{1}{2}$ navarros el cántaro, ha de pagar mas que el que compra 47 arrobas de cierta mercaduría; á 32 reales flojos, 31 maravedís navarros la arroba? Uno y otro ha de pagar 1544 reales, 17 maravedís navarros.

387. Juana compró 73 libras de 16 onzas, á 43 reales, 20 maravedís navarros la libra, y Liberata vendió 219 libras de 12 onzas, á 14 reales, 18 maravedís $\frac{2}{3}$ navarros la libra. Dime, cuánto ha de pagar Juana, y cuánto ha de cobrar Liberata? Juana debe pagar 3179 reales flojos, 20 maravedís, é igual partida ha de cobrar Liberata.

LXXXIX.

Los problemas que siguen, aunque sean por libras, sueldos y dineros, moneda valenciana, se resuelven de la misma manera que los que son por libras, sueldos y dineros, moneda barcelonesa ó catalana; y así repasa lo que dijimos desde núm. LXXXII. pág. 88. hasta pág. 92 y desde núm. LXXXV. pág. 93. hasta LXXXVI.

388. A razon de 4 tt 12 ʃ 6 dineros valencianos la vara, cuánto recibiré por 342 varas?

1 *libra*	3 4 2 *varas*
á	4 tt 1 2 ʃ 6
	1 3 6 8 »
10 *sueldos*. . . .	1 7 1 »
2 *sueldos*.	3 4 » 4 »
6 *dineros*.	8 » 1 1 »
	1 5 8 1 tt 1 5 ʃ

Porque una libra se compone de 20 sueldos, cuya mitad son 10 sueldos, el quinto de estos 10 sueldos son 2 sueldos, y el cuarto de estos 2 sueldos son 6 dineros, dispon la coluna de la izquierda como parece: y resuelta la regla tendrás, que recibiré 1581 tt 15 ʃ moneda valenciana.

La resolucion del problema dado y de otros semejantes puede variarse de distintos modos, siendo los mas espeditos los siguientes,

1 *real*. .	3 4 2 *varas*.
á	4 tt 1 2 ʃ 6
	1 3 6 8
6 *reales*.	2 0 5 » . 4 »
6 *dineros*. . .	8 » 1 1 »
	1 5 8 1 tt 1 5 ʃ

1 *real*. .	3 4 2 *varas*.
á	4 6 *r.s* 6 *d.s*
	1 5 7 3 2
6 *dineros*. .	8 5 *r.s* 12 *d.s*
	1 5 8 1 7 *r.s* 12 *d.s*
	1 5 8 1 tt 1 5 ʃ

1 *real*. .	3 4 2 *varas*.
á	4 6 *r.s* 6 *d.s*
	1 5 7 3 tt . 4 ʃ
6 *dineros*. . .	8 tt 1 1 ʃ
	1 5 8 1 tt 1 5 ʃ

1 *real*. .	3 4 2 *varas*.
á	4 tt 1 2 ʃ 6
	1 5 7 3 tt . 4 ʃ
6 *dineros*. . .	8 tt 1 1 ʃ
	1 5 8 1 tt 1 5 ʃ

389. Un comerciante de Valencia tiene 436 quintales de cierta mercadurfa en su almacen, que quiere venderlos á 13 tt 14 ß el quintal: cuánto sacará de todos? Sacará 5973 tt 4 ß. Puede que sacó lo mismo de 2616 cahices de trigo, que vendió á razon de 2 tt 5 ß 8 el cahiz.

390. Por 813 cántaros de vino, que compré en Valencia, á 12 tt 18 ß valencianos el cántaro, hube de pagar 10487 tt 14 ß valencianos: dime ahora, si por 271 cántaros de aceite, que vendí, á razon de 38 tt 14 ß el cántaro, me hubieron de entregar igual partida?

XC.

Aunque en Mallorca no cuenten por reales de á 24 dineros, ó de 2 sueldos; pueden no obstante resolverse las reglas, que son por libras, sueldos y dineros mallorquines, del mismo modo que resolvimos las que son por libras, sueldos y dineros catalanes ó valencianos: no hay, pues, reparo en suponer, que en Mallorca y en cualquier otra parte que cuenten por libras, sueldos y dineros, hay tambien reales de 2 sueldos como en Cataluña; v. gr.

391. Compré 1452 canas de cierta ropa en Mallorca, á razon de 4 tt 14 ß 6 mallorquines la cana, cuánto debo entregar por ellas?

1 *libra*. . 1452 *canas* *á* . . . . 4 tt 14 ß 6 5808 10 *sueldos*. . 726 4 *sueldos*. . 290 » 8 » 6 *dineros*. . . 36 » 6 » 6860 tt 14 ß	1 *libra*. . 1452 *canas* *á* . . . . 4 tt 14 ß 6 5808 2 *sueldos*. . 145 » 4 » 12 *sueldos*. . 871 » 4 » 6 *dineros*. . . 36 » 6 » 6860 tt 14 ß
1 *real*. . 1452 *canas* *á* . . . . 4 tt 14 ß 6 5808 7 *reales*. 1016 » 8 » 6 *dineros*. . . 36 » 6 » 6860 tt 14 ß	1 *real*. . 1452 *canas* *á* . . . . 47 *r.s* 6 *d.s* 68244 6 *dineros*. . 363 68607 *reales*. 6860 tt 14 ß

1 real ...	1452 canas.				1 real ...	1452 canas			
á ...	1 ... 47 r.s 6 d.s					4	℔	14 ß	6
	6824	℔	8 ß			6824	»	8	»
6 dineros ...	36	℔	6 ß		6 dineros ...	36	»	6	»
	6860	℔	14 ß			6860	℔	14 ß	

En cada una de las seis resoluciones del problema dado salen 6860 ℔ 14 ß: luego esta es la partida que debo entregar.

392. Para satisfacer 21 cuartanes de aceite, que compré en Palma, á razon de 24 ß 6 el cuartan, entregué 42 libras de cierta mercadurfa á 12 ß 3 la libra: cómo quedamos de cuentas? Resuelve las dos reglas; y si en cada una hallas 25 libras, 14 sueldos, 6 dineros, di que quedamos en paz.

393. Dime ahora, si por 847 quarteras de trigo, á razon de 5 ℔ 17 ß 9 mallorquines la cuartera, debo pagar á Don Pedro la misma partida de 4986 libras, 14 sueldos, 3 dineros mallorquines, que me corresponde Don Juan por 1694 quintales, á 2 ℔ 18 ß 10 ½ el quintal?

XCI.

Las reglas que se resuelven por libras, sueldos y dineros jaqueses ó de Aragon, no se diferencian de las que se resuelven por libras, sueldos y dineros de Cataluña, Valencia, ó Mallorca: sí solo se debe tener presente, que el sueldo de Aragon se compone de 16 dineros jaqueses; v. gr.

394. Dime, cuál es el valor de 1386 varas, á 8 ℔ 14 ß 14 dineros jaqueses?

1 ℔ ß ..	1386 varas					1 real ..	1386 varas				
	8	℔	14 ß	14			8	℔	14 ß	14	
	11088						11088				
10 ß	693					7 reales ...	970	»	4	»	
4	277	»	4	»		8 dineros ...	34	»	13	»	
8 dineros ...	34	»	13	»		4 dineros ...	17	»	6	»	8
4 dineros ...	17	»	6	»	8	2 dineros ...	8	»	13	»	4
2 dineros	8	»	13	»	4		12118	℔	16 ß	12	
	12118	℔	16 ß	12							

1 tt . . . 693 *varas.*	1 *real* . 2772 *varas.*
17 tt 9 ß 12	4 tt 7 ß 7
11781 »	11088
5 ß . . . 173 » 5 »	3 *reales* . 831 » 12 »
4 ß . . . 138 » 12 »	1 *sueldo* . . 138 » 12 »
8 *dineros* . . 17 » 6 » 8	4 *dineros* . . 34 » 13 »
4 *dineros* . . . 8 » 13 » 4	2 *dineros* . . 17 » 6 » 8
	1 *dinero* . . . 8 » 13 » 4
12118 tt 16 ß 12	12118 tt 16 ß 12

1 *real* . . 462 *varas.*	1 *real* . . 4158 *varas.*
26 tt 4 ß 10	2 tt 18 ß 4 $\frac{2}{3}$
12104 » 8 »	12058 » 4 »
8 *dineros* . . 11 » 11 »	4 *dineros* . . 51 » 19 » 8
2 *dineros* . . . 2 » 17 » 12	$\frac{2}{3}$ *de dinero* . . 8 » 13 » 4
12118 tt 16 ß 12	12118 tt 16 ß 12

Por las dos primeras reglas se tiene, que el valor de 1386 varas, á razon de 8 tt 14 ß 14 dineros jaqueses la vara, es 12118 libras, 16 sueldos, 12 dineros jaqueses. Y puede decirse que no se ha padecido equivocacion, porque las cuatro reglas del pie, que sirven de prueba ó examen, dan el mismo producto.

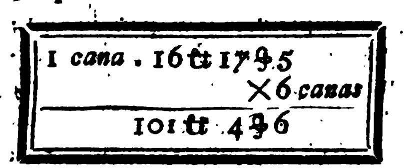
395. Dime, si 64 cahices de trigo, á razon de 18 libras, 12 sueldos el cahiz, importan lo mismo que 32 quintales de cierta mercaduría, á 37 tt 4 ß el quintal; que 128 cargas de vino, á 9 tt 6 ß la carga; que 192 arrobas, á 6 tt 4 ß la arroba; que 16 cargas de aceite, á 74 tt 8 ß la carga; que 256 varas, á 4 tt 13 ß la vara? Porque en la resolucion de cada una de las seis dudas propuestas, salen 1190 libras, 8 sueldos, digo, que 64 cahices de trigo, á 18 tt 12 ß el cahiz, importan lo mismo que &c.

396. Pedro tiene 35 cuarteras de trigo, que vale á 3 tt 17 ß 15 dineros jaqueses la cuartera; Gerónimo 7 quintales de cáñamo, cuyo quintal vale 19 tt 9 ß 11; Mauricio 35 varas de cierta ropa, que vale á 38 reales, 31 dineros la vara; Benito 7 cargas de vino, cuya carga vale 194 reales, 27 dineros. Pídese, ¿cuánto vale todo? Vale 545 libras, 11 sueldos, 4 dineros jaqueses.

XCII.

Cuando la cantidad propuesta consistirá en número dígito, se hallará lo que se pide, multiplicando el valor de un entero por la cantidad dada; v. gr.

397. 6 canas de terciopelo, á 16 tt 17 ʒ 5 la cana, cuánto importan?



Dígase: 6 veces 5 dineros hacen 30 dineros, escribo 6, y llevo 2 ʒ. 6 veces 7, 42; y 2 que llevo 44, escribo 4 ʒ, y llevo 4. 1 vez 6 es 6, y 4 que llevo 10. Y porque la mitad de 10 es 5, digo que llevo 5 tt. 6 veces 6, 36, y 5 que llevo 41, escribo 1 tt, y llevo 4. 1 vez 6 es 6, y 4 que llevo 10, que los pongo; y así dígase, que dichas 6 canas importan 101 tt 4 ʒ 6.

398. A 13 tt 9 ʒ 9 la arroba de cierta mercaduría, cuánto costarán 4 arrobas? Costarán 53 tt 19 ʒ.

399. El valor de 7 cuarteras de trigo, á 6 tt 13 ʒ la cuartera, es 46 tt 11 ʒ.

400. Un criado gana 54 reales, 15 dineros cada mes. Pregunto, cuánto habrá ganado en 8 meses? Habrá ganado 43 tt 14 ʒ.

401. El importe de 5 varas de lienzo, á 17 reales, 7 maravedís vellon, cuál es? Es 86 reales, 1 maravedí.

402. A 25 reales, 18 maravedís vellon, á cuánto equivalen 9 quintales de cierta mercaduría? Equivalen á 229 reales, 26 maravedís vellon.

403. Cuánto habrá ganado en 4 años el muchacho, que cada año gana 109 reales, 6 maravedís vellon? Habrá ganado 436 reales, 24 maravedís.

404. 3 varas de cierta ropa, á 33 reales flojos, 35 maravedís navarros equivalen á 101 reales flojos, 33 maravedís.

XCIII.

Cuando la cantidad propuesta consistirá en un número mixto tal, que sea producido de un número dígito multiplicado por otro; se hallará lo que se pide, multiplicando el valor de un entero por cualquiera de aquellos dos números dígitos, y el producto resultante por el otro; v. gr.

405. Pídese: 35 quintales de cacao, á 52 tt 19 ʒ 8 dineros jaqueses. 6 de Aragon el quintal, cuánto valen?

52 tt 19 ϟ 8
×5
264 tt 17 ϟ 8
×7
1854 tt 2 ϟ 8

Porque la cantidad dada 35 es el producto de 5 multiplicado por 7, multiplíquese (XXVI. pág. 23.) el valor de un entero por 5, y su producto por 7, y se tendrá, que los 35 quintales de cacao, á razon de 52 tt 18 ϟ 8 dineros jaqueses el quintal, valen 1854 tt 2 ϟ 8 jaqueses. No por lo que decimos en esta cuestion, hemos de olvidar las reglas dadas; el problema, pues, que está aquí descrito, puede resolverse de várias maneras; pero para repasar, conténtate de las cuatro siguientes.

1 tt. ϟ . . . 35 *quintales.*	1 *libra* . . . 35 *quintales.*
52 tt 19 ϟ 8	52 tt 19 ϟ 8.
1820 »	1820 »
10 ϟ . . . . . 17 » 10 »	2 *sueldos* . . 3 » 10 »
5 ϟ . . . . . 8 » 15 »	16 *sueldos* . 28 » . . »
4 ϟ . . . . . 7 » . . »	1 *sueldo* . . 1 » 15 »
8 *dineros* . . . . » 17 » 8	8 *dineros* . . . » 17 » 8
1854 tt 2 ϟ 8	1854 tt 2 ϟ 8
1 *real* . . . 35 *quintales.*	1 *real* . . 35 *quintales.*
á . . . 52 tt 19 ϟ 8.	*á* . . . 52 tt 19 ϟ 8.
1820	1851 » 10 »
9 *reales* . . . 31 » 10 »	1 *sueldo* . . . 1 » 15 »
1 *sueldo* . . . 1 » 15 »	8 *dineros* . . . » 17 » 8
8 *dineros* . . . . » 17 » 8	1854 tt 2 ϟ 8.
1854 tt 2 ϟ 8.	

406. Cuánto importan 42 libras de añil, á 8 reales, 16 dineros de Cataluña? Importan 36 tt 8 ϟ.

407. Compré 54 pañuelos, á 18 ϟ 4 dineros de Valencia cada uno. Decidme si me costaron 49 tt 10 ϟ valencianos?

408. A 21 ϟ 9 dineros de Mallorca la libra de chocolate, cuánto cuestan 27 libras? Cuestan 29 tt 7 ϟ 3 dineros mallorquines.

409. 32 quintales de abadejo, á 17 tt 13 ϟ 7 el quintal, equivalen á 565 tt 14 ϟ 8.

410. Si un caballo cuesta 23 doblones, 12 reales, 8 dineros

de Cataluña, digo, que 24 caballos costarán 557 doblones, 16 reales, moneda barcelonesa.

411. El tendero que vende 15 piezas de ropa, á razon de 86 pesos, 6 reales, 15 maravedís plata, ha de cobrar 1302 pesos, y 21 maravedís de plata.

XCIV.

Cuando la cantidad dada no llegáre á un entero, tírese una línea por debajo del valor que tuviere el entero; y la suma de las partes alicotas de precio, que salieren, equivalentes á la cantidad propuesta, indicará lo que se pide; v. gr.

412. Decidme, cuánto ha de entregar Pedro por 3 palmos de paño, que le costó á razon de 13 tt 17 ſ 8 la cana catalana?

1 cana. .	13 tt 17 ſ 8
2 palmos. .	3 tt 9 ſ 5
1 palmo . .	1 tt 14 ſ 8 $\frac{1}{2}$
	5 tt 4 ſ 1 $\frac{1}{2}$

Porque de 1 cana solo se compraron 3 palmos, tómese el cuarto del valor de una cana, y se tendrá lo que valen 2 palmos. Por el 1 palmo tómese la mitad del precio que corresponde á los 2 palmos, y se tendrá el valor de 1 palmo. Súmese ahora el tal cuarto y mitad, y la suma indicará que Pedro por los 3 palmos ha de entregar 5 tt 4 ſ 1 $\frac{1}{2}$.

413. Por 1 palmo $\frac{1}{2}$ de cierta ropa, que compré á 27 tt 15 ſ 4 la cana, cuánto he de corresponder? He de corresponder 5 tt 4 ſ 1 $\frac{1}{2}$.

414. A 18 reales $\frac{1}{2}$ de ardites la cana de indiana, cuanto valen 5 palmos? Valen 11 reales, 13 dineros $\frac{3}{4}$.

415. Decidme, si 3 arrobas, á 48 tt 12 ſ 4 el quintal, cuestan 36 tt 9 ſ 3?

416. A 18 ſ 9 la libra de chocolate, cuanto gasta cada dia el que toma 3 cuartos? Gasta 1 ſ 2 $\frac{1}{16}$. Examínese si el que toma 1 onza $\frac{1}{2}$ diariamente, á 9 ſ 4 $\frac{1}{2}$ la libra, gasta lo mismo?

417. Una criada gana 16 tt 15 ſ anualmente. Pregúntase, cuánto habrá ganado en 10 meses? Habrá ganado 13 tt 19 ſ 2. Mírese, si la que gana 33 tt 10 ſ habrá ganado lo mismo en 5 meses?

418. Por 5 años arrendé mi campo á Diego por precio de 837 tt 18 ſ 4. Pídese, cuánto me debe pagar por 4 años? Me debe pagar 670 tt 6 ſ 8.

419. Cuánto se entregará á un jornalero por 3 cuartos de jornal, supuesto que gana 11 ſ 4 por jornal? Se le entregarán 8 ſ 6 Y si hubiese ganado 22 ſ 8 por jornal, se le habria entregado lo mismo por $\frac{3}{8}$ de jornal?

Repásese lo que se dijo desde LXXXII. pág. 88. hasta XCII. pág 107. y se hallará muy fácil la resolucion de los problemas siguientes.

420. A 8 ß 8 la libra de cierta mercaduría, cuánto importan 84 libras? Importan 36 tt 8 ß. Y lo mismo importan 168 libras de azucar á 2 reales, 4 dineros la libra.

421. A 9 reales, 4 dineros el pañuelo, cuánto valen 8 docenas? Valen 88 tt ß.

422. Cuánto costaron 576 cuartanes de aceite, á razon de 27 ß 5, ó á razon de 13 reales, 17 dineros el cuartan? Costaron 789 tt 12 ß. Lo mismo costaron 288 cuarteras de centeno á 27 reales, 10 dineros la cuartera.

423. El valor de 86 canas de lienzo, á 17 reales, 18 dineros la cana; ó el de 43 canas, á 35 reales y medio, es 152 tt 13 ß.

424. A 8 ß 6 la libra, cuántas libras de ardites costó el cochino que pesó 97? Costó 41 tt 4 ß 6. Tambien costaron lo mismo 194 libras de azúcar, á 4 ß 3 la libra.

425. El importe de 364 quintales de cierta mercaduría, á razon de 5 ß 5 $\frac{5}{6}$ el quintal; ó el de 182 quintales á 10 ß 11 $\frac{2}{3}$ el quintal, es 99 tt 16 ß 11 $\frac{1}{3}$.

426. Sirvase V. m. decirme, si el valor de 34 onzas de canela á 7 ß $\frac{2}{5}$; ó el de 68 libras de azucar, á 3 ß $\frac{7}{10}$ la libra; ó el de 17 libras de cacao, á 14 ß $\frac{4}{5}$ la libra, es 12 tt 11 ß 7 $\frac{1}{5}$?

427. Cuánto sacó Juan de 354 canas de cinta, que vendió á 6 ß 8 la cana? Porque 6 ß 8 es el tercio de 1 tt, tómese el tercio de la cantidad, y se hallará que sacó 118 tt. Lo mismo sacó de 708 canas, á 3 ß 4 la cana, como puede esperimentarse tomando el sexto de la cantidad dada.

428. Cuánto importan 98 libras de pan, á 1 ß 8 dineros la libra, y 74 mitadellas de vino, á 2 ß 6 la mitadella? Importan 17 tt 8 ß 4; pues el doceno de 98, y el octavo de 74 componen dicha suma.

429. A 28 reales, 29 maravedís $\frac{1}{2}$ de vellon la cana, cuánto he de contribuir por 64 canas de lienzo? He de contribuir 1847 reales, 18 maravedís vellon.

430. Cuánto he de entregar por 94 quintales de cierta mercaduría, que me costaron á razon de 18 pesos, 9 reales, 17 dineros $\frac{2}{3}$. el quintal? He de entregar 1757 pesos, 5 reales, 4 dineros $\frac{2}{3}$, ó bien 2460 tt 6 ß 4 $\frac{2}{3}$ moneda barcelonesa.

431. Cuánto recibirá Pedro por 128 quintales de cierta mercaduría, que vendió á razon de 18 pesos, 11 reales, 22 maravedís de vellon castellano?

1 *peso* . . . . . 128 *quintales.*
18 *pesos,* 11 *reales,* 22 *marav.s vellon.*

2304
5 *reales* . . . . . 42 *pesos,* 10 *reales.*
5 *reales* . . . . . 42 " 10 "
1 *real* . . . . . . 8 " 8 "
2 *marav.s* . . . . . 0 " 7 " 18 *maravedís.*
20 *marav.s* . . . . . 5 " 0 " 10 "

2403 *pesos,* 5 *reales,* 28 *marav.s vellon.*

---

128 *quintales*
18 *pes.* 11 *r.s* 22 *m.s*

2304
99

2403 *pesos.*

11 *reales* 22 *marav.s*
34 *maravedís.*

396 *maravedís.*
128 *quintales.*

50688 *marav.s* | 512 *m.s*
4608 | 99 *pesos.*

---

512 *maravedís* . . . 128 *quintales*
á . . . . . 18 *pesos,* 11 *reales,* 22 *maravedís.*

2304
½ . . 256 *maravedís* . . 64
¼ . . { 64 *maravedís* . . 16
{ 64 *maravedís* . . 16
1/8 . . . . . 8 *maravedís* . . 2
½ . . . . . 4 *maravedís* . . 1

396 *marav.s* . 2403 *pesos.*

---

510 *maravedís* . . . 128 *quintales*
á . . . . . 18 *pesos,* 11 *reales,* 22 *marav.s*

2304
⅓ . . { 170 *marav.s* . . . 42 *pesos,* 10 *reales.*
{ 170 " . . . 42 " 10 "
1/5 . . . . . 34 " . . . 8 " 8 "
1/17 . . . . . 2 " . . . 0 " 7 " 18 *marav.s*
Décuplo 20 " . . . 5 " 0 " 10 "

396 *marav.s* 2403 *pesos,* 5 *reales,* 28 *marav.s*

Dígase; que contando el peso de 15 reales de vellon cabáles, como se practíca en Castilla en las compras y ventas del interior del reino, Pedro recibirá 2403 pesos, 5 reales, 28 maravedís de vellon castellano; pero contándolo de 15 reales, 2 maravedís de vellon castellano, como en Cataluña, recibirá 2403 pesos solamente, como parece en las dos reglas segunda y tercera.

Algunos dirán, que contando el peso de 15 reales de vellon cabáles, ha de salir un producto menor, que contándolo de 15 reales, y 2 maravedís mas. A estos se les responderá, que para pagar una deuda con moneda de menor valor, se necesita mayor número, que para pagarla con moneda de mayor valor.

En las dos reglas últimas puede cada uno desprenderse por sí mismo de la duda, si mira con madura reflexion que los maravedís, que han de distribuirse en la coluna de la izquierda, son 396. De estos se necesita mayor número para formar cualquiera parte alicota de 512 maravedís, que es el valor exacto de un peso ó real de á ocho, que para formar la misma parte alicota de 510; y es así, porque de sus subequimultíplices 256 y 255; mayor es el submultíplice de 512 que el de 510.

XCVI.

Segunda especie.

Lo 1.º Escríbase la cantidad dada por multiplicando, y el valor de un entero por multiplicador, y tírese una línea por debajo.

Lo 2.º Multiplíquese la especie superior del multiplicando por el número que fuere multiplicador.

Lo 3.º De las especies inferiores del multiplicando fórmese una coluna á la izquierda, ordenándola por partes alicotas, como mejor pareciere.

Lo 4.º Tómese del multiplicador la parte, que la primera de la coluna de la izquierda, sea en tal caso parte alicota de un entero de la especie superior del multiplicando, trasladado á la especie inmediata.

Lo 5.º Las demas partes de precio tómense segun el órden con que se dispuso la referida coluna.

Lo 6.º Súmese la multiplicacion con las demas partes de precio que salieron, y el agregado indicará lo que se pide; v. gr.

432. Pídese: cuánto importan en Cataluña 542 canas, 6 palmos $\frac{1}{4}$ de paño, á 15 pesos la cana?

5 4 2 *canas*,	6 *palmos* $\frac{3}{4}$		
1 *cana*. 1 5 *pesos*.			
8 1 3 0			
4 *palmos*.	7 *pesos*,	7 *reales*.	
2 . . .	3 »	10 »	12 *d.*s
$\frac{3}{4}$	»	13 »	3 »
$\frac{1}{4}$	»	6 »	13 » $\frac{1}{2}$
8 1 4 2 *pesos*,	9 *reales*	4 *d.*s $\frac{1}{2}$	

Multiplicadas las 542 canas por los 15 pesos del multiplicador, dispóngase la coluna de la izquierda, diciendo: 1 cana, puesta á los palmos, son 8 palmos, cuya mitad es 4 palmos, que los escribo á la izquierda. La mitad de 4 palmos son 2 palmos, que los escribo debajo: estos 2 palmos trasladados á cuartos hacen 8 cuartos, cuyo cuarto son 2 cuartos; y la mitad de estos 2 cuartos $\frac{1}{4}$. Teniendo ya distribuidos exactamente los 6 palmos, 3 cuartos, continúese la resolucion, diciendo: Hemos dicho que 1 cana vale 15 pesos: luego 4 palmos valdrán la mitad; y así dígase: la mitad de 15 pesos son 7 pesos, y sobra 1 peso, que son 14 reales de ardites, cuya mitad es 7 reales.

Por los 2 palmos dígase: Yo ya sé que 4 palmos, á razon de 15 pesos la cana, valen 7 pesos, 7 reales: luego 2 palmos valdrán la mitad. La mitad de 7 pesos es 3, y sobra 1 peso, que hace 14 reales, que con los 7 que se hallan en frente componen 21, cuya mitad es 10, y sobra 1 real, que son 24 dineros, cuya mitad es 12.

Porque 2 cuartos es el cuarto de los 2 palmos, dígase: Yo ya sé que 2 palmos valen 3 pesos, 10 reales, 12 dineros: luego 2 cuartos valdrán el cuarto. El cuarto de 3 pesos es cero, y sobran 3 pesos, que hacen 42 reales de ardites, que unidos con los 10 que siguen, componen 52, cuyo cuarto es 13. El cuarto de 12 dineros es 3.

El $\frac{1}{4}$ que sigue es la mitad de los $\frac{2}{4}$; y así tómese la mitad de lo que valen 2 cuartos, y saldrán 6 reales, 13 dineros y medio.

En conclusion súmense las partidas que salieron, y podrá responderse, que 542 canas, 6 palmos, 3 cuartos, á 15 pesos la cana, importan 8142 pesos, 9 reales, 4 dineros y medio; ó bien 11399 libras, 14 sueldos, 4 dineros y medio catalanes.

433. Y por las referidas 542 canas, 6 palmos, 3 cuartos de paño, á razon de los mismos 15 pesos la cana, cuánta moneda mallorquina se entregará?

	5 4 2 *canas*, 6 *palmos* $\frac{3}{4}$.			
1 *cana* . . 1 5 *pesos*.				
	8 1 3 0			
4 *palmos*. . .	7 *pesos*	1 1 ℌ	4	
2 " . . .	3 "	1 7 "		
$\frac{2}{4}$ "	"	2 1 "	3	
$\frac{1}{4}$ "	"	1 0 "	7 $\frac{1}{2}$	
	8 1 4 2 *pesos*	1 4 ℌ	1 0 $\frac{1}{2}$	

Como tengas presente que el peso ó real de á ocho equivale á 22 sueldos, 8 dineros de Mallorca, no tendrás dificultad en hallar y responder, que por 542 canas, 6 palmos $\frac{3}{4}$, medida de Mallorca, á 15 pesos la cana, se entregarán 8142 pesos, 14 sueldos, 10 dineros y medio mallorquines: ó bien, si sumas aquellos pesos con su octavo y quinceno de este octavo con los 14 ℌ 10 $\frac{1}{2}$ restantes, dirás que se entregarán 9228 libras, 6 sueldos, 10 dineros y medio mallorquines.

434. Recibí 127 varas, 3 palmos, 3 cuartos de cierta ropa, que entre compra y demas gastos me cuestan á razon de 7 pesos la vara. Dime, ¿cuánto importan en moneda de vellon castellano, cuánto en moneda valenciana, cuánto en moneda aragonesa, y cuánto en moneda navarra?

	1 2 7 *varas*, 3 *palmos* $\frac{3}{4}$				
1 *vara* . . . . . . 7 *pesos*.					
	8 8 9				
2 *palmos*	3 *pesos*,	7 *real*.	17 *m.*[s]		
1 "	1 "	11 "	8 "	$\frac{1}{4}$	4
$\frac{2}{4}$ "	"	13 "	4 "	$\frac{1}{4}$	2
$\frac{1}{4}$ "	"	6 "	19 "	$\frac{1}{8}$	1
	8 9 5 *pesos*,	8 *real*.	14 *m.*[s] $\frac{7}{8}$		

Si cotejas esta regla, y la que sigue con la última, que pusimos en la primera especie de multiplicar compuesto, puede que te causen alguna confusion las razones que allí dimos, y las sumas que en estas dos reglas hallamos. En las tres últimas no hallarás, como tengas presente que el peso en Valencia se cuenta por 20 sueldos, en Aragon por 16, y en Navarra por 8 reales flojos, y el real flojo por 36 maravedís.

127 *varas*, 3 *palmos*, 3 *q.s*
1 *vara* . . 7 *pesos.*
889
2 *palmos* . 3 *pesos*, 7 *reales*, 18 *m.s*
1 » . . 1 » 11 » 10 »
$\frac{3}{4}$ » . . . » 13 » 6 »
$\frac{1}{4}$ » . . . » 6 » 20 »
895 *pesos*, 8 *reales*, 16 *m.s*

127 *var.* 3 *p.s* $\frac{3}{4}$
1 *vara.* . . . 7 *pesos.*
889
2 *palmos* . . 3 *pes.* 10 S
1 » . . 1 » 15 »
$\frac{3}{4}$ » . . . » 17 » 6
$\frac{1}{4}$ » . . . » 8 » 9
895 *pes.* 11 S 3

127 *varas*, 3 *palmos* $\frac{3}{4}$
1 *vara* . . 7 *pesos.*
889
2 *palmos*. 3 *pesos* 8 S
1 » . . 1 » 12 »
$\frac{3}{4}$ » . . . » 14 »
$\frac{1}{4}$ » . . . » 7 »
895 *pesos* 9 S

127 *var.* 3 *p.s* 3 *q.s*
1 *vara* . 7 *pesos.*
889
2 *palmos*. 3 *pesos* 4 *r.s*
1 » . 1 » 6 »
$\frac{3}{4}$ » . . » 7 »
$\frac{1}{4}$ » . . » 3 » 18 *m.s*
895 *pesos* 4 *r.s* 18 *m.s*

Por la primera regla tenemos, que 127 varas, 3 palmos, 3 cuartos, á razon de 7 pesos la vara, contando el peso por 15 reales de vellon cabales, importan 895 pesos, 8 reales, 14 maravedís, 7 octavos de vellon castellano: por la segunda, contando el peso por 15 reales, 2 maravedís, que importan 895 pesos, 8 reales, 16 maravedís de vellon castellano: por la tercera, que importan 895 pesos, 11 sueldos y 3 dineros valencianos: por la cuarta, que importan 895 pesos, 9 sueldos aragoneses: por la quinta, que importan 895 pesos, 4 reales flojos y 18 maravedís navarros.

435. Hay siete comerciantes, uno en Madrid, otro en Valencia, otro en Zaragoza, otro en Pamplona, otro en Palma, otro en Cádiz y otro en Barcelona, que cada uno tiene 846 quintales, 3 arrobas, 24 libras, 8 onzas de cierta mercaduria en su almacen, é indistintamente quieren venderlos, á razon de 19 pesos por quintal: cuánto dinero cobrará cada uno, efectuada la venta á dicho precio?

Acuérdate que el quintal en todos estos reinos es de 4 arrobas, y que la arroba de Castilla se compone de 25 libras, la de Valencia de 30 ó de 36, la de Aragon de 36, la de Navarra

como la de Aragon ó de Castilla, la de Mallorca de 26 como la de Cataluña; la libra de 12 onzas, á excepcion de la de Castilla, que es de 16. Esto supuesto:

8 4 6 *quintales*, 3 *arrobas*, 24 *libras* 8 *onzas*.
1 *quintal*... 1 9 *pesos*.

1 6 0 7 4

2 *arrobas*....	9 *pesos*,	7 *reales*,	17 *marav.*		
1 *arroba*....	4 »	11 »	8 »	$\frac{1}{2}$	. 10
5 *libras*.....	0 »	14 »	8 »	$\frac{1}{2}$	. 10
15 *libras*.....	2 »	12 »	25 »	$\frac{1}{2}$	. 10
3 *libras*......	»	8 »	18 »	$\frac{7}{10}$	. 14
1 *libra*......	»	2 »	28 »	$\frac{9}{10}$	. 18
8 *onzas*......	»	1 »	14 »	$\frac{9}{20}$	. 9

1 6 0 9 2 *pesos*, 1 3 *reales*, 1 9 *marav.* $\frac{11}{20}$. 71 | 20 / 11 3

8 4 6 *quintales*, 3 *arrobas*, 24 *libras*, 8 *onzas*.
1 9 *pesos*.

1 6 0 7 4

2 *arrobas*....	9 *pesos*,	7 *reales*,	18 *marav.*		
1 »	4 »	11 »	10 »		
5 *libras*	»	14 »	10 »	$\frac{2}{5}$	. 10
15 »	2 »	12 »	27 »	$\frac{1}{5}$	.. 5
3 »	»	8 »	19 »	$\frac{21}{25}$	
1 »	»	2 »	29 »	$\frac{7}{25}$	
8 *onzas*	»	1 »	14 »	$\frac{16}{25}$	

1 6 0 9 2 *pesos*, 1 3 *reales*, 2 1 *marav.* $\frac{9}{25}$

Digo, que el comerciante de Madrid, contando el peso de 15 reales de vellon cabales, cobrará 16092 pesos, 13 reales, 19 maravedís 11. 20 avos de maravedí de vellon castellano; pero contándolo de 15 reales, 2 maravedís de vellon, cobrará 16092 pesos, 13 reales, 21 maravedís 9. 25 avos de maravedí de vellon. Mira con atencion los dos egemplos que siguen, y por ellos conocerás la diferencia de los dos que anteceden.

846 *quintales*, 3 *arrobas*, 24 *libras*, 8 *onzas*.
á . . . . . 285 *reales de vellon.*

	241110						
2 *arrobas*	. . . 142	*reales*,	17	*marav.*[s]			
1 »	 71	»	8	»	$\frac{1}{2}$	. 10	
5 *libras*	 14	»	8	»	$\frac{1}{2}$	. 10	
15 »	 42	»	25	»	$\frac{1}{2}$	. 10	
3 »	 8	»	18	»	$\frac{7}{10}$	. 14	
1 »	 2	»	28	»	$\frac{9}{10}$	. 18	
8 *onzas*	 1	»	14	»	$\frac{9}{20}$	. 9	
	241393	*reales*,	19	*marav.*[s]	$\frac{11}{20}$	. 71 / 11	20 / 3

846 *quint.*[s] 3 *ar.*[s] 24 *libras* 8 *onzas*.
286 *reales*, 4 *mar.*[s] *vellon.*

	241956					
4 *marav.*[s]	. 99	*reales*,	18	*mar.*		
2 *arrob.*	143	»	2	»		
1 »	. . 71	»	18	»		
5 *libras*	. . 14	»	10	»	$\frac{2}{5}$	. 10
15 »	. . 42	»	31	»	$\frac{1}{5}$	. . 5
3 »	. . . 8	»	19	»	$\frac{21}{25}$	
1 »	. . . 2	»	29	»	$\frac{7}{25}$	
8 *onzas*	. . . 1	»	14	»	$\frac{16}{25}$	
	242340	*reales*,	7	*m.*[s]	$\frac{9}{25}$	

846 *quintales*
á . . . . 4 *mar.*

3384 *m.*[s] | 34
324 — 99 *r.*[s]
18

Porque 19 pesos, á 15 reales de vellon cabales, encierran 285 reales de vellon, y los mismos 19 pesos, á razon de 15 reales, 2 maravedís por peso, equivalen á 286 reales, 4 maravedís; multiplica los quintales propuestos por 285 reales vellon, y despues separadamente los mismos quintales por 286 reales, 4 maravedís vellon, y quitando una suma de la otra, hallarás la notable diferencia de 946 reales, 21 maravedís, 81 centesos de maravedí vellon castellano.

846 q.s 3 ar.s 24 lib. 8 on.s	846 q.s 3 a.s 24 lib. 8 on.s
1 quint. 19 pesos.	1 ql. 19 pesos.
16074	16074
2 arrob. . 9 pes. 10 ϑ	2 a.s 9 ℔ 10 ϑ
1 » . 4 » 15 »	1 » 4 » 15 »
18 libras. . 2 » 7 » 6	6 lib. 0 » 19 »
6 » . . » 15 » 10	18 » 2 » 17 »
8 onzas. . . » 1 » 9 $\frac{1}{9}$	8 on.s . » 2 » 1 $\frac{3}{9}$
16091 pes. 10 ϑ 1 $\frac{1}{9}$	16092 ℔ 3 ϑ 1 $\frac{1}{3}$

En Valencia es lo mismo un peso, que una libra valenciana: luego el comerciante de Valencia, que vende aquellos quintales á 19 pesos el quintal cobrará 16091 pesos, 10 sueldos, 1 dinero, y 1 noveno de dinero valenciano, siendo la arroba de 36 libras; pero siendo de 30, cobrará 16092 libras, 3 sueldos, 1 dinero y $\frac{1}{3}$ tercio de dinero valenciano.

846 quint.s 3 ar.s 24 lib. 8 on.s
1 quintal . 19 pesos
16074
2 arr.s . . . . 9 pesos 8 ϑ
1 » . . . . 4 » 12 »
18 libras. . . . 2 » 6 »
6 » . . . . » 12 » 10 $\frac{2}{3}$ . . 18
8 onzas. . . . . » 1 » 6 $\frac{14}{27}$
16091 pesos 8 ϑ 1 $\frac{5}{27}$

El comerciante de Zaragoza percibirá 16091 pesos, 8 sueldos, 1 dinero 5. 27 avos de dinero jaqués. Si los 16091 pesos los quieres reducir á libras jaquesas, quita de ellos su quinto 3218 ℔ 4 ϑ, y á la diferencia 12872 ℔ 16 ϑ añade los 8 sueldos, 1 dinero y 5. 27 avos restantes, y tendrás que los 16091 pesos, 8 sueldos, 1 dinero, 5 veinteisetenos, que ha de cobrar dicho comerciante, son lo mismo que 12873 libras, 4 sueldos, 1 dinero $\frac{5}{27}$ avos de Aragon. Cuando sabrás resolver las reglas de multiplicar números denominados de tercera especie, resuelve este problema: Cuánto importan 846 quintales, 3 arrobas, 24 libras, 8 onzas, peso de Aragon, á 15 ℔ 4 ϑ jaqueses? y hallarás que importan las mismas 12873 ℔ 4 ϑ 1 $\frac{5}{27}$ jaqueses.

846 *q.*[s] 3 *ar.*[s] 24 tt 8 *on.*[s]					
1 *ql.* . . .	19 *pesos.*				
16074					*A.*
2 *ar.*[s] . .	9 *pesos*	4 *real. plata.*			
1 " . .	4 "	6 "			
5 *libr.* . . .	"	7 "	21 *m.*[s]	$\frac{3}{5}$	
15 " . .	2 "	6 "	28 "	$\frac{4}{5}$	
3 " . . .	"	4 "	20 "	$\frac{4}{25}$	
1 " . . .	"	1 "	18 "	$\frac{18}{25}$	
8 *on.*[s] . . .	"	. "	27 "	$\frac{9}{25}$	
16092 *pesos*	7 *real.*	8 *m.*[s]	$\frac{16}{25}$		

846 *q.*[s] 3 *ar.*[s] 24 tt 8 *on.*[s]				
1 *ql.* .	19 *pesos.*			
				B.
16074				
2 *ar.*[s] . .	9 *pesos*	4 *real. plata.*		
1 " . .	4 "	6 "		
18 *lib.* . .	2 "	3 "		
6 " . . .	"	6 "	12 *m.*[s]	
8 *on.*[s] . . .	"	. "	25 "	$\frac{3}{9}$
16091 *pesos*	4 *real*	1 *m.*[s]	$\frac{1}{3}$	

Digo, que siendo aquellos quintales peso de Catilla, cobrará el Comerciante de Pamplona 16092 pesos, 7 reales, 8 maravedis 16. 25 avos navarros; pero siendo peso de Aragon, cobrará 16091 pesos, 4 reales 1 maravedí, 1 tercio navarros. Porque 19 pesos equivalen á 152 reales flojos, multiplica por 152 los indicados quintales, peso de Castilla, y hallarás tantos reales flojos como encierra la suma de la regla *A.* Vuelve á multiplicar los mismos quintales, peso de Aragon, por los mismos 152 reales flojos, y te saldrán puntualmente los reales flojos, que incluye la suma de la regla *B.*

846 *quint.*[s] 3 *ar.*[s] 24 tt 8 *onzas.*				
1 *quintal.* . .	19 *pesos.*			
16074				
2 *arr.*[s]	9 *pesos,*	11 ß	4	
1 "	4 " .	17 "		
2 *libr.*	"	8 "	3 $\frac{5}{13}$	. 15
22 "	4 "	"	5 $\frac{3}{13}$	. 9
8 *onzas*	"	2 "	9 $\frac{5}{39}$	
16092 *pesos,*	17 ß	1 $\frac{29}{39}$		

Por este egemplo se desprende que el comerciante de Mallorca cobrará 16092 pesos, 17 sueldos, 1 dinero 29. 39 avos de otro dinero mallorquin. Puedes trasladar los pesos del pie de esta regla, multiplicándolos por 22 ß 8, ó bien por 11 reales, 8 dineros, y añadiendo al producto los 17 ß 1 $\frac{29}{39}$ avos de la derecha, tendrás 18238 libras, 9 sueldos, 1 dinero 29. 39 avos de dinero mallorquin. Cuando sabrás resolver reglas de multiplicar números denominados de tercera especie, hallarás la misma

partida, resolviendo este problema: El valor de 846 quintales, 3 arrobas, 24 libras, 8 onzas, peso mallorquin, á razon de 21 libras, 10 sueldos, 8 dineros de Mallorca, cuál es?

	846 *qniut.s* 3 *arr.s* 24 *lib.* 8 *on.s*				
1	*quintal.* 19 *pesos.*				
	16074				
2	*arr s* . . .	9 *pesos*,	4 *reales plata.*		
1	» . . .	4 »	6 »		
5	*libras*	»	7 »	9 *cuar.*	$\frac{3}{5}$ .15
15	» . . .	2 »	6 »	12 »	$\frac{4}{5}$ .20
3	»	»	4 »	8 »	$\frac{24}{25}$
1	»	»	1 »	8 »	$\frac{8}{25}$
8	*onzas* . . .	»	. »	12 »	$\frac{4}{25}$
	16092. *pesos*, 7 *reales*, 3 *cuar.* $\frac{21}{25}$				

Está claro que el comerciante de Cádiz percibirá 16092 pesos, 7 reales de plata, 3 cuartos 21. 25 avos de cuarto. Porque 19 pesos son lo mismo que 125 reales plata vieja de España, multiplica los quintales dados por estos reales, y hallarás 128743 reales plata, 3 cuartos 21. 25 avos de otro cuarto, cuya partida es igual á los indicados 16092 pesos, 7 reales plata vieja, 3 cuartos 21. 25 avos de cuarto.

	846 *quint.s* 3 *arr.s* 24 *lib.* 8 *on.s*				
1	*quintal.* 19 *pesos.*				
	16074				
2	*arr.s* . . .	9 *pesos*,	7 *reales.*		
1	» . . .	4 »	10 »	12 *din.*	
2	*libr.* . . .	0 »	5 »	2 »	$\frac{10}{13}$
22	» . . .	4 »	0 »	6 »	$\frac{6}{13}$
8	*onz.*	»	1 »	16 »	$\frac{12}{13}$
	16092 *pesos*, 10 *real.s* 14 *din.* $\frac{2}{13}$				

El comerciante de Barcelona cobrará 16092 pesos, 10 reales de ardites, 14 dineros, 2 trecenos de dinero de Cataluña, como parece al pie de esta regla. Despues de haber resuelto algunas reglas de multiplicar números denominados de tercera especie, puedes entretenerte á resolver este problema: El que compra 846 quintales, 3 arrobas, 24 libras, 8 onzas, peso catalan, á razon de 26 ℔ 12 ß, moneda barcelonesa, cuánto deberá entregar? Deberá entregar 22529 ℔ 17 ß 2 $\frac{2}{13}$, cuya partida es igual á las libras de ardites, que incluyen aquellos 16092 pesos, 10 reales, 14 dineros, 2 trecenos, como lo puedes probar.

436. A un comerciante de Cádiz le compré 385 quintales, 2 arrobas, 18 libras, 6 onzas, peso castellano, á razon de 21 rea-

les de plata antigua el quintal: cuánto le debo entregar? Le debo entregar 8099 reales de plata, 5 cuartos, 2 maravedís 24. 25 avos de otro maravedí de vellon; ó bien 1012 pesos, 3 reales plata, 5 cuartos, 2 maravedís, 24 veinteicinquenos. Si multiplica 128 quintales, 2 arrobas, 6 libras, 2 onzas por 63 reales plata vieja; ó bien 1157 quintales, 5 libras, 2 onzas por 7 reales dichos, te saldrá lo mismo. Si estás mismas reglas las resuelves, tomando los reales de plata por reales flojos, como en Navarra, te saldrán en cada una de ellas 8099 reales flojos, 12 maravedís 183. 200 avos de otro maravedí navarro.

437. Cuánto debo corresponder por 112 quintales, 1 arroba, 20 libras de peso, que compré, á razon de 13 libras moneda el quintal? Si el peso y la moneda es de Valencia, y se cuenta la arroba de 36 libras, debo corresponder 1461 libras, 1 sueldo, 1 dinero, 1 tercio, como igualmente por 56 quintales, 28 libras del mismo peso á 26 libras, moneda valenciana, el quintal: pero si se cuenta la arroba de 30 libras, debo corresponder 1461 ℔ 8 ℨ 4, igualmente que por 56 quintales 25 libras de este peso, á razon de 26 libras, moneda valenciana, el quintal. Si el peso y la moneda es de Aragon, debo corresponder 1461 libras, 1 sueldo, 1 dinero, 7 novenos, igualmente que por 56 quintales, 28 libras del mismo peso, á razon de 26 libras jaquesas el quintal. Si el peso y la moneda es de Mallorca ó de Cataluña, debo corresponder 1461 ℔ 15 ℨ mallorquines ó catalanes, é igual partida por 56 quintales, 23 libras del mismo peso, á razon de 26 libras, moneda mallorquina ó catalana por quintal.

438. Cuánto ha de entregar Pedro por 218 varas, 1 palmo, 3 cuartos de lienzo, á 12 reales de vellon por vara? Ha de entregar 2621 reales, 8 maravedís y medio de vellon castellano. Lo mismo habrá de entregar por 436 varas, 3 palmos, 2 cuartos, á 6 reales vellon la vara. Y tambien igual partida por 72 varas, 3 palmos, 1 cuarto, á razon de 36 reales de vellon por vara.

439. Por 137 varas, 2 palmos, 3 cuartos, 1 dedo de cierta ropa, que compré en Valencia, á razon de 4 libras valencianas, cuanto gasté? Gasté 550 libras, 16 sueldos, 8 dineros, moneda valenciana. La misma partida gasté por 68 varas, 3 palmos, 1 cuarto, 2 dedos, á razon de 8 libras valencianas por vara.

440. Compré 84 varas, 3 palmos y medio de cierta ropa en Aragon, á 3 libras jaquesas la vara. Dime, cuánto me costaron? Me costaron 254 libras, 12 sueldos, 8 dineros, moneda aragone-

sa. Y si v. m. hubiese comprado aquellas 42 varas, 1 palmo, 9 dedos, ó 3 cuartos, á razon de 6 libras jaquesas la vara, habria gastado igual partida de moneda aragonesa.

441. Un tendero de Pamplona me escribió que de las 231 varas, 2 palmos, 2 tercios de otro palmo, que vendió á razon de 16 reales flojos la vara, sacó 3706 reales flojos, 24 maravedís navarros: dime tú ahora, si de las 463 varas, 1 palmo, 1 tercio, que me dice ha vendido á 8 reales flojos la vara, ha sacado la misma partida de moneda? Sí señor.

442. Pasando por Mallorca, compré en Palma 272 canas, 3 palmos, 2 cuartos de cierta ropa, á razon de 6 libras mallorquinas la cana, y pasando despues por Cataluña, compré en Barcelona 90 canas, 6 palmos, 2 cuartos de otra ropa, á 18 libras de ardites por cana: cuántas libras moneda mallorquina gasté, y cuántas moneda barcelonesa? Gasté 1634 ℔ 12 ß 6, moneda mallorquina, é igual número de libras, moneda barcelonesa. Y cuánto mas gasté en Palma por dicha ropa que en Barcelona, y cuánto menos en Barcelona que en Palma? En Palma gasté el valor de 311 libras, 7 sueldos, 1 dinero, 5 séptimos, moneda mallorquina mas que en Barcelona, y en Barcelona el valor de 384 libras, 12 sueldos, 4 dineros, 4 diezisetenos, moneda catalana, menos que en Palma. Y es así, porque 1634 ℔ 12 ß 6, moneda catalana, equivalen á 1323 ℔ 5 ß 4 $\frac{2}{7}$, moneda mallorquina, igualmente que 1634 ℔ 12 ß 6, moneda mallorquina, corresponden á 2019 ℔ 4 ß 10 $\frac{4}{17}$, moneda catalana. Trasladadas unas monedas á otras, practíca las correspondientes sustracciones, y despues examina si las 384 ℔ 12 ß 4 $\frac{4}{17}$, moneda catalana, igualan á las 311 ℔ 7 ß 1 $\frac{5}{7}$, moneda mallorquina, y si estas á aquellas, y sabrás si se ha padecido equivocacion.

443. Dime, si por 245 fanegas, 8 celemines, 3 quartillos de trigo, que compré en Castilla, á 76 reales de vellon por fanega, gasté tanto como tú, que compraste 491 fanegas, 5 celemines, 2 cuartillos de cebada, á 38 reales vellon por fanega? He resuelto una y otra regla, y siempre me han salido 18675 reales, 14 maravedís, 1 sexto de maravedí de vellon.

444. El valor de 32 cahices, 8 barquillas, 2 celemines de trigo de Valencia, á razon de 12 libras valencianas el cahiz, es 392 ℔ 10 ß valencianos: y asimismo el de 65 cahices, 5 barquillas de cebada, á 6 libras el cahiz.

445. En Zaragoza compró Pedro 84 cahices, 5 fanegas, 2

cuartales, 3 almudes de trigo, á razon de 9 libras jaquesas el cahiz, cuánto le costaron? Le costaron 762 tt 13 ʒ 2 dineros jaqueses. Igual partida le costaron 254 cahices, 1 fanega, 2 cuartales, 1 almud de otra especie de grano, que compró á 3 libras jaquesas el cahiz.

446. Dime, si por 342 robos, 12 almudes trigo de Navarra, 16 reales flojos el robo, debo contribuir 5482 reales, 3 maravedís 15. 19 avos de maravedí navarro?

447. Y por 82 cuarteras, 5 barcellas, 3 almudes trigo de Mallorca, á 7 libras mallorquinas la cuartera, he de corresponder tal vez 580 tt 8 ʒ 4?

448. Cuánto gasté por 234 moyos, 12 cántaras, 6 azumbres, 2 cuartillos de vino, medida castellana, que compré á 150 reales de vellón el moyo? Gasté 35220 reales, 3 maravedís 63. 64 avos de otro maravedí de vellon. Dime ahora, si gasté lo mismo por 704 moyos, 6 cántaras, 3 azumbres, 2 cuartillos de vinagre, que me costó á 50 reales de vellon el moyo? Sí señor.

449. Un artesano de Madrid cada año necesita 52 arrobas, 12 libras, 2 panillas de aceite para el consumo de su casa: cuánto gastará este año, pagándolo á 45 reales de vellon la arroba? Gastará 2362 reales y medio.

450. Cuánto gasta anualmente en vino el caballero de Valencia, que cada año consume 38 cargas, 12 cántaros, 3 azumbres, á razon de 11 libras valencianas la carga? Gasta 427 tt 7 ʒ.

451. Compró Pablo en Valencia 17 cargas, 7 cántaros, 3 cuartas partes de otro cántaro de aceite, á 36 libras valencianas la carga: dime, si le costaron 635 tt 5 ʒ?

452. Examina si el que compró 164 arrobetas, 20 libras de aceite en Aragon, á 3 libras jaquesas la arrobeta, gastó 16 sueldos, 10 dineros, 2 tercios de otro dinero jaqués mas que el que compró el mismo número de 164 arrobas, 20 libras de otro aceite, á razon de las mismas 3 libras jaquesas la arroba.

453. Díme, si padecí equivocacion cuando hallé que 348 odors 6 pellejos, 11 quartanes, 6 rótolos de aceite de Mallorca, á 16 libras mallorquinas el odor, importan 5583 libras, 11 sueldos, 1 dinero y 1 tercio de dinero mallorquin?

454. Cuántas libras de ardites habrá de aprontar el hornero de Barcelona, que compró 348 cuarteras, 10 cuartanes de trigo, á razon de 56 reales de ardites la cuartera? Habrá de aprontar 1953 tt 9 ʒ 4; cuya partida tambien habrá de aprontar por 697

cuarteras, 8 cuartanes de centeno, que compré á 28 reales de ardites la cuartera.

455. Un comerciante de Reus embarcó 436 pipas, 2 cargas, 3 barrilones, 12 mitadellas de vino, que compró á 26 libras de ardites la pipa, cuánto le costó? Le costó 11354 ℔ 9 ʃ 8 $\frac{1}{4}$. Lo mismo le costaron 218 pipas, 1 carga, 1 barrilon, 22 mitadellas de aguardiente, que compró á razon de 52 libras de ardites la pipa.

456. El fabricante, que cada año consume 39 cargas, 22 cuartanes, 12 cuartas y media de aceite, cuánto gastará por él este año que le resulta á razon de 46 libras de ardites la carga? Gastará 1828 libras, 18 sueldos, 7 dineros y medio.

457. A 85 libras de ardites, ó sean valencianas ó mallorquinas, cada año, cuántas habrá ganado un criado en 6 años, 8 meses y 20 dias? Habrá ganado 571 ℔ 7 ʃ 9 $\frac{1}{3}$. Y el que gana 170 libras, moneda mallorquina, anualmente, habrá ganado tal vez el mismo número de moneda en 3 años, 4 meses, 10 dias?

458. Cuánto valen 45 libras, 9 onzas $\frac{2}{3}$ de cierta mercaduria, á razon de 25 reales de ardites la libra? Valen 114 ℔ 10 ʃ 3 $\frac{1}{3}$. Lo mismo valen 22 libras, 10 onzas $\frac{5}{6}$ á 50 reales la libra.

459. A razon de 9 ʃ por jornal, cuánto se ha de entregar á Pedro por 34 jornales y $\frac{1}{4}$ de jornal? Se le han de entregar 15 ℔ 8 ʃ 3. Y tal vez lo mismo por 17 jornales $\frac{1}{8}$ á razon de 9 reales de ardites el jornal. Si los 9 sueldos, y asimismo los 9 reales fuesen jaqueses, se habrian de entregar á Pedro 15 ℔ 8 ʃ 4 jaqueses.

460. A 12 ʃ por jornal, cuánto ganaron en 24 dias 35 hombres, de los cuales los 34 hicieron el jornal entero cada dia, y el otro solo 3 cuartos al dia? Multiplíquense los 24 dias por los 34 jornales, 3 cuartos, que se hicieron cada dia, y los 834 jornales resultantes por los 6 reales, que componen los 12 sueldos, y se hallará que ganaron 500 ℔ 8 ʃ. Mirad ahora, si á 6 ʃ por jornal ganaron la mitad menos que aquellos en 12 dias 70 hombres, de los cuales el uno solo hizo medio jornal cada dia.

461. Cuánto costaron 35 libras, 9 onzas de uvas, qué compré en el borne de Barcelona, á 8 dineros la libra? Costaron 23 ʃ 10. Y 71 libras y media, á 4 dineros la libra, costaron 11 reales, 22 dineros.

462. A 6 dineros la carga de arena, cuántos reales de ardites ha de entregar Juan por 234 cargas y media? Tómese el cuarto de las cargas, pero sin suprimir las unidades, y por la media carga la mitad de los 6 dineros, y se tendrá que Juan ha de en-

tregar 58 reales, 15 dineros; cuya cantidad tambien entregará por 117 cargas $\frac{1}{4}$ á razon de 1 ₰ la carga.

463. A 16 dineros la libra del pan, cuántos reales de ardites gasté por 95 libras, 4 onzas, peso catalan? Y cuantos por 190 libras, 8 onzas, á 8 dineros la libra? Gasté 63 reales, 13 dineros $\frac{1}{3}$ por cada cantidad dada. Y qué diremos del cochino de 92 y $\frac{1}{3}$, que costó á 8 ₰ la libra? Que costó 36 ℔ 18 ₰ 8, moneda catalana, valenciana ó mallorquina, ó bien 36 libras, 18 sueldos, 10 dineros, 2 tercios de otro dinero aragonés.

464. Cuántas libras de ardites son menester para comprar 245 onzas $\frac{1}{4}$ de cierta mercaduria, á 6 dineros la onza? Tómese (problema 349.) el cuarto de las onzas, y al mismo tiempo de los 6 dineros, y se hallará que son menester 6 ℔ 2 ₰ 7 $\frac{1}{2}$; cuya cantidad será tambien menester por 490 onzas $\frac{2}{4}$, á 3 dineros la onza.

465. El importe de 548 canas, 6 palmos de cuerda, medida de Cataluña, á 8 dineros la cana, es 18 ℔ 5 ₰ 10; y el mismo será el de 274 canas, 3 palmos, á 16 dineros la cana.

466. Sírvase v. m. entregar 64 ℔ 0 ₰ 1 $\frac{3}{13}$ por las 548 arrobas, 16 libras, peso de Cataluña, que se llevó, á razon de 28 dineros la arroba; y prevenga otro tanto dinero por las 1097 arrobas, 6 libras, que quiere llevarse, á razon de 14 dineros la arroba.

XCVII.

Cuando la cantidad dada pasa de un entero, pero no llega á dos, escríbase el valor del tal entero, y ordenadamente las partes alicotas de precio, que salieren equivalentes á las especies inferiores, y el agregado de todas las partidas indicará lo que se pide; v. gr.

467. Supuesto que una criada gana 18 ℔ al año, cuánto habrá ganado en 1 año, 10 meses y 12 dias?

1 *año* . . .	18 ℔	
6 *meses* . . .	9 »	
4 *meses* . . .	6 »	
12 *dias*	0 »	12 ₰
	33 ℔	12 ₰

Porque 6 meses es la mitad de un año, y 4 meses el tercio, por los 6 meses tómese la mitad de las 18 ℔, y por los 4 el tercio; y porque 12 dias son el deceno de dichos 4 meses, tómese por ellos el deceno de las 6 ℔, y en la suma de todas las partidas se hallará, que dicha criada en el tiempo referido habrá ganado 33 ℔ 12 ₰.

468. A razon de 768 ℔ ₰ al año de arrendamiento, cuánto se

ha de pagar por 1 año, 7 meses, 7 dias? Se ha de pagar 1230 tt 18 ß 8; y si por 3 años, 2 meses y 14 dias, á 384 tt ß al año sale lo mismo, estará exacta la operacion.

469. A 9 reales de ardites la cana, cuánto costará 1 cana, 2 palmos? Costará 11 reales, 6 dineros.

XCVIII.

Cuando la cantidad propuesta no llegará á un entero, escríbase el valor del tal entero con una línea ó raya debajo, y ordenadamente las partes aliquotas de precio correspondientes á las especies inferiores dadas, y la suma de tales partes aliquotas indicará lo que se pide. Si alguna vez, para mayor claridad, se añade algo mas de lo que se propuso, esto se ha de borrar; v. gr.

470. Cuánto cuestan 3 libras, 7 onzas $\frac{3}{5}$ de cierta mercaduria, á razon de 28 libras de ardites el quintal catalan?

1 *quintal* . 28 tt				
2 *libras*	»	10 ß	9	$\frac{3}{13}$
1 *libra*	»	5 »	4	$\frac{8}{13}$
6 *onzas*	»	2 »	8	$\frac{4}{13}$
1 *onza*	»	»	5	$\frac{5}{13}$
$\frac{1}{5}$	»	»	1	$\frac{1}{13}$
$\frac{2}{5}$	»	»	2	$\frac{2}{13}$
Cuestan .	tt 1	9 ß	6	$\frac{10}{13}$

Porque 2 libras es el cincuentaidoceno de las 104 libras, que encierra 1 quintal, tómese el cincuentaidoceno de las 28 tt que vale 1 quintal; y porque tomar el cincuentaidoceno es lo mismo que partir por 52, pártanse las referidas 28 libras por 52, y se hallará que el coste de dichas 2 libras es 10 sueldos, 9 dineros 12. 52 avos de dinero, ó bien 10 sueldos, 9 dineros, 3 trecenos.

Por la 1 libra tómese la mitad de 10 ß 9 $\frac{3}{13}$, diciendo: la mitad de 10 es 5: la mitad de 9 es 4, y sobra 1 dinero, que (LVII. pag. 54.) reducido á la especie de su quebrado, vale 13, y 3 son 16 trecenos, cuya mitad (prob. 210. pag. 56.) es $\frac{8}{13}$

Porque 6 onzas es la mitad de 1 libra, tómese la mitad de 5 ß 4 $\frac{8}{13}$ de esta manera: la mitad de 5 sueldos son 2 sueldos, y sobra 1, que son 12 dineros, y 4 hacen 16, cuya mitad es 8: la mitad de $\frac{8}{13}$ es $\frac{4}{13}$.

Por la 1 onza tómese el sexto. El sexto de 2 ß es cero, y sobran 2 ß, que (XXIV. pag. 21.) son 24 dineros, y (XXXI. pag. 26. ó bien LVII. pag. 54.) 8 son 32, cuyo sexto es 5, y sobran 2, que son 26 trecenos, y 4 son 30, cuyo sexto son $\frac{5}{13}$.

Por los 3 quintos de onza dígase: 1 onza puesta á los quin-

tos hace 5 quintos : el quinto de 5 quintos es 1 quinto , cuyo duplo son los 2 quintos restantes. Por el un quinto de onza dígase : yo ya sé que 1 onza vale 5 dineros , 5 trecenos : luego 1 quinto de onza valdrá el quinto. El quinto de 5 dineros es 1 dinero , y el quinto de 5 trecenos es 1 treceno. Por los 2 quintos de onza tómese el duplo de lo que vale 1 quinto , y se tendrán 2 dineros y 2 trecenos.

Súmense en fin las partes de precio , y se tendrá que cuestan 19 sueldos , 6 dineros , 10 trecenos de otro dinero. A 14 libras de ardites el quintal costarán lo mismo 7 libras , 3 onzas , 1 quinto , peso catalan.

471. Quien toma un casa á alquiler por 247 tt ß , ha de pagar 148 tt 4 ß por 7 meses , y 6 dias , y cada mes ha de contribuir 20 tt 11 ß 8 , y cada dia 13 ß 8 $\frac{2}{3}$. Decidme ahora , si el que alquila la casa por 494 tt ß al año , ha de pagar las mismas 148 tt 4 ß por 3 meses , 18 dias ?

472. Pedro tomó á arriendo por 5 años los diezmos de un Cabildo por 3847 tt ß: Pídese , habiendo hoy de pagar todo el tiempo vencido , que es 2 años ; 4 meses y 5 dias , cuánto dinero ha menester ? Ha menester 1805 tt 19 ß y $\frac{2}{3}$ de dinero , si la moneda es catalana , valenciana ó mallorquina : pero si es aragonesa , aunque saldrá el mismo número de libras y sueldos , no obstante en vez de los 2 tercios de dinero saldrán 8 novenos. Y si por 5 años hubiese de contribuir 7694 tt ß , cuánto necesitaria por 1 año , 2 meses , 2 dias y medio ?

473. A 24 reales de ardites la cana de indiana , cuanto valen 3 palmos , 3 cuartos ? Y cuánto 7 palmos y medio á 12 reales la cana ? Valen 11 reales , 6 dineros cada partida de por sí.

474. El muchacho , que en un año gana 36 tt ß , ganará 33 tt 12 ß en 11 meses , 6 dias.

IC.

Tercera especie.

Lo 1°. Escríbase la cantidad dada por multiplicando , y el valor de un entero por multiplicador , y tírese una raya por debajo.

Lo 2°. Multiplíquese la especie superior del multiplicando por la superior del multiplicador.

Lo 3°. De las especies inferiores del multiplicador fórmese una coluna á la izquierda , continuándola por órden con las inferiores del multiplicando.

Lo 4°. Tómese de sola la especie superior del multiplicando la parte, que el primer de la coluna de la izquierda sea en tal caso parte aliquota de un entero de la especie superior del multiplicador, trasladado á la especie inmediata.

Lo 5°. Las demas partes de precio, que aun vale mas cada entero de la especie superior del multiplicando, tómense segun el órden que se dispusieron las especies inferiores del multiplicador.

Lo 6°. Al llegar á la primera parte de las especies inferiores del multiplicando, tómese de todo el multiplicador la parte aliquota, que aquella fuere de un entero de la especie superior del multiplicando.

Lo 7°. El valor de las demas partes de las especies inferiores del multiplicando tómese segun el órden con que se dispusieron en la coluna.

Lo 8°. Súmense todas las partidas que salieron, y se tendrá lo que se pide; v. gr.

475. Pídese: cuanto importan 32 quintales, 1 arroba, 23 libras, 4 onzas, peso catalan ó mallorquin, de cierta mercaduria, á razon de 16 tt 18 § 10 dineros catalanes ó mallorquines el quintal?

	1 *real* . . .	32 *quintales*, 1 *arroba*, 23 *libras*, 4 *onzas*.				
	1 *quintal* .	16 tt	16 §	10		
		512				
Nónuplo .	9 *reales* .	28 tt	16 §			
$\frac{1}{3}$ . . .	8 *dineros*. .	1 »	1 »	4 *dineros*.		
$\frac{1}{4}$ . . .	2 » . .	0 »	5 »	4 »		
$\frac{1}{4}$ . . .	1 *arroba*. . .	4 »	4 »	8 »	$\frac{3}{4}$	. . 78
$\frac{1}{13}$ . . .	2 *libras*. . .	0 »	6 »	6 »	$\frac{10}{52}$	. . 30
Décuplo.	20 » . .	3 »	5 »	1 »	$\frac{48}{52}$	. 144
$\frac{1}{2}$ . . .	1 » . . .	»	3 »	3 »	$\frac{5}{52}$	. . 15
$\frac{1}{3}$ . . .	4 *onzas*. . . .	»	1 »	1 »	$\frac{5}{156}$	. . . 5
		550 tt	3 §	4 *dineros*	$\frac{116}{156}$	272 (156 116 (1

Multiplicada la especie superior del multiplicando por la superior del multiplicador; esto es, los 32 quintales del multiplicando por las 16 libras de ardites del multiplicador, distribúyanse ordenadamente las especies inferiores de dicho multiplicando y multiplicador en una coluna á la izquierda, y empezando por las del

multiplicador, dígase: la mitad del número de 18 sueldos compone 9 reales, que los escribo á la izquierda. Continúese esta coluna, diciendo: 1 real vale 24 dineros: el tercio de 24 dineros son 8 dineros, que los escribo debajo de los 9 reales. El cuarto de estos 8 dineros son 2 dineros, que los escribo en su parte inferior.

Distribuidas así á la izquierda las especies inferiores del multiplicador, continúese esta coluna con las inferiores del multiplicando; diciendo: 1 quintal consta de 4 arrobas: el cuarto de 4 arrobas es 1 arroba que la escribo debajo de los 2 dineros. Esta 1 arroba se compone de 26 libras, cuyo treceno es 2: el déeuplo de estas 2 libras son 20 libras, y la mitad de las mismas 2 libras es 1 libra. Esta 1 libra equivale á 12 onzas, cuyo tercio son cabalmente las 4 onzas del multiplicando, que las escribo debajo de la 1 libra de la referida coluna de la izquierda.

Ordenados con exactitud, como parece en la coluna de la izquierda, las especies inferiores del multiplicando y las del multiplicador, continúese la resolucion, diciendo: es evidente que 32 quintales, á razon de 1 real cada quintal, valdrian 32 reales: luego á razon de 9 reales valdrán el nónuplo, esto es 9 veces los 32 reales: dígase pues: 2 veces 9 reales son 18 reales, escribo 16 sueldos, y llevo 1 libra. 3 veces 9, 27, y 1 libra que llevo son 28, que las escribo debajo de las 512. Por los 8 dineros de la coluna de la izquierda, dígase: es evidente que 32 quintales, á razon de 1 real cada quintal, valdrian 32 reales: luego, á razon de 8 dineros, valdrán el tercio. El tercio de 3 decenas de real de ardites es 1 libra de ardites: 3 veces 1 es 3, á 3 va cero, y sobran los 2 reales de la derecha, que equivalen á 4 sueldos, cuyo tercio es 1 sueldo: 3 veces 1 es 3, á 4 sueldos va 1 sueldo, que vale 12 dineros, cuyo tercio es 4: 3 veces 4, 12, á 12 va cero. Prosígase ahora diciendo: yo ya sé que aquellos 32 quintales, á razon de 8 dineros cada quintal, valen 1 tt 1 ʒ 4; luego á razon de 2 dineros, que es el cuarto de los 8, valdrán el cuarto de su correspondiente 1 tt 1 ʒ 4: dígase pues: el cuarto de 1 libra es cero: 4 veces cero es cero, á 1 libra va 1 libra, que trasladada á la coluna de los sueldos, sube al número de 20 sueldos, cuales con el 1 que allí se encuentra, hacen 21 sueldos, cuyo cuarto es 5: 4 veces 5, 20, á 21 sueldos va 1 sueldo, que puesto al lugar de los dineros sube al número de 12 dineros, que con los 4 que allí se encuentran, componen el número de 16, cuyo cuarto son 4 dineros, que los escribo debajo de aquellos otros 4.

Por la 1 arroba dígase: hemos dicho que 1 quintal vale 16 ℔ 18 ß 10 dineros: luego 1 arroba, que es el cuarto de 1 quintal, valdrá el cuarto: el cuarto de 16 libras son 4 libras, que las escribo: 4 veces 4, 16, á 16 libras va cero. El cuarto de 18 sueldos son 4 sueldos: 4 veces 4, 16, á 18 van 2 sueldos, que valen 24 dineros, los cuales unidos con los 10 dineros, que se hallan á la derecha, componen el número de 34, cuyo cuarto son 8 dineros, los cuales, escritos en su propio lugar, los multiplico por 4, porque tomo el cuarto, diciendo: 4 veces 8, 32, á 34 van 2 dineros. Estos 2 dineros no pueden reducirse á especie inferior; y como de otra parte no tienen cuarto por entero, ó no pueden partirse enteramente por 4; será preciso que del dividendo 2, y del divisor 4 se forme un quebrado, escribiendo los 2 dineros por numerador, y el 4 por denominador con una línea ó raya intermedia, la cual ya significa *partido por*. Si en lugar de 2 cuartos se hubiese escrito 1 medio, se habria resuelto la regla con menos trabajo.

Teniendo ya que 1 arroba vale 4 ℔ 4 ß 8 $\frac{2}{4}$, por las 2 libras que siguen, dígase: yo ya sé que 1 arroba vale 4 ℔ 4 ß 8 $\frac{2}{4}$: luego 2 libras valdrán el treceno: y porque buscar el treceno de memoria es pesado, pártanse las correspondientes 4 ℔ 4 ß 8 $\frac{2}{4}$ por 13, y se hallarán 6 sueldos, 6 dineros, y aun sobrarán 2 dineros. Estos 2 dineros pásense, redúzcanse ó incorpórense á la especie de su quebrado 2 cuartos de dinero, y saldrán 10 cuartos de dinero, cuyo treceno es 10. 52 avos de dinero, que lo escribo.

Por ser 2 el deceno de 20, y 20 el décuplo de 2, por las 20 libras de la coluna de la izquierda, dígase: yo ya sé que 2 libras valen 6 sueldos, 6 dineros 10. 52 avos de otro dinero: luego 20 libras valdrán el décuplo: esto es, diez veces lo que valen las 2; dígase pues: 10 veces 10. 52 avos es 100. 52 avos, cuyo quebrado impropio, reducido á enteros, da 1 dinero, y sobran 48. 52 avos de dinero, que los escribo, y llevo 1 dinero. 10 veces 6 dineros hacen 60 dineros, y 1 que llevo 61, á 61 dineros escribo 1 dinero que sobra, y llevo 5 sueldos. 10 veces 6 sueldos suben á 60 sueldos, los cuales con los 5 que llevo suben á 65, escribo 5 sueldos, y llevo 3 libras, que las escribo caminando hácia la izquierda. Adviértase, que cuando un quebrado se multiplica por entero, solo se aumenta el numerador, quedando el producto con el mismo denominador.

Porque 1 libra es la mitad de las 2, que estan sobre de las 20,

dígase: yo ya sé que aquellas 2 libras valen 6 sueldos, 6 dineros 10. 52 avos de dinero: luego esta 1 libra valdrá la mitad: la mitad de 6 sueldos, 6 dineros 10. 52 avos de dinero son 3 sueldos, 3 dineros 5. 52 avos de dinero. Adviértase, que cuando el numerador de un quebrado tiene por entero la parte alicota que se busca, á esta parte alicota se le escribirá por denominador el mismo que tiene el quebrado, del cual se tomó la parte.

Porque 4 onzas es el tercio de 1 libra, dígase: yo ya sé que 1 libra vale 3 sueldos, 3 dineros 5. 52 avos de otro dinero; luego 4 onzas valdrán el tercio: el tercio de 3 sueldos, 3 dineros 5. 52 avos de dinero es cabalmente 1 sueldo, 1 dinero 5. 156 avos de otro dinero. Adviértase, que cuando el numerador de un quebrado no tiene por entero la parte alicota que se toma, entonces se escribe el mismo numerador, y á este se le pone por denominador el duplo de su denominador, cuando se toma la mitad, el tríplo cuándo el tercio, el cuádruplo cuando el cuarto, el quíntuplo cuándo el quinto, &c.

Redúzcanse en fin (LV. pag. 53.) los quebrados al denominador mayor 156, y saldrán correspondientes á este los numeradores, que parecen figurados á la derecha, los cuales (LXII. pag. 58.) sumados componen el agregado 272. Si á este agregado se le aplica por denominador el denominador mayor 156, se tendrá un quebrado impropio tal, que reducido (LVIII. pag. 55.) á enteros, dará 1 dinero, y sobrarán 116. 156. avos de otro dinero, cuyo quebrado lo escribo debajo de la coluna de los quebrados que salieron anteriormente, y llevo 1 dinero. Contiaúese ahora la suma de las partidas parciales, y se tendrá en la total, que los indicados 32 quintales, 1 arroba, 23 libras, 4 onzas, á razon de 16 libras, 18 sueldos, 10 dineros cada quintal, importan 550 libras, 3 sueldos, 4 dineros 116. 156, ó bien (LII. pag. 50.) 29. 39 avos de otro dinero, sea peso y moneda catalana ó mallorquina.

476. El valor de 87 quintales, 3 arrobas, 19 libras, 10 onzas, peso de Castilla, á razon de 46 reales, 30 maravedís de vellon castellano el quintal, cuál es?

1 *maravedí* . . . 87 *quint.*s 3 *arrobas*, 19 *libras*, 10 *onzas*.
1 *quintal*. . . . . 46 *reales*, 30 *maravedís*.

		4002			
Tredécuplo.	30 *mar.*s	. 76 *reales*,	26 *marav*.		
$\frac{1}{2}$	....2 *arr.*s	. 23 "	15 "		
$\frac{1}{2}$	....1 "	. 11 "	24 "	$\frac{1}{2}$	..400
$\frac{1}{5}$	....5 *libr.*	..2 "	11 "	$\frac{7}{10}$	..560
Duplo.	...10 "	..4 "	23 "	$\frac{4}{10}$	..320
$\frac{1}{5}$	....2 "	... "	31 "	$\frac{44}{50}$	..704
$\frac{1}{5}$	....2 "	... "	31 "	$\frac{44}{50}$	..704
$\frac{1}{4}$	....8 *onzas*	... "	7 "	$\frac{194}{200}$	..776
$\frac{1}{4}$	....2 "	... "	1 "	$\frac{794}{800}$	..794
		4123 *reales*,	4 *mar.*s $\frac{258}{800}$	4258 | 800	
				258 | 5	

Multiplica la especie superior del multiplicando por la superior del multiplicador, y tendrás que los 87 quintales propuestos, á razon de 46 reales el quintal, importan 4002 reales. Ordena ahora en una coluna á la izquierda la especie inferior del multiplicador, y seguidamente las del multiplicando, poniendo de una vez los 30 maravedís del multiplicador: y porque las 3 arrobas del multiplicando no son parte alicota de las 4 que consta 1 quintal, di: 1 quintal tiene 4 arrobas: la mitad de 4 arrobas son 2 arrobas, y la mitad de estas 2 es 1. Las 19 libras del multíplicando tampoco son parte alicota de las 25 de la arroba castellana; dirás pues: 1 arroba castellana se compone de 25 libras, cuyo quinto son 5 libras, el duplo de estas son 10, cuyo quinto es 2, y el quinto del mismo 10 son las otras 2 libras, que faltan para tener distribuidas cabalmente las 19 del multiplicando. Para distribuir las 10 onzas por partes alicotas, dirás: estas 2 libras de la coluna suben á 32 onzas, cuyo cuarto es 8, y el cuarto de este es 2.

Dispuesta así la coluna, multiplica los 87 quintales del multiplicando por los 30 maravedís, que aun vale mas cada quintal, y hallarás 2610 maravedís, que reducidos á reales componen 76 reales, y sobran 26 maravedís, cuya partida la escribirás á la derecha de los 30 maravedís de la coluna de la izquierda.

Sabrás cuanto valen las 2 arrobas, explicándote de esta ma-

nera: hemos dicho que 1 quintal vale 46 reales, 30 maravedís: luego 2 arrobas valdrán la mitad. La mitad de 46 reales son cabalmente 23, y la mitad de 30 maravedís son 15. Escrita esta partida á la derecha de las 2 arrobas de la izquierda, continúa la resolucion como la de la regla antecedente, y hallarás que el valor de dichos 87 quintales, 3 arrobas, 19 libras, 10 onzas, peso de Castilla, á razon de 46 reales, 30 maravedís de vellon castellano, es 4123 reales, 4 maravedís 258. 800 avos de otro maravedí de vellon castellano.

477. A cuánto equivalen 126 quintales, 2 arrobas, 28 libras, peso grueso de Valencia, ó sea de Aragon, á 9 libras, 12 sueldos, 11 dineros valencianos, ó sean jaqueses, el quintal?

	1	*real*	126 *quintales*,	2 *arrobas*,	28 *libras*.		
	1	*quintal*	9 ℔	12 ʃ	11		
			1134				
Sextuplo	6	*reales*	75 ℔	12 ʒ			
Tercio	8	*dineros*	4 »	4 »			
Octavo	3	»	1 »	11 »	6		
Mitad	2	*arrobas*	4 »	16 »	5	$\frac{1}{2}$	18
Sexto	12	*libras*	»	16 »	0	$\frac{11}{12}$	33
Sexto	12	»	»	16 »	0	$\frac{11}{12}$	33
Tercio	4	»	»	5 »	4	$\frac{11}{36}$	11
			1222 ℔	1 ʒ	5	$\frac{23}{36}$	95 / 23 (36 / 2

Si repasas los dos egemplos, que inmediatamente anteceden, y adviertes en el presente, que los 6 reales de la coluna de la izquierda son el séxtuplo del real de arriba; que los 8 dineros son el tercio del mismo real, y los 3 dineros el octavo; que las 2 arrobas son la mitad del quintal de arriba, las 12 libras el sexto de las 72 que encierran las 2 arrobas, peso grueso de Valencia, y las 4 libras el tercio de las 12; no tendrás dificultad en indagar que 126 quintales, 2 arrobas, 28 libras, peso grueso de Valencia, á razon de 9 libras, 12 sueldos, 11 dineros valencianos el quintal, equivalen á 1222 libras, 1 sueldo, 5 dineros 23. 36 avos de otro dinero valenciano.

478. Si en la regla que sigue distribuyésemos las especies inferiores del multiplicando, y las del multiplicador, como en la que

inmediatamente antecede, saldria muy fácil la cuenta; vamos no obstante á distribuirlas de otra manera, y nos haremos mas diestros en el manejo de las partes alicotas.

1 ℔ ʃ .... 126 *quintales*, 2 *arrobas*, 28 *libras*.
1 *quintal* .... 9 ℔ 12 ʃ 11

		1134					
Mitad. .	10 *sueldos* ...	63					
Quinto. . .	2 » ...	12 ℔	12 ʃ				
Cuarto. . .	8 *dineros*	3 »	3 »				
Cuarto. . .	2 »	0 »	15 »	12 *din.*ˢ			
Mitad. . .	1 »	0 »	7 »	14 »			
Mitad. . .	2 *arrobas*	4 »	16 »	5 »	$\frac{1}{2}$	.. 72	
Cuarto. .	18 *libras*	1 »	4 »	1 »	$\frac{3}{8}$	.. 54	
Mitad. . .	9 »	»	12 »	0 »	$\frac{11}{16}$	.. 99	
Noveno. . .	1 »	»	1 »	5 »	$\frac{59}{144}$	.. 59	
		1220 ℔	12 ʃ	6 *din.*ˢ	$\frac{140}{144}$	284 / 140	144 / 1

Como en este egemplo comprehendas que los 10 sueldos de la coluna de la izquierda son la mitad de la libra de arriba, 2 sueldos el quinto de 10, 8 dineros de Aragon el cuarto de los 32, que componen los 2 sueldos jaqueses de su parte superior, 2 dineros el cuarto de 8, y 1 la mitad de 2; y que las 2 arrobas son la mitad del quintal de arriba, 18 libras el cuarto de las 72. que componen las 2 arrobas aragonesas de su parte superior, 9 libras la mitad de 18, y 1 libra el noveno de 9; no tendrás dificultad en indagar, que 126 quintales, 2 arrobas, 28 libras, peso de Aragon, á 9 ℔ 12 ʃ 11 dineros jaqueses, equivalen á 1220 libras, 12 sueldos, 6 dineros 140. 144 avos de otro dinero jaqués ó aragonés.

479. Cuánto he de recibir por 84 varas de cierta ropa, 3 palmos, 5 sextos de otro palmo de Castilla, que vendí, á razon de 23 reales, 27 maravedís y medio de vellon castellano?

	1 real . . .	84 *varas,*	3 *palmos* $\frac{5}{6}$		
	1 vara. . .	23 *reales,*	27 *marav.* $\frac{1}{2}$		
		1932			
Diezisetene . .	2 *marv.* . .	4 *reales*	32 *mar.*		
Décuplo. . .	20 " .	49 "	14 "		
Cuarto	5 " .	12 "	12 "		
Cuarto	$\frac{1}{2}$ " . .	1 "	8 "		
Mitad	2*palmos* .	11 "	30 "	$\frac{3}{4}$	36
Mitad	1 " . .	5 "	32 "	$\frac{3}{8}$	18
Sexto	$\frac{1}{6}$ " . .	0 "	33 "	$\frac{35}{48}$	35
Cuádruplo. . .	$\frac{4}{6}$ " . .	3 "	32 "	$\frac{44}{48}$	44
		2022 *reales*	25 *mar.*	$\frac{37}{48}$	133 ⌊48 / 37 (2)

Multiplica la especie superior del multiplicando por la superior del multiplicador, y tendrás que 84 varas, á 23 reales de vellon la vara, valen 1932 reales de vellon. Ordena ahora á la izquierda las especies inferiores del multiplicando y las del multiplicador: y empezando por las del multiplicador, di: 1 real de vellon, puesto al lugar de los maravedís, hace 34 maravedís: el diezisiteno de 34 es 2: el décuplo de 2 es 20: el cuarto de 20 es 5. Para colocar el 1 medio de maravedí del multiplicador á la coluna, dirás: los 2 maravedís de encima de esta coluna, transformados á medios, hacen 4 medios: el cuarto de 4 medios es 1 medio, ó bien dirás: 5 maravedís, reducidos á la especie de medios, equivalen á 10 medios: el deceno de 10 medios es 1 medio.

Continúa ahora la coluna con las especies inferiores del multiplicando, diciendo: 1 vara colocada al lugar de los palmos sube al número de 4 palmos: la mitad de 4 palmos son 2 palmos, y la mitad de estos 2 palmos es 1 palmo. Este 1 palmo convertido á sextos compone 6 sextos: el sexto de 6 sextos es 1 sexto, y el cuádruplo de este 1 sexto son 4 sextos.

Si has entendido bien la formacion de esta coluna, estoy cierto que no tendrás dificultad en continuar á resolver la regla, y responder en fin, que por 84 varas, 3 palmos, 5 sextos, á razon de 23 reales, 27 maravedís y medio de vellon la vara, he de recibir 2022 reales, 25 maravedís 37. 48 avos de otro maravedí de vellon castellano.

C.

En este Principado de Cataluña acostumbran á resolver las reglas de multiplicar números denominados, que salen con concurso de quebrados, formando un denominador comun desde principio. Este denominador comun consiste en el número de unidades, de que se compone un entero de la especie primera ó superior del multiplicando, transformado á la última ó mas inferior del mismo multiplicando. En este denominador se hallarán con exactitud todas las partes alicotas, que en el caso ocurran: debe no obstante advertirse, que cuando venga el caso que el multiplicador acabe con un quebrado tal, que no sea de los que comunmente se figuran en la especie inferior respecto de su superior inmediata, ha de multiplicarse aun por el denominador de aquel quebrado el número á que subió un entero de la especie superior de dicho multiplicando trasladado á la inferior.

Sobre este punto, no puedo menos que decir, que tal modo de resolver me disgusta enteramente, porque á mas de ser por lo comun muy engorroso, denota que los que se limitan ó ciñen á él, ignoran no solamente la teórica de los quebrados, sino que tambien carecen de su necesario manejo para la perfecta inteligencia de varias cuestiones, que á menudo se ofrecen: pero como es del caso estar corrientes al estilo popular ó del pais, resolveremos otra vez aquí por este método los problemas 475, 476, 477 y 479, que acabamos de resolver.

480. Resuélvase aquí otra vez el problema 475, formando, luego que salga el primer quebrado, un denominador, que sea comun á todos los que concurran en la actual regla.

1 *libra* . . 32 *quint.*s 1 *arroba*, 23 *libras*, 4 *onzas*
1 *quintal* . 16 ℔ 18 s 10

512 ℔

$\frac{1}{2}$	10 *sueldos* .	16 »	$\frac{}{1248}$	
$\frac{1}{5}$	4 »	. . 6 » 8 s		
$\frac{1}{5}$	4 »	. . 6 » 8 »		
$\frac{1}{6}$	8 *dineros*	. . . 1 » 1 » 4		2176
$\frac{1}{4}$	2 »	. . 0 » 5 » 4		1248
$\frac{1}{4}$	1 *arroba*	. . 4 » 4 » 8	. . 624	928
$\frac{1}{2}$	13 *libras*	. . 2 » 2 » 4	. . 312	
$\frac{1}{13}$	2 »	. . 0 » 6 » 6	. . 240	
Cuádruplo .	8 »	. . 1 » 6 » 0	. . 960	
$\frac{1}{6}$	4 *onzas*	. . 0 » 1 » 1	. . 40	
		550 ℔ 3 s 4 *d.*s	$\frac{928}{1248}$	$\frac{116}{156}$

Es muy fácil la resolucion de esta regla, como se tenga presente lo que se practicó en las antecedentes. En las antecedente incorporábamos los enteros, que en cada particion sobraban de especie inferior, á la especie de su correspondiente quebrado: tomábamos despues la parte alicota, que en el caso correspondi tomarse. En esta regla y demas que resolveremos, formando el denominador comun desde principio, observaremos puntualmente lo mismo: debe no obstante advertirse, que el entero ó enteros que primeramente sobrarán de la especie inferior, han de reducirse á un quebrado tal, cuyo denominador sea el comun, el cual en la present regla es 1248; porque 1 quintal de la especie primera ó superior de multiplicando encierra 1248 onzas de la especie última ó inferior.

Resuelta la regla, suma los numeradores, y tendrás 2176: porque en esta suma solo está contenido una vez el denominador comun, quítalo, y los 928 restantes escríbelos debajo de la columna de los numeradores con su correspondiente denominador. Continúa la regla de sumar, sin olvidarte de tomar el octavo del numerador y denominador del quebrado 928. 1248 avos, y tendrá las mismas 550 libras, 3 sueldos, 4 dineros 116 156 avos de otro dinero que en la regla 475.

481. Si resuelves el problema 476, formando el denominador

comun desde principio, tendrás que cada maravedí que te sobrará, se dividirá en 1600 partes iguales, porque 1 quintal de Castilla sube á 1600 unidades de la especie inferior, que en el caso son onzas.

1 *real* . . 87 *quintales*, 3 *arr.* 19 *libras*, 10 *onzas.*
1 *quintal* 46 *reales*, 30 *maravedís.*

	4002			87 *reales*	17
$\frac{1}{17}$ . . . 2 *mar.*	. . 5 *reales*,	4 *mar.*		2	5 *real.*
Décuplo. 20 »	. 51 »	6 »			
Cuádruplo 8 »	. 20 »	16 »		1600	
$\frac{1}{2}$ . . . . 2 *arrob.*	23 »	15 »			
$\frac{1}{2}$ . . . . 1 »	. 11 »	24	. . 800		
$\frac{1}{5}$ . . . 5 *libras*	. . 2 »	11	. . 1120		1600 | 5 m.
Duplo. 10 »	. . 4 »	23	. . . 640		
$\frac{1}{5}$ . . . . 2 »	. . . . »	31	. . 1408		
$\frac{1}{5}$ . . . . 2 »	. . . . »	31	. . 1408		
$\frac{1}{4}$ . . . . 8 *onzas*	. . . »	7	. . 1552		8516 | 516
$\frac{1}{4}$ . . . . 2 »	. . . . »	1	. . 1588		
	4123 *reales*,	4 *mar.*	$\frac{516}{1600}$	$\frac{258}{800}$	

En esta regla sale en suma lo mismo que en la 476, y aun el quebrado te resultará en la misma expresion, si tomas la mitad del numerador y denominador del que parece figurado debajo de la coluna de los numeradores relativos al denominador comun 1600.

482. Para resolver el problema 477, siguiendo los quebrados por el denominador comun, debes tener presente que cada entero, que sobrará de la especie inferior, se dividirá en 144 partes iguales, porque 1 quintal, peso grueso de Valencia, se compone de 144 libras de la especie inferior del multiplicando.

	1 ℔ ß ...	126 *quintales*, 2 *arrobas*, 28 *libras*.	
	1 *quintal* ...	9 ℔ 12 ß 11	
		1134	
Mitad ...	10 *sueldos* ...	63	
Quinto ...	2 » ...	12 » 12 »	144
Tercio ...	8 *dineros* ...	4 » 4 »	
Cuarto ...	2 » ...	1 » 1 »	
Mitad ...	1 » ...	0 » 10 » 6 *dineros*	
Mitad ...	2 *arrobas* ...	4 » 16 » 5	72
Sexto ...	12 *libras* ...	» 16 » 0	132
Sexto ...	12 » ...	» 16 » 0	132
Tercio ...	4 » ...	» 5 » 4	44
		1222 ℔ 1 ß 5 *diner.*	$\frac{92}{144}$

El agregado de esta regla concuerda con el de la de 477.

483. Resuelve el problema 479 por el denominador comun 48 cuyo número lo produce 1 vara trasladada á la especie de sexto de palmo, multiplicados por el denominador 2 del multiplicador.

	1 *real* ... 8	4 *varas*, 3 *palmos* $\frac{5}{8}$.		
	1 *vara* ... 2	3 *reales*, 27 *marav.* $\frac{1}{2}$.		
		1932		
$\frac{1}{17}$ ...	2 *marav.* ..	4 *reales*, 32 *maravedís*.		
Décuplo.	20 »	49 » 14 » ...	48	
$\frac{1}{4}$ ...	5 »	12 » 12 » ...	48	
$\frac{1}{4}$ $6\frac{1}{10}$ ..	$\frac{1}{2}$ »	1 » 8 » ...		
$\frac{1}{2}$ ...	2 *palmos* ..	11 » 30 » ...	36	85
$\frac{1}{2}$ ...	1 »	6 » 32 » ...	18	48
$\frac{1}{2}$ ...	$\frac{3}{8}$	2 » 33 » ...	9	37
$\frac{1}{3}$ ...	$\frac{2}{8}$	1 » 33 » ...	22	
		2022 *reales*, 25 *maravedís*	$\frac{37}{48}$	

La suma de esta regla sale puntual á la de 479.

CI.

Los que no son tan escrupulosos como los Matemáticos, ni quieren

npléar tanto trabajo como algunos Preceptores de Cataluña en el
ɔncurso de quebrados, que regularmente sale en la resolucion de
ı tercera especie de multiplicar números denominados, determinan
n denominador comun pequeño á medida de su antojo. Este por
ı comun es 8 en las reglas de varas, palmos y cuartos, y en las
canas, palmos y cuartos: 12 en las de cuarteras, cuartanes y
icotines: 16, 20 ó 30 en las de quintales, arrobas, libras, on-
as, &c.; y así en las demas, conforme sus especies inferiores, que
gun ellas es muy del caso el 12.

Los denominadores comunes de las cuatro últimas reglas, que
nteceden, fueron unos denominadores tales, que contuvieron exac-
ımente todas las partes alicotas, que en el caso ocurrieron: el
enominador comun á medida de su antojo pocas veces las contie-
e; será, pues, preciso ir con tino y sin escrúpulo á aprovechar ó
erder en un quebrado lo que se perdió ó ganó en otro, á fin de
ue salga un agregado, que solo se diferencie del verdadero en una
equeña parte de quebrado tal, que aun el comerciante mas avaro
ı desprecie. Para cuya inteligencia resolveremos tercera vez los pro-
lemas 475, 476, 477 y 479, y con estas solas operaciones no de-
ıremos de comprehender las ventajas de este método.

484. Resuelve el problema 475, y para los quebrados que sa-
eren, sirvete del denominador comun 16.

	1 *real* ...	32 *quintales*,	1 *arroba*,	23 *libras*,	4 *onzas*.	
	1 *quintal* ..	16 tt	18 ß	10		
		512				
Nónuplo .	9 *reales* ...	28 tt	16 ß		16	
Tercio ..	8 *dineros* ...	1 "	1 "	4 *diner.*		
Cuarto ..	2 " ...	0 "	5 "	4 "		
Cuarto ..	1 *arroba* ...	4 "	4 "	8 "	8	
Mitad	13 *libras* ...	2 "	2 "	4 "	4	
Treceno ..	2 " ...	0 "	6 "	6 "	3	1
Cuádruplo	8 " ...	1 "	6 "	0 "	12	4
Sexto ...	4 *onzas* ...	4 "	1 "	1 "	1	
		550 tt	3 ß	4 *diner.*	$\frac{12}{16}$	$\frac{3}{4}$

Bástanos advertir aquí, que el treceno de 4 libras, 4 sueldos,
dineros, 8. 16 avos de otro dinero son 6 sueldos, 6 dineros,

3 diezïseisenos del otro dinero, y se pierde 1 treceno de 1 diezi- seiseno de dinero: que el cuádruplo de 6 sueldos, 6 dineros, 3 diezïseisenos de dinero es 1 libra, 6 sueldos, y 12 diezïseise- nos de dinero, y se pierden 4 trecenos de 1 diezïseiseno de dinero: que el sexto de 6. 4. 6 es 1. 4. 1; pero el sexto de los 3 diezïseisenos, que siguen á la derecha, no llegan á ser 1 diezïseise- no: no obstante, como ya se habian perdido 5 trecenos de 1 diezi- seiseno, se escribe 1 diezïseiseno, por mas que exceda un poco á lo que corresponde. Suma en fin las partidas parciales, y coteja el agregado 550 libras, 3 sueldos, 4 dineros, 12 diezïseisenos, que sale, con el que salió en la resolucion del problema 475, y hallarás que este solo se diferencia de aquél, en que de 156 par- tes iguales de 1 dinero contiene 1 mas, cuya parte tan mínima se desprecia en el comercio.

485. El problema 476, que se resolvió segunda vez en el nú- mero 481, resuélvase aquí tercera vez por el denominador 20.

1 *maravedí* . 87 *quint*. 3 *arrob*.. 19 *libras* 10 *onzas*.
1 *quintal*. . . 46 *reales*, 30 *maravedís*.

	4002					87 *quintales*.
	30 *marav*. . . .	76 *reales*	26 *mar*.			30 *marav*.
$\frac{1}{2}$ . . .	2 *arrobas*. . .	23	”	15	”	2610 *m*. | 34
$\frac{1}{2}$ . . .	1 ” . . .	11	”	24	” . 10	230 | 76
$\frac{1}{5}$ . . .	5 *libras*.	2	”	11	” . . 14	26
Duplo.	10 ”	4	”	23	” . . 8	
$\frac{1}{5}$ . . .	2 ”		”	31	” 17 . 3	20
$\frac{1}{5}$ . . .	2 ”		”	31	” . 17 . 3	
$\frac{1}{4}$ . . .	8 *onzas*.		”	8	”	
$\frac{1}{4}$ . . .	2 ”		”	2	”	
		4123 *reales*	4 *mar*.	$\frac{6}{20}$. $\frac{13}{10}$		

En esta regla basta advertir, que el quinto de 4 reales, 23 maravedís y 8 veintenos de maravedí es 31 maravedís, 17 vein- tenos, y sobran 3 quintos de 1 veinteno, y que el cuarto de 31 maravedís, y 17 veintenos de maravedí es 7 maravedís, 19 vein- tenos y 1 cuarto de 1 veinteno: pero como de otra parte habia- mos ya perdido 6 quintos de 1 veinteno, en vez de 7 maravedís, y 19 veintenos, escribiremos 8 maravedís, y aun no aprovecharé-

mos cuantó perdímos: pues si cotejas la suma de esta regla con la del número 476: hallarás que á la que acabamos de resolver faltan 9. 400 avos de maravedí para igualar al agregado de aquella.

486. El problema 477, que por lo tocante á Aragon está resuelto en el número 478, lo resolveremos aquí otra vez; pero sirviéndonos del comun denominador 12, que es abundante de partes alicotas, y tiene á mas todas las que se tomarán en la resolucion de la regla que sigue.

	1 *real* ..	126 *quintales*, 2 *arrobas*, 28 *libras.*					
	1 *quintal* ..	9 ℔ 12 ß 11					
		1134					—
Séxtuplo ...	6 *reales* ..	75 ℔	12 ß				12
Cuarto	8 *dineros*...	3 »	3 »				
Cuarto	2 » ...	0 »	15 »	12 *din.*			
Mitad	1 » ...	0 »	7 »	14 »			
Mitad	2 *arrobas* ..	4 »	16 »	5 »	.. 6		
Sexto	12 *libras*	»	16 »	0 »	.. 11		
Sexto	12 »	»	16 »	0 »	.. 11		
Tercio.....	4 »	»	5 »	5 »	.. 8		
		1220 ℔	12 ß	7 *din.*			0/12

La resolucion de esta regla ha salido muy fácil; no obstante conduce advertir, que el tercio de 16 sueldos y 11 docenos de dinero jaqués es 5 sueldos, 5 dineros, 7 docenos y 2 tercios de otro doceno de dinero jaqués: pero como falta poco para llegar á 8 docenos, escribímos 8 docenos, y con esto tendremos un agregado, que excederá al de la regla del número 478 en 1 tercio de 1 doceno de dinero jaqués ó aragonés; pues sumando este 1 tercio de 1 doceno con aquel quebrado 140. 144 avos, saldrá cabalmente 1 dinero.

487. El problema 479, que tambien está resuelto en el número 483, resuélvase otra vez aquí por el denominador comun 20,

		1 *real* . . . 84 *varas*, 3 *palmos* $\frac{5}{8}$						
		1 *vara*. . . 23 *reales*, 27 *maravedís* $\frac{1}{2}$						
		1932						
$\frac{1}{17}$ . . .	2 *maravedís*	4 *reales*,		32 *maravedís*.				
Décuplo. . .	20	”	49	”	14	”	—	
$\frac{1}{4}$. . . .	5	”	12	”	12	”	20	
$\frac{1}{4}$ 6 $\frac{1}{10}$. . .	$\frac{1}{2}$	”	1	”	8	”		
$\frac{1}{2}$. . . .	2	”	11	”	30	. . .	15	
$\frac{1}{2}$. . . .	1	”	5	”	32	. . .	7	
$\frac{1}{3}$. . . .	$\frac{4}{6}$	”	3	”	32	. . .	19	
$\frac{1}{4}$. . . .	$\frac{1}{6}$	”	0	”	33	. . .	14	
		2022 *reales*, 25 *maravedís* $\frac{15}{20}$						

El agregado de esta regla sale 1 48 avos de maravedí menor que el de la del número 479 y 483: luego quitando 1 cuarentaiocheno de maravedí de cada una de aquellas sumas, saldrán iguales á la de esta regla.

CII.

Examen.

Para examinar las reglas de multiplicar números denominados, tómese el duplo del multiplicando y la mitad del multiplicador, ó bien la mitad del multiplicando y el duplo del multiplicador. De este duplo y mitad, ó mitad y duplo, fórmese una nueva regla; y si en su resolucion sale un agregado igual á la suma de la que se tomó duplo y mitad, ó mitad y duplo, no se habrá padecido equivocacion.

Dichas reglas pueden tambien examinarse por la prueba de tercio y triplo, por la de cuarto y cuádruplo, por la de quinto y quíntuplo, &c. ó al contrario; v. gr.

488. Pídese: cuántas libras de ardites entregué en Barcelona por 28 canas, 6 palmos de terciopelo, que compré á razon de 13 ₶ 16 ℔ la cana?

1 *real*....	28 *canas*,	6 *palmos*.
1 *cana*....	13 tt	16 ß
	364	
8 *reales*. .	22 »	8 »
4 *palmos*. . .	6 »	18 »
2 » . . .	3 »	9 »
Entregué	396 tt	15 ß

Vamos á examinar esta regla cuatro veces: la primera por el duplo del multiplicando y mitad del multiplicador: la segunda por la mitad del multiplicando y duplo del multiplicador: la tercera por el tercio del multiplicando y triplo del multiplicador: la cuarta por el triplo del multiplicando y tercio del multiplicador.

1 *real*. . .	57 *can.*[s]	4 *palmos*.
1 *cana* . . .	6 tt	18 ß
	342	
9 *reales*. .	51 »	6 »
4 *palmos*. .	3 »	9 »
	396 tt	15 ß

	9 *can.*	4 *palm.* 2 *cuar.*	$\frac{2}{3}$
1 *cana*. .	41 tt	8 ß	
	372 »	12 »	
4 *palm*.	20 »	14 »	
2 *cuart*. .	2 »	11 »	9 *din.*[s]
$\frac{2}{3}$	»	17 »	3 »
	396 tt	15 ß	

1 *real*. . .	14 *canas*	3 *palmos*.
1 *cana* . .	27 tt	12 ß
	378	
6 *reales*. . .	8 »	8 »
2 *palmos*. .	6 »	18 »
1 *palmo*. . .	3 »	9 »
	396 tt	15 ß

1 *real* . . .	86 *canas*	2 *palmos*.
1 *cana*. . . .	4 tt	12 ß
	344	
6 *reales*. . .	51 »	12 »
2 *palmos*. . .	1 »	3 »
	396 tt	15 ß

Cada una de estas cuatro reglas hace ver con evidencia ser cierto, que por las referidas 28 canas, 6 palmos de terciopelo, que compré en Barcelona, entregué 396 libras, 15 sueldos, y no mas, ni menos.

Algunos Maestros hacen examinar estas reglas á sus Discípulos por la prueba, que ellos llaman *real*, como si las que acabamos de practicar no fuesen ciertas y verídicas. Dicha prueba, llamada *real*, consiste en partir el producto, ó bien por el multiplicando ó bien por el multiplicador, cuya regla por lo regular es de partir compuesto. Examinan, pues, los Discípulos la regla de multiplicar compuesto por la de partir compuesto, que aun la ignoran, cuyo

método es tan bárbaro, como enseñarles los quebrados despues de las reglas de multiplicar números denominados : y aun es menos digno de perdon verlo pacticado en algunas obras.

CIII.

Repasad con madura reflexion las reglas de multiplicar números denominados, hasta aquí propuestas, y vereis examinadas su mayor parte : y como en el comercio lo que mas ilustra es la práctica, tened presente en adelante, que os conducirá mucho el que no omitais el examen de cuantas reglas propondremos. Para esto, á mas de la antecedente, y de lo que dijimos en la Llave Aritmética pag. 35, 36. 37 y 38 sírvanvos de modelo las primeras que siguen, y no tendreis dificultad en las demas.

489. Compré 97 quintales, 1 arroba, 18 libras de cierta mercaduria en Mallorca, á razon de 5 libras, 12 sueldos, 11 dineros 1 tercio mallorquines, y despues vendí en Cataluña 16 quintales, 24 libras, 8 onzas de otra mercaduria, á 33 ₶ 17 ℔ 8 dineros catalanes por quintal. Dime, si hube de entregar mas dinero en Mallorca del que recibí en Cataluña? Ve á la regla de número 475, y verás que la primera que aquí resolverás es el triplo del multiplicando, y el tercio del multiplicador, y la segunda la mitad del multiplicando, y el duplo del multiplicador de aquella : luego si en estas te sale lo mismo que en aquella, estarán exactas las tres.

490. A cuánto sube el valor de 351 quintales, 3 arrobas, 3 libras, 8 onzas, peso de Castilla, á razon de 11 reales, 24 maravedís y medio de vellon castellano, y á cuánto el de 175 quintales, 3 arrobas, 14 libras, 4 onzas, á 23 reales, 15 maravedís de vellon? Si en cada una de estas dos reglas te sale lo mismo que en la de número 476, estarán bien resueltas las tres : la primera, pues, de las aquí propuestas es el cuádruplo y cuarto de aquella, y la segunda el duplo y mitad.

491. En Valencia vendí 25 quintales, 1 arroba, 12 libras, 9 onzas y 3 quintos de otra onza, peso grueso valenciano, á razon de 48 ₶ 4 ℔ 7 el quintal, y despues pasando por Zaragoza compré 506 quintales, 3 arrobas, 4 libras de otra mercaduria, á 2 libras, 8 sueldos, 2 dineros, 3 cuartos de otro dinero jaqués el quintal : cuánto recibí en Valencia, y cuánto hube de entregar en Zaragoza? Porque la primera de estas dos reglas es el quinto del multiplicando, y el quíntuplo del multiplicador de la del número 477, y la segunda el cuádruplo del multiplicando, y el cuarto del mul-

tiplicador, dígase, que en Valencia recibí lo mismo que hallamos en la regla de número 477, y que en Zaragoza hube de entregar lo mismo que salió en la regla de número 478.

492. Un tendero de Madrid vendió 169 varas, 3 palmos, 2 tercios de cierta ropa, á razon de 11 reales, 30 maravedís, 3 cuartos de vellon por vara, y otro de Cadiz vendió 28 varas, 1 palmo 5. 18 avos de otra especie de ropa á 71 reales, 14 maravedís y medio de vellon la vara. Pídese: quién recibió mas dinero? Uno y otro recibió tantos reales como salieron en la resolucion del problema 479. Y no puede mas, ni menos, porque la primera de estas reglas consiste en el duplo y mitad de aquella, y la segunda en el tercio y triplo.

493. Si el valor de 121 cargas, 28 cuartanes, 14 cuartas de aceite, medida de Barcelona, á razon de 32 ℔ 6 ß 3, moneda barcelonesa, ó el de 60 cargas, 29 cuartanes, 7 cuartas, á 64 ℔ 12 ß 6, encuentras que es 3940 ℔ 18 ß 3 dineros, 3 dieziseisenos de otro dinero de Cataluña, dirás que no has padecido equivocacion.

494. Recibí 357 cuarteras, 8 cuartanes, 2 almudes de trigo, medida mallorquina, á razon de 4 libras, 18 sueldos, 6 dineros mallorquines, y al mismo tiempo me remitieron 715 cuarteras, 5 cuartanes, 1 tercio, tambien medida de Mallorca, á 2 ℔ 9 ß 3 dineros igualmente mallorquines. Dime: de cuántas libras, moneda mallorquina, haremos letra para Palma? La haremos del duplo de 1761 ℔ 15 ß 7 ₰.

495. Cuántas libras mallorquinas debo entregar por cabal satisfaccion de 349 odors, 5 cuartanes, 8 rótolos de aceite, que compré en Palma, á razon de 17 ℔ 18 ß 5 dineros el odor? Debo entregar 6263 libras, 3 sueldos, 3 dineros 73. 108 avos de otro dinero mallorquin: y diré no haber padecido equivocacion, si por 698 odor, 11 cuartanes, 7 rótolos, que compré de otro aceite muy inferior, á razon de 8 libras, 19 sueldos, 2 dineros y medio mallorquines, me sale la misma partida.

496. Dime ahora, si por los mismos 349 odors, 5 cuartanes, 8 rótolos sobredichos, á razon de 22 libras, 2 sueldos, 9 dineros, moneda barcelonesa, me corresponde pagar 7736 libras, 17 sueldos 11. 36 avos de dinero catalan? Digo que sí: y para mayor abundamiento multiplico 174 odors, 8 cuartanes, 8 rótolos y medio mallorquines por 44 ℔ 5 ß 6 dineros, moneda barcelonesa, y cotejo si este producto, igual al antecedente, lo es tambien á cada uno de los del problema anterior.

497. Pídese: cuánto valen 248 canas, 5 palmos de paño, medida de Cataluña ó de Mallorca, á razon de 12 ℔ 16 ß 6 la cana? Valen 3188 ℔ 12 ß 3 $\frac{3}{4}$; y es así, porque multiplicando 124 canas, 2 palmos $\frac{2}{4}$ por 25 ℔ 13 ß sale la misma cantidad.

498. Cuánto cuestan 349 canas, 6 palmos de cierta ropa, medida de Cataluña ó de Mallorca, á razon de 18 ℔ 12 ß 8 la cana? Cuestan 6517 ℔ 0 ß 2, y es cierto, porque multiplicando 699 canas, 4 palmos por 9 ℔ 6 ß 4 dan el mismo producto.

499. El importe de 824 cuarteras, 6 cuartanes de trigo, medida de Barcelona, á 64 reales, 3 dineros la cuartera, cuánto es? Es 5287 ℔ 2 ß 1 $\frac{1}{2}$; y se verá ser asi, multiplicando 412 cuárteras, 3 cuartanes por 12 ℔ 16 ß 6, ó bien por 128 reales, 6 dineros.

500. Pedro tiene en Barcelona 835 cuarteras, 8 cuartanes de trigo, que quiere venderlo á 58 reales, 16 dineros la cuartera. Juan tiene 1671 cuarteras, 4 cuartanes de cebada, que quiere venderla á 29 reales, 8 dineros la cuártera. Pregunto, quién de los dos recibirá mas dinero? Dígase, que Pedro recibirá 4902 ℔ 11 ß 6 $\frac{2}{3}$, y Juan recibirá la misma partida.

501. Un señor vendió en Cataluña 345 cargas, 3 barrilones de vino, á razon de 6 ℔ 9 ß la carga; cuánto sacó de todo? Sacó 2230 ℔ 1 ß 9; y de 172 cargas, 3 barrilones $\frac{1}{2}$ á 12 ℔ 18 ß sacó lo mismo.

502. Si 4 quintales, 2 arrobas, 13 libras de cáñamo, medida de Cataluña, á 18 ℔ 16 ß 2 el quintal, valen 86 ℔ 19 ß 9 $\frac{1}{4}$; lo mismo valdrán 9 quintales, 1 arroba á 9 ℔ 8 ß 1.

503. Pedro tomó á arriendo un campo por 6 años á razon de 84 ℔ 9 ß 6 cada año. Pídese, prometiendo pagar de contado por 3 años, 5 meses y medio, cuánto tuvo que pagar de presente? Tuvo que pagar 292 ℔ 2 ß 10 $\frac{1}{4}$.

504. Cuánto ha de entregar Maria Engracia por 463 quintales, 3 arrobas, 21 libras de cierta mercaduria, que compró en Cadiz á razon de 25 pesos, 5 reales plata, 12 cuartos el quintal? y cuánto Maria Francisca por 927 quintales, 3 arrobas, 17 libras á 12 pesos, 6 reales plata, 14 cuartos el quintal? Cada una ha de entregar 11932 pesos, 3 reales plata, 12 cuartos $\frac{8}{25}$ avos. Por igual cantidad á aquella de 463 quintales, 3 arrobas, 21 libras, peso de Castilla, á 36 libras, 1 dinero y medio, moneda de Cataluña, por quintal; entre las dos entregarán 16705 libras, 9 sueldos, 2 dineros 17. 50 avos de otro dinero catalan: y dirás no ha-

ber padecido equivocacion, si esta partida de moneda barcelonesa te sale igual á la partida de pesos, que inmediatamente antecede.

505. Una señora compró 243 cargas, 27 cuartanes y 12 cuartas de aceite en Barcelona, que pagados los derechos y demas gastos, le vino á 34 libras, 3 sueldos 9. 16 avos de dinero, moneda barcelonesa, la carga; cuánto le costó? Le costó 8330 libras, 12 sueldos, 2 dineros 65. 128 avos de otro dinero barcelonés. Igual partida le costaron 121 cargas, 28 cuartanes, 14 cuartas, á razon de 68 libras, 6 sueldos, 1 dinero y 1 octavo de otro dinero. Si á v. m. le consta que Lucia con 5950 pesos, 3 reales plata, 7 cuártos, 39. 48 avos satisfará 121 cargas, 28 cuartanes, 14 cuartas de aceyte, que tomó á razon de 48 pesos, 6 reales plata, 5 cuartos la carga, sírvase tomar la pena de examinar si Maria Eulalia satisfará con la misma cantidad aquellas 243 cargas, 27 cuartanes, 12 cuartas, que compró á 24 pesos, 3 reales plata, 2 cuartos y medio la carga, y decirme si la partida de estos pesos es lo mismo que la de aquellas libras de ardites?

506. Cuánto costarán 34 arrobas, 15 libras, 8 onzas $\frac{2}{4}$, peso catalan (son 899 libras, 8 onzas $\frac{2}{4}$), de cierta mercaduria, á razon de 12 reales, 18 dineros la libra? Costarán 1147 tt 2 ℔ 6 $\frac{3}{4}$.

507. El importe de 84 quintales, y 5 libras, peso de Barcelona, de cierta mercaduria, á 15 tt 7 ℔ 3 el quintal, es 1291 tt 3 ℔ 9 $\frac{27}{104}$.

508. El cerdo de 112 y $\frac{2}{3}$, que costó, á razon de 9 ℔ 10 la libra, importa 55 tt 7 ℔ 10 $\frac{2}{3}$.

509. Un artesano tiene un jornalero, que cada dia gana 12 ℔ 8. Pídese, cuánto le habrá de entregar por 24 jornales y $\frac{2}{4}$? Le habrá de entregar 15 tt 10 ℔ 4.

510. Tres comerciantes se hicieron venir 348 quintales, 1 arroba, 19 libras, peso de Cataluña, de cierta mercaduria, que no se acuerdan cuanto les costó; pero sí que la pagaron á razon de 36 tt 14 ℔ 6 el quintal: tampoco se acuerdan cuanto contribuyó cada uno; sí solamente que el primero se apoderó de la mitad de la mercaduria, el segundo de la tercera parte, y el otro de la que quedó. Esto supuesto, pregunto, cuánto costó toda la mercaduria, y cuánto hubo de pagar cada uno? Multiplíquense los 348 quintales, 1 arroba, 19 libras por las 36 tt 14 ℔ 6 que costó el quintal, y se hallará que toda la mercaduria costó 12796 tt 3 ℔ 9 $\frac{3}{4}$. De esta suma tómese la mitad, y se tendrá que el primero hubo de pagar 6398 tt 1 ℔ 10 $\frac{7}{8}$. De dicha suma tómese el tercio, y se ve-

rá que el segundo hubo de pagar 4265 tt 7 ß 11 $\frac{1}{4}$. En fin esta mitad y tercio súmense, y quitando la tal suma de lo que costó toda la mercaduría, saldrá que el tercero hubo de contribuir 2132 tt 13 ß 11 $\frac{5}{8}$.

511. Cuánto costó 1 arroba, 15 libras, 9 onzas, peso de Cataluña, de cierta mercaduría, á razon de 45 tt 18 ß 7 el quintal? Costó 18 tt 8 ß 9 $\frac{41}{416}$; y lo mismo costarien 20 libras, 10 onzas $\frac{1}{2}$, á 91 tt 17 ß 2 el quintal.

512. A 15 tt 16 ß 4 la cana catalana ó mallorquina de terciopelo, cuánto valen 5 palmos, 3 cuartos y medio? Valen 11 tt 12 ß 3 $\frac{11}{16}$; y lo mismo valen 1 cana, 3 palmos $\frac{3}{4}$ á 7 tt 18 ß 2 la cana.

513. A 18 reales, 8 dineros, moneda barcelonesa, la libra de cierta mercaduria, cuánto importan 4 onzas $\frac{2}{4}$? Importan 6 reales, 21 dineros; y es así, porque á 9 reales, 4 dineros la libra, importan lo mismo 9 onzas.

514. 5 palmos $\frac{3}{4}$ de cierta ropa, á 35 reales, 3 dineros y medio la cana, cuestan lo mismo que 2 palmos, 3 cuartos $\frac{1}{2}$, á 7 tt 0 ß 7 la cana; pues una y otra partida cuestan 25 reales, 6 dineros $\frac{17}{64}$ avos de dinero catalan.

515. Si 1 libra, 6 onzas, 3 quintos, á 46 tt 8 ß 3 dineros el quintal catalan, importan 13 ß 10 $\frac{20}{2080}$ avos; los mismos importan 3 libras, 1 onza $\frac{1}{5}$ á 23 tt 4 ß 1 $\frac{1}{2}$ el quintal.

516. El criado de Don Pedro, que gana 86 tt 12 ß al año, ganó tanto en 4 meses, 18 dias, como el de Don Juan en 2 meses, 9 dias, que gana 173 tt 4 ß al año.

517. Si v. m. por 328 quintales, 2 arrobas $\frac{7}{8}$, peso de Cataluña, á razon de 36 tt 8 ß 5 el quintal, ha de contribuir 11972 tt 4 ß 2 $\frac{19}{32}$; la misma cantidad he de contribuir yo por 164 quintales, 1 arroba $\frac{7}{16}$, á 72 tt 16 ß 10 el quintal.

518. Pídese el valor de 84 canas, 5 palmos $\frac{2}{4}$ de aquella ropa de Mallorca, que vale á 8 tt 1 ß $\frac{3}{4}$ la cana. Aquí está, 684 tt 18 ß 2 $\frac{[illegible]}{16}$.

519. Cuánto es el importe de 37 canas, 2 palmos $\frac{5}{12}$ de cierta ropa de Barcelona, que costó á 6 tt 0 ß 9 dineros $\frac{8}{9}$? Es 225 tt 6 ß 11 $\frac{757}{864}$.

520. Cuánto costarán 124 quintales, 3 arrobas, 9 libras $\frac{3}{4}$, peso catalan, á 12 tt $\frac{1}{3}$ el quintal? Costarán 1539 tt 14 ß 9 $\frac{156}{312}$.

521. A 8 tt 6 ß la cana de cierta ropa, cuánto importarán 24 piezas, de largo cada una 16 canas, 5 palmos $\frac{2}{4}$? Multipliquen-

se las 24 piezas por las 16 canas, 5 palmos $\frac{3}{4}$, que tiene de largo cada una, y saldrá 400 canas, 4 palmos; y multiplicando estas por las 8 tt 6 ß, que vale la cana, se tendrá que dichas 24 piezas importan 3324 tt 3 ß.

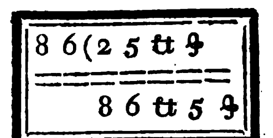
522. A 25 reales, 6 dineros de Cataluña el yard inglés de cierta ropa, cuánto importan 437 canas, 4 palmos, medida catalana, suponiendo la cana de 1 yard $\frac{3}{4}$? Multiplicadas las canas espresadas por el yard 3 cuartos, salen 765 yards $\frac{5}{8}$, cuales multiplicados por 25 reales, 6 dineros, producen 1933 tt 4 ß y 3 cuartos de dinero; y así dígase, que las referidas canas importan 1933 tt 4 ß 0 $\frac{3}{4}$.

CIV.

DE LOS INTERESES DE MONEDAS, A TANTO POR CIENTO ó por mil, cortando guarismos.

Cuando el interes será á 1 por ciento, quítense dos notas del dividendo, y trasladado á la especie inferior inmediata lo que se quitó, tómese del producto el centeno como antes, y se tendrá lo que se pide; v. gr.

523. A razon de 1 libra moneda por ciento de comision, cuánto darán al comisionado 8625 tt ß?


86(25 tt ß

86 tt 5 ß

De la cantidad propuesta (XLI. pag. 40.) sepárense con una señal las dos notas últimas, y se tendrán 86 libras que se escriben debajo. Cada 5 libras hacen 100 sueldos: luego los mismos sueldos saldrán tomando el quinto de las 25 libras separadas, que tomando el centeno de los sueldos, que producen aquellas libras; y así dígase: el quinto de 25 es 5 sueldos. Respóndase, pues, que 8625 tt ß á 1 p $\frac{0}{0}$ de comision, darán 86 tt 5 ß al comisionado.

Cuando el interes será á $\frac{1}{2}$ por ciento, tómese la mitad de la cantidad dada; y tomando, como antes, el centeno de la tal mitad, se tendrá lo que se pide; v. gr.

524. Pídese: 8625 tt, á $\frac{1}{2}$ por ciento, cuánto darán?

8625 tt ß
43(12 tt 10 ß
43 tt 2 ß 6

La mitad de 8625 tt ß es 4312 tt 10 ß, cuyo centeno es 43 tt, y sobran 12 tt, cuyo quinto es 2 ß, y sobran 2 tt, que hacen 40 ß, cuales con los 10 que siguen componen 50 ß, que trasladados á dineros producen 600 di-

neros, cuyo centeno es 6; y así dígase, que 8625 ℔ ʃ, á razon de medio por ciento, darán 43 ℔ 2 ʃ 6. Esta regla podia resolverse tomando como antes el centeno de las 8625 libras dadas, y seguidamente la mitad de las 86 ℔ 5 ʃ resultantes.

Cuando el interes será á $\frac{1}{4}$ por ciento, tómese el cuarto de la cantidad dada; y tomando del cociente el centeno, de la misma manera que al principio, se hallará lo que se pide; v. gr.

525. A $\frac{1}{4}$ por ciento, cuánto darán 5253 ℔ 12 ʃ?

5353 ℔	12 ʃ		
13(38 »	8 »		
13 ℔	7 ʃ	8	$\frac{16}{100}$

El cuarto de 5353 ℔ 12 ʃ es 1338 ℔ 8 ʃ, cuyo centeno es 13 ℔, y sobran 38, cuyo quinto es 7 ʃ, y sobran 3 ℔, cuales con los 8 ʃ que siguen componen 68 ʃ, que trasladados á dineros hacen 816 dineros, cuyo centeno es 8 dineros, y $\frac{16}{100}$ avos de dinero. Esta regla podia resolverse tomando primeramente el centeno de la cantidad dada 5353 ℔ 12 ʃ; pero tomando despues el cuarto de las 53 ℔ 10 ʃ 8 $\frac{64}{100}$ que salieren.

Cuando el interes será á $\frac{3}{4}$ por 100, tómese la mitad de la cantidad dada, y la mitad de la tal mitad; y tomando de la suma de estas dos mitades el centeno, saldrá lo que se pide; v. gr.

526. Cuánto darán 6475 ℔ 6 á $\frac{3}{4}$ por ciento?

6475 ℔	18 ʃ	6	
3237 »	19 »	3	
1618 »	19 »	7 $\frac{1}{2}$	
48(56 »	18 »	10 $\frac{1}{2}$	
48 ℔	11 ʃ	4	$\frac{133}{200}$

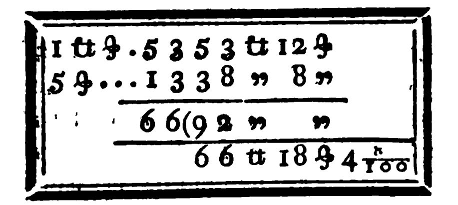
La mitad de la cantidad dada es 3237 ℔ 19 ʃ 3, y la mitad de esta mitad es 1618 ℔ 19 ʃ 7 $\frac{1}{2}$. La suma de estas dos mitades sube á 4856 ℔ 18 ʃ 10 $\frac{1}{2}$, cuyo centeno es 48 ℔, y sobran 56, cuyo quinto es 11 ʃ, y sobra 1 ℔, que con los 18 ʃ que siguen compone 38 ʃ, cuales con los 10 dineros, que se les siguen, componen 466 dineros, cuyo centeno es 4, y sobran 66, que reducidos (LVII. pag. 54.) á la especie de medios hacen 133 medios, cuyo centeno (LIX. pag. 55) es 133. 200 avos; y así dígase, que 6475 ℔ 18 ʃ 6 á $\frac{3}{4}$ por ciento darán 48 ℔ 11 ʃ 4 $\frac{133}{200}$. Esta regla podia tambien resolverse tomando inmediatamente el centeno; pero sumando despues la mitad de las 64 ℔ 15 ʃ 2 $\frac{27}{100}$ resultantes con la mitad de dicha mitad.

527. A 1 y $\frac{1}{2}$ por ciento, cuánto se ha de entregar por 8637 ℔?

```
1 tt ß . . 8637 tt
10 ß . . . 4318 " 10 ß
        129(55 " 10 "
        129 tt 11 ß 1 20/100
```

Porque las 8637 tt ß propuestas, á mas del 1 por 100, dan tambien ½ por ciento, añádesele su mitad 4318 tt 10 ß, y de la suma 12955 tt 10 ß, tómese el centeno, y se tendrá que han de entregarse 129 tt 11 ß 1 ⅕.

528. Cuánto ha de entregarse por 5353 tt 12 ß á 1 y ¼ por ciento?



```
1 tt ß . 5353 tt 12 ß
5 ß . . . 1338 " 8 "
        66(92 "   "
        66 tt 18 ß 4 80/100
```

Las 5353 tt 12 ß propuestas, á mas del 1 por 100, dan tambien á ¼ por 100: luego, si de la suma de la cantidad dada con su cuarto, se toma el centeno, se tendrá que han de entregarse 66 tt 18 ß 4 ⅘.

529. Á razon de 1 y ¾ por ciento, cuánto corresponde por 6475 tt 18 ß 6?

```
        64(75 tt 18 ß 6
1 tt . . . 64 " 15 " 2 22/100 . . . . 44
½ . . . . . 32 "  7 " 7 11/100 . . . . 22
¼ . . . . . 16 "  3 " 9 111/200 . . . 111
        113 tt  6 ß 6 177/200
```

Tomado el centeno por la una libra, la mitad del centeno por los 2 cuartos, y la mitad de la mitad por el 1 cuarto, súmense las tres partidas, y se tendrá que por 6475 tt 18 ß 6, á razon de 1 y ¾ por ciento, corresponden 113 tt 6 ß 6, y 177. 200 avos. Esta regla podia resolverse como las dos antecedentes; esto es, añadiendo á la cantidad dada su mitad y la mitad de su mitad, y tomando por fin el centeno de la suma 11332 libras, 17 sueldos, 4 dineros y medio.

530. A 1 por mil, cuánto he de entregar por 18760 tt 13 ß?

```
1 8(760 tt 13 ß
===============
    18 tt 15 ß 2 556/1000
```

Tómese (prob. 122. pág. 41.) el milésimo de la cantidad dada, y se tendrán 18 libras: y porque salen los mismos sueldos tomando el cincuenteno de las libras, que tomando el mileno de los sueldos que ellas producen, tómese el cincuenteno de las 760 libras restantes, y se ten-

drán 15 sueldos; pero sobrarán 10 libras, que transformadas á sueldos hacen 200 sueldos, cuales con los 13 que siguen, componen 213, que reducidos á dineros llegan á 2556, cuyo mileno es 2 dineros, y 556. 1000 avos; y así dígase, que por 18760 tt 13 ß he de entregar 18 tt 15 ß 2 $\frac{556}{1000}$ avos.

531. A razon de 5 octavos, por mil, cuánto recibirá Pedro por 32164 tt 8 ß 4?

```
        32164 tt  8 ß 4
4/8....  16082 »  4 » 2
1/8.....  4020 » 11 » 0 ¾
        20(102 » 15 » 2 ¾
============================
        20 tt  2 ß  55 sueldos 2 ½
                    ---------------
                        1000
```

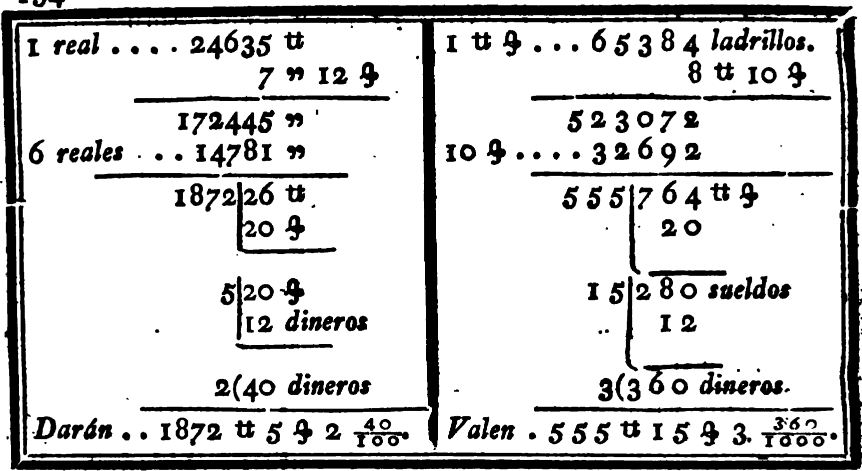
Por los 4 octavos tómese la mitad de la cantidad dada, y por el octavo el cuarto de dicha mitad. De la suma de la tal mitad y cuarto tómese el mileno, y se tendrá 20 libras, y sobrando 102 tómese el cincuenteno: escritos los 2 sueldos que salen, redúzcanse á sueldos las 2 libras que sobraron; y añadidos los 15 sueldos que siguen, fórmese luego el quebrado como parece, pues que 55 ß 2 ½ aun no llegan al número de 1000 dineros. Con que dígase, que Pedro recibirá 20 tt 2 ß $\frac{55 \text{ sueldos } 2\frac{1}{2}}{1000}$ avos de sueldo. Esta regla tambien podia resolverse tomando inmediatamente el mileno: y si sumando la mitad de las 32 libras, 3 sueldos, 3 dineros 460. 1000 avos, que en tal caso saldrán, con el cuarto de dicha mitad, resultan 20 tt 2 ß 0 dineros 53 80 avos de dinero, dirás que no has padecido equivocacion.

CV.

Llegando ó excediendo de 2 el interes por ciento ó por mil, multiplíquese la cantidad dada por el tanto por ciento, ó por mil, y tomando del producto el centeno ó mileno, se hallará lo que se pide; v. gr.

532. A razon de 7 tt 12 ß por ciento de comision, cuánto darán 24635 tt ß?

533. Y cuánto valen 65384 ladrillos, á razon de 8 tt 10 ß el millar?



534. Cuánto recibí por 24637 ℔ 11 ℈ 6 á 13 ℔ ℥ por ciento?

535. Cuántas libras dí por 6345 quintales, 2 arrobas, 13 libras, peso catalan, á razon de 49 ℔ ℥ por cada 100 quintales?

24637 ℔ 11 ℥ 6	6345 q.s 2 arr.s ½
1 ℔ ℥. . . . . 13 ℥	1 quintal. . . . 49 ℔
320281	310905
10 ℥. . . . . . 6 ℈ 10 ℈	2 arrobas. . . . 24 ℔ 10 ℥
1. . . . . ℈ 13 ℈	½. . . . . 6 ℈ 2 ℈ 6
6 dineros. . . . . ℈ 6 ℈ 6	
3202|88 ℈ 9 ℈ 6	3109|35 ℔ 12 ℥ 6
20	20
17|69 sueldos	7|12 sueldos
12	12
8(34 dineros	1(50 dineros
Recibí. 3202 ℔ 17 ℥ 8 $\frac{34}{100}$.	Dí . . . 3109 ℔ 7 ℥ 1 $\frac{50}{100}$.

536. A razon de 16 ℔ 18 ℈ 4 por ciento, cuánto entregaré á Cayo por 8456 ℔ 10 ℈?

537. Pedro compró 865 canas, 6 palmos ¾: medida catalana ó mallorquina, de cierta ropa. Pregúntase, habiendo de pagar por

ciertos gastos, á razon de 18 ℔ 17 ß 6 por cada 100 canas, cuánto entregará?

1 *real*... 8456 ℔ 10 ß	1 ℔ ß.. 865 *can.s* . 6 *pal.s* $\frac{3}{4}$
1 ℔ ß..... 16 » 18 » 4	1 *cana*... 18 ℔ 17 ß 6
135296	15570
9 *reales*.. 7610 » 8 »	10 ß... 432 » 10 »
4 *dineros*.. 140 » 18 » 8	5..... 216 » 5 »
10 ß....... 8 » 9 » 2	2 ß 6.. 108 » 2 » 6
1430 | 55 ℔ 15 ß 10	4 *palmos*... 9 » 8 » 9
| 20	2....... 4 » 14 » 4 $\frac{1}{2}$
11 | 15	$\frac{3}{4}$....... 1 » 3 » 7 $\frac{1}{8}$
| 12	163 | 42 ℔ 4 ß 2 $\frac{5}{8}$
1(90	| 20
	8 | 44
	| 12
	5(30
Entregaré. 1430 ℔ 11 ß 1 $\frac{9}{10}$	*Entregará*. 163 ℔ 8 ß 5 $\frac{30\frac{5}{8}}{100}$

538. A 16 reales, 16 maravedís vellon por cada cien varas de cierta ropa, cuánto se habrá de pagar por 8506 varas? Se habrá de pagar 1400 reales, 33 maravedís $\frac{3}{5}$.

539. Cuánto importan 8950 tejas, á razon de 12 ℔ 17 ß 8 el millar? Importan 115 ℔ 6 ß 1 $\frac{2}{5}$.

540. A 25 por ciento, con 4731 ℔ 2 ß se ganaron 1182 ℔ 15 ß 6.

541. Compré 3847 quintales, 2 arrobas, 20 libras, peso castellano, de cierta mercaduría, cuyos derechos me salieron á 34 reales, 33 maravedís de vellon por cada 100 quintales: decidme, si habré satisfecho con 1345 reales, 19 maravedís y 15 $\frac{3}{10}$. 100. avos Este quebrado es lo mismo que este 153. 1000 avos de maravedí vellon.

542. En la Aduana de Valencia tengo 984 quintales, 1 arroba, 26 libras, peso sutil, de cierta mercaduría, cuyos derechos suben á 14 pesos, 14 sueldos, 8 dineros valencianos por 100 quintales: cuánto he de prevenir por ellos? Ha de prevenir v. m. 145 pesos 6 libras valencianas, 10 dineros, 278. 375 avos de otro dinero valenciano.

543. A 32 por ciento, por 9032 ℔ 8 ß te entregarán 2890 ℔ 7 ß 4 $\frac{8}{25}$.

544. Por 948 ℔ 3 ß, á 17 $\frac{1}{2}$ por ciento, entregarás 165 ℔ 18 ß 6 $\frac{3}{10}$.

545. Por 836 ₶ 13 ₰, á 22 $\frac{1}{5}$ por ciento, recibiste 185 ₶ 14 ₰ 8 $\frac{89}{125}$.

546. Cuánto entregará v. m. por 384 varas, 2 palmos, al respecto que ha de contribuir 9 reales, 17 maravedís vellon por cada 100 varas? Entregaré 36 reales, 17 maravedís $\frac{187}{200}$ avos.

Adviértase, que cuando el interes será á 5 por ciento, se tendrá concluida la operacion, tomando el veinteno de la cantidad dada; cuando á 10, tomando el deceno: cuando á 20, tomando el quinto: cuando á 25, tomando el cuarto; cuando á 50, tomando la mitad, &c.

CVI.

DE LAS TARAS

Lo que aquí llamamos taras, no es otra cosa que el descuento de medida, peso ó dinero, que se hace por lo que se halla de imperfeccion en la mercaduría, ó por lo que la contiene. El modo de resolver las taras mejor lo da á entender la práctica que toda la esplicacion; y así vamos á los egemplos.

547. Á 58 reales, 16 dineros la cana de cierta ropa, cuánto valen 15 piezas, de largo cada una 21 canas, 5 palmos, medida catalana, siendo las taras por pieza 2 palmos, 3 cuartos?

Multp. las . .	15 *piezas*			
por las . .	21 *c.*[s]	5 *p.*[s]		
	315			
4 *palmos* . . .	7 *c.*[s]	4 *p.*[s]		
1	1 *c.*[s]	7 *p.*[s]		
De	324 *c.*[s]	3 *p.*[s]		
quítense las .	5 *c.*[s]	1 *p.*[o] $\frac{1}{4}$ *de tar.*		
Estas. . . .	319 *c.*[s]	1 *p.*[o] $\frac{3}{4}$		
á	58 *r.*[s]	16 *dineros.*		
	1850 ₶	4 ₰		
8 *dineros* . .	10	” 12	” 8	
8	10	” 12	” 8	
1 *palmo*.		” 14	” 8	
$\frac{3}{4}$		” 7	” 4	
$\frac{1}{4}$		” 3	” 8	
Valen . .	1872 ₶	15 ₰ 0		

Multip. las . .	15 *piezas.*	
por las taras. .	2 *p.*[s] $\frac{3}{4}$	
	30	
$\frac{2}{4}$	7 *p.*[s] $\frac{2}{4}$	
$\frac{1}{4}$	3 *p.*[s] $\frac{3}{4}$	
Taras	41 *p.*[s] $\frac{1}{4}$	
Octavo	5 *c.*[s]	1 *p.*[o] $\frac{1}{4}$

Multiplíquense las 15 piezas por las 21 canas, 5 palmos, que tiene de largo cada pieza, y de las 324 canas, 3 palmos que salen, quítense las 5 canas, 1 palmo $\frac{1}{4}$, que se hallan de taras en el egemplo de la derecha. Multiplíquense ahora las 319 canas, 1 palmo $\frac{3}{4}$ restantes por los 58 reales, 16 dineros que vale la cana, y se tendrá que dichas 15 piezas valen 1872 ₶ 15 ₰.

548. A razon de 12 ℔ 15 ʃ 6 la cana de cierta ropa, cuán costarán 84 fardos, que cada uno consta de 16 piezas, de larg cada una 28 canas y ½ catalanas, haciendo de taras 7 canas p ciento?

Multiplíquense los . . . 84 fardos.
por las . . . . . 16 piezas

Multiplíquense las . 1344 piezas.
por las . . . . . 28 c.s 4 p.s

37632
4 palmos . . . 672

De . . . . 38304 *canas.*
quítense las . . 2681 *canas* 2 *palmos* $\frac{6}{25}$ *de taras.*

Estas . . . . . 35622 *canas* 5 *palmos* $\frac{12}{25}$
á . . . . . . 12 ℔ 15 ʃ 6

427464
10 ʃ 17811
5 . . . . 8905 » 10 »
6 *dineros* . . . . 890 » 11 »
4 *palmos* . . . . 6 » 7 » 9
1 *palmo* . . . . 1 » 11 » 11 ¼ . 25
$\frac{5}{25}$ . . . . » 6 » 4 $\frac{13}{20}$. 65
$\frac{10}{25}$ . . . . » 12 » 9 $\frac{6}{20}$. 30
$\frac{2}{25}$ . . . . » 2 » 6 $\frac{66}{100}$. 66
$\frac{2}{25}$ . . . . » 2 » 6 $\frac{66}{100}$. 66

Costarán . . . 455080 ℔ 4 ʃ 11 $\frac{52}{100}$ 252 | 100
52 | 2 *diner.*

38304 *canas.*
á . . . . 7 por ciento.

2681 | 28 *canas.*
| 8
2 | 24 *palmos.*

2681 *canas*, 2 *pal.s* $\frac{24}{100}$

549. A 24 ℔ 13 ʃ el quintal de azucar, cuánto valen 38 botas, de peso cada una 12 quintales, 3 arrobas, 8 libras, pes catalan, siendo las taras por bota 3 arrobas, 21 libras?

1 *quintal*. . . 38 *botas*	
á . . . . 12 *quin.* 3 *arr.*ˢ 8 *lib.*	
456 *quintales*	1 *arroba* 38 *botas*
2 *arr.*ˢ . . . . 19 .	*á* . . . . . 3 *arr.*ˢ 21 *libras.*
1 " . . . . . 9 . 2 *arr.*ˢ	
2 *libras*. . . . . 0 . 2 " 24 *lib.*	114
6 " . . . . . . 2 . 0 " 20 "	13 *lib.* . . 19
De . . . 487 *quin.* 1 *arr.* 18 *lib.*	2 " . . . 2 *arr.*ˢ 24 *lib.*ˢ
quítense . 36 *quin.* 0 " 18 "	6 " . . . 8 " 20 "
1 *real*. . . 451 *quin.* 1 *arroba*	
á . . . . . 24 ₶ 13 ʃ	144 *arr.*ˢ 18 *lib.*ˢ
10824	
6 *r.*ˢ . . . 270 " 12 "	*Taras* . . 36 *q.*ˢ 0 *ar.* 18 *l.*ˢ
1 ʃ. . . . . 22 " 11 "	
1 *arrob*. . . . 6 " 3 " 3	
Valen . 11123 ₶ 6 ʃ 3	

550. Un confitero compró 28 sacos de arroz: cada saco pesó 12 arrobas $\frac{1}{2}$. Pregunto: costándole á 8 ₶ 15 " el quintal, cuánto le costó todo el arroz, siendo las taras por saco 3 ₶ 19 ʃ 6?

1 *arroba* . 28 *sacos.*	
á . . . . 12 *arr.*ˢ 13 *lib.*ˢ	
336	
13 *libras* . 14	1 *real* . . 28 *sacos.*
350 *arr.*ˢ	*á* . . . . 3 ₶ 19 ʃ 6
Cuarto . . 87 *quint*ˢ 2 *arr.*ˢ	84
á . . . . . 8 ₶ 15 ʃ	9 *reales* . 25 " 4 "
696	1 ʃ. . . . . 1 " 8 "
10 ʃ . . . 43 " 10 "	6 *dineros*. . . " 14 "
5 " . . . 21 " 15 "	
2 *arr.*ˢ . 4 " 7 " 6	*Taras*. . 111 ₶ 6 ʃ
De. . . . 765 " 12 " 6	
quítense. 111 " 6 "	
Le costó. 654 ₶ 6 ʃ 6	

551. A 6 pesos ½ la vara de cierta ropa, cuánto valen 8 piezas, de largo cada una 28 varas, 3 palmos, siendo las taras 2 varas, 1 palmo por pieza? Valen 1378 pesos, ó bien (prob. 328. pag. 84.) 1929 ₶ 4 ₰ barceloneses.

552. A 48 ₶ 11 ₰ 4 el quintal de pimienta, cuánto valen 16 sacos, de peso juntos 148 quintales, 2 arrobas, 15 libras, peso catalan, siendo las taras por saco 3 arrobas, 5 libras, 6 onzas? De la cantidad dada quítense los 12 quintales, 3 arrobas, 10 libras, que salen de taras; y multiplicando los 135 quintales, 3 arrobas, 5 libras que quedan por 48 ₶ 11 ₰ 4, se hallará que valen 6595 ₶ 5 ₰ 2 $\frac{5}{13}$.

553. A razon de 12 ₶ 9 ₰ la cana catalana ó mallorquina de cierta ropa, cuánto importan 24 piezas, de largo cada una 38 aunas ½, suponiendo la auna de 3 palmos ½ catalanes; y las taras por pieza 3 ₶ 6 ₰? Redúzcanse las piezas á aunas, las aunas á palmos, los palmos á canas; y multiplicadas las 404 canas, 2 palmos resultantes por las 12 ₶ 9 ₰, quítense las 79 ₶ 4 ₰ de taras de las 5032 ₶ 18 ₰ 3 que salieron, y se tendrá que dichas 24 piezas importan 4953 ₶ 14 ₰ 3 dineros de Cataluña ó de Mallorca.

554. Un comerciante compró 8645 quintales, 3 arrobas, 13 libras, peso mallorquin, de cierta mercaduria á razon de 46 ₶ 16 ₰ el quintal. Pídese, habiéndose de quitar 9 quintales de taras por ciento, cuánto habrá de pagar? Tomando (ev. pag. 153.) el 9 por ciento de la cantidad dada, salen 778 quintales, 13 libras $\frac{39}{100}$, que quitados de aquella cantidad, restan 7867 quintales, 2 arrobas, 25 libras $\frac{61}{100}$, cuales multiplicados por 46 ₶ 16 ₰, indicarán que el tal comerciante habrá de pagar 368210 ₶ 10 ₰ 5 $\frac{22}{25}$ avos.

555. Un confitero compró 348 quintales de cierta mercaduria á razon de 29 pesos, 6 reales plata, 8 cuartos el quintal; pero con la condicion que le habian de rebajar 6 pesos por ciento de taras. Pídese, cuánto hubo de pagar? Multiplicada la cantidad dada por los 29 pesos, 6 reales, 8 cuartos, y quitados del producto los 622 pesos, 3 reales, 14 cuartos $\frac{2}{25}$ avos de taras, se tendrá que hubo de pagar 9752 pesos, 2 reales de plata, 1 cuarto y 23. 25 avos de otro cuarto.

556. A razon de 38 reales, 16 dineros aragoneses la libra de canela, cuánto valen 8 quintales, 3 arrobas, 12 libras, 4 onzas ¾ peso limpio? Reducidos los 8 quintales, 3 arrobas á la especie de libras, multiplíquense las 1272 libras, 4 onzas ½, peso de Aragon, por 38 reales, 16 dineros, y se hallará que valen 48986 reales, 14 dineros jaqueses, ó bien 4898 ₶ 12 ₰ 14 dineros jaqueses.

557. Un comerciante compró en Cataluña 960 cuarteras, 8 cuartanes de trigo á 32 reales, 15 dineros la cuartera. Pagó de correduría á $\frac{1}{2}$ por ciento, y por otros gastos 18 tt 8 ß. Lo volvió á vender á 37 reales, 6 dineros la cuartera. Pregunto: cuánto le costaron, y cuánto ganó? Multiplíquense las cuarteras dadas por los 32 reales, 15 dineros, y sumado el producto 3134 tt 3 ß 6 con su medio por ciento, que (prob. 524. pag. 150.) es 15 tt 13 ß 5 $\frac{1}{100}$, y con las 18 tt 8 ß, se tendrá que costaron 3168 tt 4 ß 11 $\frac{1}{100}$. Vuélvanse á multiplicar las mismas cuarteras por 37 reales, 6 dineros, y quitadas del producto 3578 tt 9 ß 8 las 3168 tt 4 ß 11 $\frac{1}{100}$ que costaron, se tendrá que dicho comerciante ganó 410 tt 4 ß 8 $\frac{99}{100}$.

558. Otro comerciante compró en Barcelona 4648 cuarteras $\frac{1}{2}$ de trigo á razon de 56 reales, 8 dineros la cuartera. Lo volvió á vender á 54 reales, 9 dineros la cuartera. Pídese: cuánto perdió? Si de las 26186 tt 11 ß que costaron dichas cuarteras se quitan las 25276 tt 4 ß 4 $\frac{1}{2}$ que se sacaron, se hallará que el tal comerciante perdió 910 tt 6 ß 7 $\frac{1}{2}$.

559. Otro comerciante compró 458 quintales, 3 arrobas de cierta mercadúria en Mallorca, á razon de 13 tt 5 ß el quintal. Pagó de comision á 1 $\frac{1}{2}$ por ciento; de derechos á 10 por ciento; y por el transporte á 9 ß 8 por quintal. Pregúntase: habiéndola vendido á razon de 17 tt 9 ß el quintal, cuánto le costó todo, cuánto sacó, y cuánto ganó? Multiplíquense los quintales propuestos por 13 tt 5 ß, y del producto 6078 tt 8 ß 9 tómese (prob. 527. pag. 151.) en 1 $\frac{1}{2}$ por 100, y las 91 tt 3 ß 6 $\frac{3}{8}$, que saldrán, escríbanse debajo. Por el 10 por ciento de derechos tómese el deceno de dicho producto, y escríbanse mas abajo las 607 tt 16 ß 10 $\frac{5}{10}$ resultantes. Multiplíquense ahora los quintales espresados por los 9 ß 8 que costaron de transporte por quintal: y escritas mas abajo la 221 tt 14 ß 7 que salen, súmense las cuatro partidas, y se tendrá que le costó entre todo 6999 tt 3 ß 8 $\frac{7}{8}$. Multiplíquense otra vez los mismos quintales por 17 tt 9 ß, y se tendrá que de ellos sacó 8005 tt 3 ß 9, y quitando de esta cantidad la que costó, se hallará que el tal comerciante ganó 1006 tt 0 ß 0, y $\frac{1}{8}$ de dinero.

560. Juan compró 3476 cuartanes de aceite á 15 ß 3 el cuartan. Pagó de derechos á 5 dineros por libra de ardites; por el transporte 1 ß 2 por cuartan; en fin por otros gastos 16 tt 15 ß. Lo volvió á vender á 19 ß 7 el cuartan. Pídese: cuánto le costó, cuánto sacó de él, y cuánto ganó? Multiplíquense los 3476

cuartanes por 7 reales, 15 dineros = 15 ß 3: y multiplicando las 2650 tt 9 ß resultantes por 5 dineros, se tendrán 13252 dineros, $\frac{1}{4}$ = 55 tt 4 ß 4 $\frac{1}{4}$. Porque 1» 2 hacen 14 dineros, tómese (prob. 349. y 350. pag. 89.) el tercio de 3476 cuartanes por los 8 dineros, y el cuarto de los mismos cuartanes por los 6, y se hallarán en suma 202 tt 15 ß 4. Con estas tres partidas súmense las 16 tt 15 ß, y se tendrá que le costó 2925 tt 3 ß 8 $\frac{1}{4}$. Multiplíquense otra vez los 3476 cuartanes por 19 ß 7; y de las 3403 tt 11 ß 8, que sacó de dicho aceite, quítese lo que costó, y saldrán las 478 tt 7 ß 11 $\frac{3}{4}$ que ganó.

561. Pedro compró 1680 quintales, 3 arrobas, peso valenciano, de cierta mercaduria; á saber es 745 quintales, 1 arroba, á 6 tt 6 ß el quintal, y los restantes 935 quintales, 2 arrobas, á 4 tt 18 ß. Pagó de comision á 1 $\frac{1}{2}$ por ciento; de derechos á 4 por ciento, y por otros gastos 68 tt 12 ß. Volvió á vender toda la mercaduría espresada á 7 tt 10 ß el quintal. Pregunto: cuánto ganó? Multiplíquense 745 quintales, 1 arroba por 6 tt 6 ß, y saldrán 4695 tt 1 ß 6. Multiplíquense los 935 quintales, 2 arrobas por 4 tt 18 ß, y sumado su producto 4583 tt 19 ß con el otro, saldrán 9279 tt 0 ß 6. De esta suma tómese el 1 y $\frac{1}{2}$ por ciento, y tambien el 4 por ciento, y las 139 tt 3 ß 8 $\frac{49}{100}$, y 371 tt 3 ß 2 $\frac{16}{25}$, que salieron, añádanse á aquella suma con las 68 tt 12 ß de otros gastos, y saldrán 9857 tt 19 ß 5 $\frac{13}{100}$. Multiplíquense ahora los 1680 quintales, 3 arrobas por 7 tt 10 ß, y del producto 12605 tt 12 ß 6 quítese la otra suma inmediata, y se hallará que Pedro ganó 2747 tt 13 ß 0 $\frac{87}{100}$.

562. Un comerciante compró 583 quintales, 3 arrobas, 7 libras, peso catalan, de cierta mercaduria á 11 tt 6 ß el quintal. Pagó de derechos á 2 ß por libra de ardites: de comision á 2 tt $\frac{1}{4}$ por ciento: por otros gastos 29 tt 15 ß; y por el transporte á 8 ß 9 por quintal. La volvió á vender á razon de 4 ß 1 la libra. Pídese: cuánto le costó todo, y cuánto ganó? Multiplicados los quintales propuestos por 11 tt 6 ß, sale 6597 tt 2 ß 8 $\frac{7}{13}$, cuya suma multiplicada por 2 ß da 659 tt 14 ß 3 $\frac{33}{130}$, y la misma suma á 2 tt 5 ß por ciento, da 148 tt 8 ß 8 $\frac{2767}{5200}$. Sumando con estas tres partidas las 29 tt 15 ß de gastos, y las 255 tt 8 ß 4 $\frac{25}{104}$ que salieron, multiplicando dichos quintales por 8 ß 9, se tendrá que entre todo costó 7690 tt 9 ß 1, y 737. 5200 avos. Redúzcanse los 583 quintales, 3 arrobas, 7 libras (xxxi. pag. 26.) á libras, y las 60717 libras multiplíquense por 4 ß 1, y de las 12396 tt 7 ß 9, que saldrán, quítense las 7690 tt 9 ß 1 $\frac{737}{5200}$ avos, que ha-

llamos, y se tendrá que él tal comerciante ganó 4705 tt 18 ß 7, y 4463. 5200 avos.

CVII
DEL PARTIR NÚMEROS DENOMINADOS.

La regla de partir números denominados, ó compuesto, se divide en tres especies. La primera és; cuando el dividendo consta de várias especies, y el divisor solamente de una. La segunda, cuando el dividendo consta de una sola especie; pero el divisor de muchas. La tercera, cuando no solo el dividendo, sino tambien el divisor, constan de várias especies.

CVIII.
Primera especie.

Lo 1°. Escrito el dividendo á la izquierda, y el divisor á la derecha, pártase la especie superior del dividendo por el número que fuese divisor.

Lo 2°. Si de la especie primera ó superior sobráre algo, redúzcase á la segunda, y sumada esta con el producto, pártase el agregado por el mismo divisor.

Lo 3°. Si de esta segunda especie sobráre algo, redúzcase á la tercera, y sumada esta con el producto, pártase el agregado por el mismo divisor.

Lo 4°. Continúese de esta suerte hasta á la última especie, y se hallará el cociente que se pidiere; v. gr.

563. Pártanse 985 tt 16 ß 9 por 46 hombres.

```
9 8 5 tt 1 6 ß 9  | 4 6 . hombres.
  6 5             | 2 1 tt 8 ß 7 ½
  1 9 tt
  2 0 ß
-------
3 9 6
  2 8 ß
  1 2 din.s
-------
3 4 5
  2 3 din.s
```

Examen.

```
1 real.. 46 hombres
á...21 tt 8 ß 7 ½
-----------------
966
4 real.. 18 » 8 »
6 diner.. 1 » 3 »
1 din. ½ . 0 » 5 » 9
-----------------
985 tt 16 ß 9
```

Partiendo 985 tt por 46 les cabe á 21 tt, y sobran 19, cuales reducidas á sueldos hacen, con los 16 ß de la derecha, 396 ß, que partidos entre 46 les cabe á 8 ß, y sobran 28 ß, cuales trasladados á dineros suben, con los 9 que siguen á la derecha, á 345 dineros, que divididos por el mismo 46 dan 7 dineros, y sobran 23, que siendo la mitad

del divisor 46, equivalen á medio dinero por cada hombre de los 46; y así dígase, que dividiendo 985 tt 16 ʒ 9 entre 46 hombres cada uno ha de haber 21 tt 8 ʒ 7 dineros $\frac{1}{2}$. Y es así, porque multiplicando el divisor por el cociente, sale con exactitud el dividendo, como se echa de ver por el examen practicado.

564. Pedro compró 347 cuarteras de trigo por 2125 tt 7 ʒ 6. Pídese: á cuánto le vino la cuartera? Le vino á 6 tt 2 ʒ 6. Esta regla puedes examinarla como la antecedente.

565. Un mercader por 548 quintales de algarrobas entregó 10346 reales, 15 maravedís de vellon castellano. Decidme si cada quintal le costó 18 reales, 29 maravedís $\frac{511}{548}$ avos de otro maravedí vellon. Así es, porque multiplicando los 548 quintales dados por los 18 reales, 29 maravedís, que salen por cociente, y añadiendo los 15 reales, 1 maravedí, que componen los 511 maravedís, que sobraron al último de la particion, sale con puntualidad el dividendo.

566. El comerciante que vendió 126 arrobas de abadejo por 348 pesos, 3 reales de plata, 8 cuartos; de cada arroba sacó 2 pesos, 6 reales, 1 cuarto 61. 63 avos de otro cuarto; pues multiplicando las 126 arrobas propuestas por 2 pesos, 6 reales, 1 cuarto, y añadiendo al producto los 7 reales plata, 1 cuarto, que componen los 122 cuartos sobrantes, saldrá con exactitud el dividendo.

567. Compré 5 relojes de igual valor cada uno por 1193 tt 18 ʒ 9. Quiero despachar los cuatro sin ganancia, ni pérdida alguna. Pregunto: cuánto pediré de cada uno? De lo que costaron todos tómese el quinto, y se hallará que de cada relox he de pedir 238 tt 15 ʒ 9.

568. Compré 24 canas de tafetan por 111 tt 4 ʒ. A cuánto me viene la cana? Tómese (XLIII. pag. 42.) el cuarto, y de este el sexto, y se hallará que me viene á 4 tt 12 ʒ 8 la cana.

569. Un señor tiene 325 pesos, 8 reales vellon de renta anual. Pregúntase: cuánta renta diaria tiene? El año consta de 365 dias, y el peso de 15 reales, 2 maravedís; y así dígase, que el tal señor cada dia tiene 13 reales, 14 maravedís $\frac{232}{365}$ avos de maravedí vellon. Para examinar esta resolucion, multiplica los 365 dias por los 13 reales, 14 maravedís de vellon, y añade al último los 6 reales, 28 maravedís, que resultan de los 234 maravedís, que sobraron, y tendrás 4902 reales, 4 maravedís de vellon, cuales partidos por los 512 maravedís de vellon, que encierra 1 peso, da-

rán cabalmente el dividendo. Si se hubiese contado el peso de 15 reales de vellon solamente, el tal señor cada dia tendria 13 reales, 12 maravedís 312. 365 avos de otro maravedí vellon.

570. El cochino de 89 libras, que costó 36 ℔ 17 ß 8, viene á 8 ß 3 $\frac{41}{89}$ avos la libra, si la moneda es valenciana, catalana ó mallorquina: pero si es aragonesa, viene á 8 sueldos, 4 dineros 52. 89 avos de otro dinero jaqués.

CIX.

Segunda especie.

1°. Escrito el dividendo á la izquierda, y el divisor á la derecha, auméntese ó redúzcase este á la especie mas inferior ó última, y por la misma medida, que se aumentó el divisor, auméntese el dividendo, si fuere menester; advirtiendo que toda y cualquier especie inferior es quebrado de su superior, y que cualquier quebrado, que se multiplique por su denominador, da tantos enteros como unidades tiene su numerador.

Lo 2° Pártase el dividendo por el divisor aumentado á su proporcion, y el cociente que saliere indicará lo que se pide; v. gr.

571. Un tendero empleó 2964 pesos en 238 canas, 7 palmos $\frac{3}{4}$, medida catalana ó mallorquina, de cierta ropa. Pídese: cuánto le costó cada cana?

2964 *pesos.*		238 *canas*, 7 *palmos*, $\frac{3}{4}$	
8		8	
23712		1911	
4		4	
94848		7647	
18378		12 *pesos*, 6 *r.*ˢ 2 *m.*ˢ $\frac{3726}{7647}$.	
3084			
15 *real.*ˢ 2 *mar. vn.*			
46260			
181 *real.*ˢ 14 *mar. vn.*			
46441 *real.*ˢ 14 *mar. vn.*			
559	3 7. 2. 6.	8×4=32	
34	5 2	116 *m.*ˢ $\frac{7}{16}$	34
19020	2 0 6	14	3 *r* 14 *m.* $\frac{7}{16}$.
3726	1 4		

Porque el divisor se ha puesto 32 veces, multiplicándolo por 8, y el producto por 4; multiplíquese tambien el dividendo por el mismo 8, y el producto por 4, y se tendrán dos cantidades tales que (XXXIX. pág. 40.) darán el mismo cociente; y así pártase 94848 por 7647, y saldrán 12 pesos por cociente, y sobrarán 3084 pesos, que transformados (XXIV. ó L. pág. 21. y 48.) á reales vellon, producen 46441 reales, 14 maravedís, cuales partidos por el mismo divisor, les cabe 6 reales vellon, y sobran 559 reales, 14 maravedís, que trasladados á la especie inferior, producen 19020 maravedís, cuales partidos por el mismo divisor, dan 2 maravedís, y 3726. 7647 avos de maravedí. Respóndase, pues, que cada cana le costó 12 pesos, 6 reales, 2 maravedís $\frac{1242}{2549}$ avos vellon. Dijimos (XLVIII. pág. 46.) que la prueba del partir es multiplicar; y así la presente regla puede examinarse multiplicando (XCIX. pág. 127.) 238 canas, 7 palmos $\frac{3}{4}$ por 12 pesos, 6 reales, 2 maravedís vellon; y si añadiendo los 3 reales, 14 maravedís $\frac{7}{16}$, que componen las 3726 octavas cuartas partes de maravedí, que sobraron al último de la particion, salen puntualmente los 2964 pesos que se emplearon, estará exacta la operacion. Si se hubiese contado el peso de 15 reales de vellon cabales, se diria que cada cana le costó 12 pesos, 6 reales, 1 maravedí 5205. 7647 avos de otro maravedí de vellon. Sabrás si has padecido equivocacion, multiplicando las 238 canas, 7 palmos, 3 cuartos de otro palmo dados por los 12 pesos, 6 reales, maravedí de vellon castellano, que salieron por cociente: pero añadiendo para el producto total los 4 reales, 26 maravedís 21. 32 avos que compone el número 5205, que sobró al último de la particion. Que este número 5205 componga los 4 reales, 26 maravedís 21. 32 avos de vellon espresados, puede entenderse con facilidad. Es indubitable que para trasladar los pesos, que sobraron, á reales de vellon, solo ha de multiplicarse por 15, y que para transvertir los reales de vellon á maravedís, han de multiplicarse solamente por 34: es así que el dividendo se multiplicó anteriormente por 8, y el producto por 4, cuyas multiplicaciones en el caso son extraordinarias, y solo sirven para aumentar el dividendo por la misma medida que se aumentó el divisor, á fin de que salga el cociente que se pide: luego para indagar los maravedís que encierra el número 5205, que sobró al último de la particion, será preciso rebajarlo por la misma medida que se aumentó; esto es, partiéndolo por 8, y el cociente por 4, ó bien partiéndolo por 32. Practicada esta particion,

se tendrá que el referido número 5205 solo encierra 162 maravedís 21. 32 ávos, cuyo número partido por 34 da los 4 reales, 26 maravedís 21. 32 avos sobredichos. Y para mejor entenderlo, mírense con atencion los dos egemplos siguientes.

1 *marav.* . .	238 *canas,*	7 *palmos* $\frac{3}{4}$			
1 *cana*	12 *pesos,*	6 *real.*	2 *m.s*		
	2856				
206 *marav.* . . .	95 *pes.*	11 *real.*	14 *m.s*		
4 *palmos*	6 »	3 »	1 »		
2 »	3 »	1 »	17 »	$\frac{1}{2}$	8
1 »	1 »	8 »	9 »	$\frac{3}{4}$	12
$\frac{3}{4}$ »	»	11 »	22 »	$\frac{7}{8}$	14
$\frac{1}{4}$ »	»	5 »	28 »	$\frac{7}{16}$	7
Sobras	»	3 »	14 »	$\frac{7}{16}$	7
	2964 *pes.*	Ø *real.*	6 *m.s*	$\frac{0}{16}$	48 Ø (16 / 3)

238 *canas.*
206 *mar.s*
4902.8. *m.* (512 / 95)
2948
388 (34 / 11 *r.*)
48
14

1 *peso* . . .	2 3 8 *canas,*	7 *palmos* $\frac{3}{4}$			
1 *cana*	1 2 *pesos,*	6 *reales,*	1 *maravedí.*		
	2 8 5 6				
5 *reales*	7 9 *pesos,*	5 *reales.*			
1 » . . .	1 5 »	1 3 »			
1 *marav.*	0 »	7 »			
4 *palmos*	6 »	3 »	0 *marav.s*	$\frac{1}{2}$	16
2 »	3 »	1 »	1 7 »	$\frac{1}{4}$	8
1 »	1 »	8 »	8 »	$\frac{5}{8}$	20
$\frac{3}{4}$ »	»	1 1 »	2 1 »	$\frac{5}{16}$	10
$\frac{1}{4}$ »	»	5 »	2 7 »	$\frac{21}{32}$	21
Sobras	»	4 »	2 6 »	$\frac{21}{32}$	21
	2 9 6 4 *pesos,*	Ø *reales,*	Ø *marav.s*	$\frac{0}{32}$	96 Ø (32 / 3)

572. Un mesonero compró 24 cargas, 3 barriloes de vino por 198 ℔ 9. Pídese: á cuánto le vino la carga? Le vino á 8 ℔ 9.

573. Si 875 cargas, 2 quintales de carbon costaron 1740 libras de ardites, cada carga costó 19 reales, 20 dineros $\frac{2348}{2627}$ avos. A las 1740 libras se pospuso un cero; y se tuvieron 17400 reales de ardites. Se triplicó despues el dividendo y el divisor, y he-

cha la particion sobró el número 2348, cuyo tercio nos da á entender que sobraron 782 dineros, 2 tercios, ó bien 3 tt 5 ℔ 2 $\frac{2}{3}$, cuyas sobras podrán añadirse al úlimo del examen, y con esto saldrá el dividendo, caso que no se haya padecido equivocacion.

574. El que compra 26 libras, 8 onzas de canela por 78 tt ℔; cada libra le cuesta 29 reales, 6 dineros.

575. Habiendo Pablo vendido 245 cuarteras, 9 cuartanes de trigo por 1268 tt ℔, halló que de cada cuartera habia sacado 5 tt 3 ℔ 2 $\frac{978}{2949}$ avos. Y es cierto, porque multiplicando las 245 cuarteras, 9 cuartanes por 5 tt 3 ℔ 2, y añadiendo los 6 ℔ 9 $\frac{1}{2}$, que importa el número 978, que sobró al último de la particion, sale puntual el dividendo.

576. De 89 canas, 5 palmos de cierta ropa pretendo sacar 1184 tt ℔. Cuánto pediré de cada cana? Pediré 13 tt 4 ℔ 2 $\frac{390}{717}$ avos, y no mas, ni menos, porque multiplicando las 89 canas, 5 palmos dados por 13 tt 4 ℔ 2, y añadiendo los 4 sueldos y 6 octavos de dinero, que comprehende el número 390, que sobró al fin de la particion, sale con exactitud el dividendo.

577. 148 varas, 2 palmo $\frac{3}{4}$ de cierta ropa costaron 1847 pesos. Pídese: cuánto costó un palmo? Costó 3 pesos, 13 cuartos, 2 maravedís 46. 2379 avos de maravedí vellon. Para examinarlo, multiplica 593 palmos, 3 cuartos por 3 pesos, 13 cuartos, 2 maravedís, y añade al último los 11 maravedís, 2 cuartos de otro, que importa el 46 que sobró al último de la particion. El dividendo solo se cuadruplicó, porque del divisor solo se cuadruplicaron los 594 palmos, 3 cuartos, que produjeron las 148 varas, 2 palmos, 3 cuartos dados.

578. Compré 846 quintales $\frac{1}{2}$ de arroz por 8864 tt ℔. Pídese: á cuánto venderé la libra para ganar (prob. 126. pag. 41) 490 tt? La venderé á 2 ℔ 1 $\frac{44060}{84610}$ avos.

579. Pedro ha de vender 154 cuarteras, 4 cuartanes de cierta mercaduria, que compró por 467 tt ℔; y quiere ganar (prob. 125. pag. 42.) 8 dineros por cuartan. Pregúntase: á cuánto venderá la cuartera? A 3 tt 8 ℔ 6 $\frac{102}{463}$.

CX.

Tercera especie.

Lo 1°. Escrito el dividendo á la izquierda, y el divisor á la derecha, auméntese ó redúzcase el divisor á la última especie, y tambien el dividendo si fuere menester.

Lo 2.º Pártase el dividendo por el número que saliere por divisor, y el cociente será guia para responder á lo que se pidie-e; v. gr.

580. Pídese: cuánto costó cada arroba de seda, suponiendo ue 124 arrobas, 9 libras, peso catalan, costaron 11897 tt 12 ß?

11897 tt 12 ß		124 *arrobas*, 9 *libras.*
26		26
309337 » 12 »		3233 *arrobas.*
18367		95 tt 13 ß 7 $\frac{1645}{3233}$
2202		
20		
44052	1645	26
11722	85	63 *din.s* $\frac{7}{26}$ = 5 ß 3 $\frac{7}{26}$.
2023	7	3
12		
24276		
1645		

Porque el divisor se multiplicó por 26, multiplíquese tambien el dividendo por 26, y se hallará (XXXIX. pág. 40.) que cada arroba costó 95 tt 13 ß 7 dineros, y $\frac{1645}{3233}$ avos. Y es así, porque (XLVIII. pág. 46.) multiplicando 124 arrobas, 9 libras por 95 tt 13 ß 7, y añadiendo los 5 ß 3 $\frac{7}{26}$, que equivalen á las 1645 veinteseisenas partes de dinero, que sobraron, sale un producto igual al primitivo dividendo, como lo da á entender con evidencia el egemplo que aquí parece figurado.

1 *real* ...	124 *arrobas*, 9 *libras*			
1 *arroba* ...	95 tt	13 ß	7	
	11780 »			
6 *reales* ...	74 »	8 »		
1 ß	6 »	4 »		26
6 *dineros* ...	3 »	2 »		
1 » ...	0 »	10 »	4	
2 *libras*	7 »	7 »	2 ..	10
6 » ...	22 »	1 »	7 ...	4
1 » ...	3 »	13 »	7 ...	5
Sobras	0 »	5 »	3 ...	7
	11897 tt	12 ß	0	0

581. Si 26 quintales, 2 arrobas, peso catalan, de cierta mercadúria costáron 1309 tt 2 ß; cada libra costó 9 ß 6, y cada quintal 49 tt 8 ß. Y es así, porque multiplicando las 104 libras de

1 quintal por 9 ß 6, y con el producto 49 tt 8 ß los 26 quintales, 2 arrobas dadas, sale puntual el dividendo.

582. 84 libras, 5 onzas de canela, peso valenciano, mallorquin ó catalan, costaron con los gastos 369 tt 6 ß 5 $\frac{1}{2}$: luego cada libra costó 4 tt 7 ß 6, y cada onza 7 ß 3 $\frac{1}{2}$.

583. Una pieza de cierta ropa, de largo 24 canas, 6 palmos, con los derechos costó 643 tt 13 ß 4. Pídese: cuánto costó cada cana? Costó 26 tt 0 ß 1 $\frac{122}{198}$.

584. De 46 quintales, 3 arrobas, 3 libras, peso catalan, se han de sacar 323 tt 2 ß 4. Pídese: á cuánto saldrá el quintal, á cuánto la arroba, y á cuánto la libra? La libra saldrá á 15 dineros $\frac{4573}{4865}$, la arroba á 17 reales, 6 dineros $\frac{2138}{4865}$, y el quintal á 6 tt 18 ß 1 $\frac{3687}{4865}$. Y es cierto, porque multiplicando las 4865 libras por los 15 dineros, que salieron por libra; las 187 arrobas, 3 libras por los 17 reales, 6 dineros, que salieron por arroba; los 46 quintales, 3 arrobas 3 libras por las 6 tt 18 ß 1, que salieron por quintal, y añadiéndo para el producto de la primera regla las 19 tt 1 ß 1, que componen los 4573 dineros, que sobraron al último de la particion: para el de la segunda los 3 reales, 10 dineros, 3 trecenos, que importan las 2138 veinteiseisenas partes de dinero que sobraron; y para el de la tercera los 2 sueldos, 11 dineros 47. 104 avos de otro dinero, que encierran las 3687 veinteiseisenas cuartas partes de dinero, que sobraron al último, saldrán tres productos, iguales todos al dividendo.

585. Un cochino de 112 y $\frac{2}{3}$ costó 55 tt 7 ß 10 $\frac{2}{3}$. Pídese: á cuánto viene libra? Viene á 9 ß 10.

586. Un confitero quiere emplear 894 tt 15 ß en pimienta, cuyo quintal vale 41 tt 8 ß. Pídese: cuánta pimienta comprará? Comprará (XXXVIII. pag. 38) 21 quintales, 2 arrobas, 11 libras, 8 onzas $\frac{4}{23}$.

587. Un comerciante compró no se sabe cuantos quintales de abadejo; pero sí que le vino á 12 tt 14 ß el quintal; que lo volvió á vender á 15 tt 6 ß el quintal, y que ganó 836 tt 18 ß. Esto supuesto, pregunto: cuántos quintales de abadejo compró? De 15 tt 6 ß quítense 12 tt 14 ß; y se tendrá que por cada quintal se ganaron 2 tt 12 ß; y así partiendo por esta ganancia las 836 tt 18 ß, se hallará (XXXVIII. pag. 38.) que el tal comerciante compró 321 quintales, 3 arrobas, 14 libras. Para examinar esta regla quítese el producto 4087 tt 18 ß 8 $\frac{4}{13}$, que salió multiplicando los 321 quintales, 3 arrobas, 14 libras por 12 tt 14 ß.

del producto 4924 tt 16 ℔ 8 $\frac{4}{13}$, que salió multiplicando los mismos quintales por 15 tt 6 ℔; y saliendo exactamente la ganancia total 836 tt 18 ℔ por diferencia, dígase que no se padeció equivocacion.

588. Otro comerciante se halla con 12645 tt 8 ℔ de una partida de 3863 cuarteras, 8 cuartanes de trigo, que va vendiendo á 6 tt 4 ℔ la cuartera. Pídese: cuántas cuarteras de trigo ha vendido, y cuántas le quedan para vender? Redúzcanse las 12645 tt 8 ℔ del dividendo, y luego las 6 tt 4 ℔ del divisor á la especie de sueldos: y hecha la particion, se tendrá que el espresado comerciante ha vendido 2039 cuarteras, 6 cuartanes $\frac{30}{31}$ avos: y quitando estas de las arriba dichas, se hallará que le quedan 1824 cuarteras, 1 cuartan $\frac{1}{31}$ avos para vender. Para examinar esta regla multiplica las 2039 cuarteras, 6 cuartanes del cociente por las 6 tt 4 ℔ del divisor, y para el producto total añade los 10 ℔ que resultan del número 120 que sobró al último de la particion; y si te sale con exactitud el dividendo, no habrás padecido equivocacion.

589. Un tendero de Barcelona compró 235 canas de paño por 2553 tt 15 ℔; y hallándose sin mas dinero, le fue preciso pagar los derechos con paño. Pregunto: habiendo de pagar á razon de 2 ℔ por libra de ardites, cuántas canas de paño habrá de entregar por cabal satisfaccion de los derechos? Pártanse las 2553 tt 15 ℔ por las 235 canas, y se hallará que una cana cuesta 10 tt 17 ℔ 4 dineros $\frac{4}{47}$ avos. Las 2553 tt 15 ℔, á razon de 2 ℔ por libra, producen 5107 ℔ 6 por los derechos, cuya cantidad, dividida por la que hallamos costar una cana, indicará que el referido tendero habrá de entregar 23 canas, 4 palmos por cabal satisfaccion de los derechos. Parece que no se han de entregar tantas canas, porque aunque es verdad que partiendo las 2553 tt 15 ℔ por las 235 canas, sale que entonces costaba 10 libras, 17 sueldos, 4 dineros 4 47 avos de dinero cada cana; no obstante ahora á causa de los derechos, cada cana de las que se entregan, por cabal satisfaccion de los derechos, vale aun 2 sueldos mas por libra de su primitivo coste: luego para formar el divisor será preciso que á las 10 tt 17 ℔ 4 $\frac{4}{47}$ avos, que importaba cada cana, se añadan 2 sueldos mas por libra de su importe; esto es: 21 sueldos, 8 dineros 38. 47 avos de otro dinero, y se tendrá por divisor 11 tt 19 ℔ 0 $\frac{2}{47}$ avos de dinero. Pártanse ahora por este divisor aquellos mismos 5107 ℔ 6, ó bien 255 tt 7 ℔ 6, y se hallará que con solas 21 canas, 2 palmos, 3 cuartos, 7 oncenos de otro cuarto habrá satisfecho con exactitud.

Puedes examinar la primera regla de partir, multiplicando las 235 canas por 10 ℔ 17 ʃ 4; pero añadiendo para el producto total los 20 dineros, que sobraron al último de la particion: la segunda multiplicando las 23 canas, 4 palmos, que salieron, para pagar los derechos, por las 10 libras, 17 sueldos, 4 dineros 4. 17 avos de dinero; y la tercera multiplicando las 21 canas, 2 palmos, 3 cuartos, 7 oncenos, que parecen bastantes para cabal satisfaccion de los referidos derechos, por 11 libras, 19 sueldos 42. 47 avos de dinero: y si en la primera salen las 2553 ℔ 15 ʃ del primer dividendo, y en la segunda y tercera las 255 ℔ 7 ʃ 6, que importan los derechos, se habrá practicado la resolucion con exactitud.

590. Pedro empleó 2468 ℔ ʃ en 83 quintales, 2 arrobas de cierta mercaduria. Pídese: á cuánto volverá á vender el quintal para ganar á razon de 10 por ciento? Las 2468 ℔ ʃ súmense con su décimo, y se tendrán 2714 ℔ 16 ʃ por dividendo, cuyo cuádruplo, dividido por el cuádruplo de la mercaduria propuesta, dará á entender que Pedro volverá á vender el quintal á razon de 32 ℔ 10 ʃ 3 $\frac{6}{334}$, sea en moneda valenciana, mallorquina ó catalana; pero siendo jaquesa ó aragonesa lo volverá á vender á 32 libras, 10 sueldos, 4 dineros 4. 167 avos, como puedes examinarlo multiplicando los 83 quintales, 2 arrobas, primero por 32 ℔ 10 ʃ 3, añadiendo para el producto el 1 dinero y medio, que sobró: y despues los mismos por 32 ℔ 10 ʃ 4, añadiendo los 2 dineros jaqueses que sobraron al último de la particion. Acuérdate que el sueldo de Aragon se compone de 16 dineros.

591. A un comerciante de Barcelona le vinieron 638 cuarteras de judias, que á mas de las 1786 ℔ 8 ʃ de compra, le costaron 164 ℔ 5 ʃ por el transporte, y 43 ℔ 9 ʃ por otros gastos. Pregunto: habiendo hallado en esta capital á razon de 6 cuarteras de aumento por 100, á cuánto le viene la cuartera? Sumando 1786 ℔ 8 ʃ con 164 ℔ 5 ʃ, y 43 ℔ 9 ʃ, se tendrá el dividendo 1994 ℔ 2 ʃ; y sumando las 638 cuarteras con su 6 por ciento, se tendrá el divisor 676 cuarteras, 3 cuartanes $\frac{9}{25}$, cuyo cociente manifestará que la cuartera le vino á 29 reales, 11 dineros y 11351. 16907 avos. Esta regla se examinará multiplicando el divisor 676 cuarteras, 3 cuartanes, 9 veintecinquenos por el cociente 58 ʃ 11, ó bien por 29 reales, 11 dineros; pero añadiendo para el producto los 37 sueldos, 10 dineros 12. 300 avos, ó bien 18 reales, 22 dineros $\frac{12}{300}$ avos, que salen de los 454 dineros, 12 trecenos, que compone el número 136212, que sobró al último de la particion,

que debe reducirse á dineros, partiéndolo por los mismos números que se aumentó extraordinariamente, esto es por 25, y el cociente por 12, ó bien por su producto 300.

592. Manuel compró una pieza de cierta ropa por 345 tt 16 §, de la cual favoreció á un amigo suyo de la cuarta parte, y 6 canas mas, cuyo importe, en resumidas cuentas, es 184 tt 5 §. Pídese: cuántas canas de largo tenia la pieza; cuántas entregó Manuel á su amigo; cuántas le quedaron, y á cuánto le vino la cana? De las 345 tt 16 §, que costó toda la pieza, tómese el cuarto, y se hallará que la cuarta parte de la pieza importa 86 tt 9 §. De las 184 tt 5 §, que importa la cuarta parte de la pieza, con las 6 canas mas, quítense aquellas 86 tt 9 §, y saldrá que las referidas 6 canas valen 97 tt 16 §, cuya cantidad, dividida por las mismas 6 canas, manifiesta que cada cana le vino á 16 tt 6 §. Pártase ahora el importe de toda la pieza por el valor de una cana, y saldrá que la tal pieza (XXXVIII. pag. 38.) tenia 21 canas, 1 palmo, 2 cuartos, y 284. 326 avos de largo. De estas canas, que tenia de largo la pieza, tómese el cuarto; y añadiendo 6 canas mas, se tendrá que Manuel entregó 11 canas, 2 palmos, 1 cuarto $\frac{234}{328}$ avos á su amigo, cuales quitadas de las que tenia de largo toda la pieza, darán á entender que á dicho Manuel le quedaron 9 canas, 7 palmos, 1 cuarto $\frac{50}{328}$ avos. Multiplíquense en fin las 21 canas, 1 palmo, 2 cuartos, que tenia de largo la pieza, por 16 tt 6 §, y añádanse para el producto los 8 sueldos, 10 dineros y medio, que incluye el número 284, que sobró al último de la *segunda* regla de partir, y se verá si se resolvió con exactitud.

593. Un tendero compró una pieza de tafetan azul en Barcelona, á razon de 48 tt 18 § por cada 6 canas, y despues la volvió á vender á razon de 39 tt 16 § cada 4 canas. Pregunto: hallándose con 51 tt. 15 § de ganancia, cuánto ganó por cana? Pregunto aun mas: cuánto le costó cada cana; á cuánto la volvió á vender; cuántas tenia de largo la pieza; cuánto le costó, y cuánto sacó de toda la pieza? Hemos dicho que el tendero compró 6 canas por 48 tt 18 §: luego tomando el sexto, se tendrá que cada cana le costó 8 tt 3 §. Si de 4 canas sacó 39 tt 16 §, tómese el cuarto, y se tendrá que cada cana la volvió á vender á 9 tt 19 §. De 9 tt 19 § quítense 8 tt 3 §, y se hallará que por cana ganó 1 tt 16 §: y partiendo por esta ganancia la ganancia total, que es 51 tt 15 §, se tendrá que la pieza tenia 28 canas, 6 palmos de largo, cuyas canas, multiplicadas por 8 tt 3 §, indicarán que toda

la pieza le costó 234 tt 6 ß 3; y multiplicadas por 9 tt 19 ß, se tendrá que de dicha pieza sacó 286 tt 1 ß 3. Para examinar esta regla multiplíquense las 28 canas, 6 palmos, que tenia de largo la pieza, por la 1 tt 16 ß, ó por 18 reales de ardites, que se ganaron por cana, y despues quítense las 234 tt 6 ß 3, que costó la pieza, de las 286 tt 1 ß 3, que de ella se sacaron: y si en ambos casos salen las 51 tt 15 ß, que se ganaron con toda la pieza, no se habrá padecido equivocacion.

594. El mismo tendero quiere emplear 4865 tt 15 ß en paño, que la cana vale 8 tt 18 ß, y en otra especie de ropa, cuya cana importa 12 tt 6 ß. Pregunto: queriendo igual número de canas de cada especie, cuántas se le entregarán de cada una? Pártanse 4865 tt 15 ß por la suma de 8 tt 18 ß, y 12 tt 6 ß, y el cociente manifestará, que de cada especie se le entregarán 229 canas, 4 palmos $\frac{7}{53}$ avos de palmo. Multiplica ahora las 229 canas, 4 palmos de paño por las 8 tt 18 ß, que vale cada cana, y luego las 229 canas, 4 palmos de la otra especie de ropa por las 12 tt 6 ß, que importa cada cana: y si añadiendo á la suma de ambos productos los 7 sueldos, que equivalen al número 56, que sobró al fin de la particion, dirás que está bien resuelta la regla.

595. Un comerciante de Barcelona compró trigo terrestre y marino por igual número de cuarteras. El terrestre le costó á 58 reales, 16 dineros la cuartera, y el marino á 49 reales, 8 dineros. Pregunto: importando todo 5438 tt ß, cuántas cuarteras compró de cada calidad; cuánto le costó el terrestre, y cuánto el marino? Partiendo 54380 reales de ardites, que equivalen á las referidas 5438 tt ß, por la suma de 58 reales, 16 dineros, y 49 reales, 8 dineros, se hallará que compró 503 cuarteras, 6 cuartanes $\frac{2}{3}$ de trigo de cada calidad, cuyo cociente, multiplicado por 58 reales, 16 dineros, indicará que el trigo terrestre le costó 2953 tt 19 ß 6 y $\frac{2}{27}$; y multiplicado por 49 reales, 8 dineros, dará á entender que el marino le costó 2484 tt 0 ß 5 $\frac{23}{27}$ avos, cuya suma si sale igual á la partida de libras dada, dirás que está exacta la operacion.

596. Un confitero quiere comprar azucar y arroz por igual número de quintales. Cada quintal de azucar le costará 25 tt 18 ß, y cada quintal de arroz 6 tt 2 ß. Pídese: queriendo emplear en dichas mercadurias 1450 tt ß, cuántos quintales comprará de cada especie? Pídese aun mas: cuánto le costará el azucar; cuánto el arroz, y cuánto habrá de sacar de cada una de estas especies pa-

ra ganar á razon de 10 por 100? Comprará 45 quintales, 1 arroba, 6 libras $\frac{1}{2}$ de cada especie. El azucar le costará 1173 tt 11 ß 10 $\frac{25}{32}$ avos, cuya cantidad con su décimo indicará que de él ha de sacar 1290 tt 19 ß 0 $\frac{15}{20}$ para ganar á 10 por 100. El arroz le costará 276 tt 8 ß 1 $\frac{1}{2}$, y de él habrá de sacar 304 tt 0 ß 11 $\frac{1}{4}$. Esta regla puede examinarse de varias maneras: sumando, pues, los dos productos sale puntual el dividendo. Asimismo si de la suma de 1290 tt 19 ß 0 $\frac{15}{20}$, y 304 tt 0 ß 11 $\frac{5}{20}$, esto és de 1595 tt ß, se quita la suma de 117 tt 7 ß 2 $\frac{5}{20}$, y 27 tt 12 ß 9 $\frac{15}{20}$, esto es 145 tt ß, se tendrán las 1450 tt, que quiere emplear el confitero. Por último, si de la suma de 1595 tt ß se quita el dividendo 1450 tt, saldrá la ganancia 145 tt ß, que es el décimo de dicho dividendo.

597. Juan compró dos cochinos por 64 tt 17 ß. El uno pesó 11 arrobas; 6 libras, y el otro 9 arrobas, 23 libras. Pregunto: á cuánto le vino la libra; cuánto le costó cada uno, y por cuánto los volverá á vender para ganar el décimo del precio que le costaron? Reducido el dividendo á la especie de sueldos, y multiplicado el producto por 3, trasládese el divisor á la especie inferior la particion se tendrá, que la libra (vulgo carnicera) le vino á 7 ß 1 $\frac{3}{61}$ avos: Reducido lo que pesó cada cochino de por sí á la especie última, multiplíquese el tercio de su producto por 7 ß 1 $\frac{3}{61}$ avos, y se hallará, que el que pesó 11 arrobas, 6 libras, le costó 34 tt 9 ß 10 $\frac{22}{183}$ avos, y el que pesó 9 arrobas, 23 libras, le costó 30 tt 7 ß 1 $\frac{161}{183}$ avos. De la suma de estos dos productos tómese el décimo, y el agregado manifestará, que los volverá á vender por 71 tt 6 ß 8 $\frac{2}{3}$.

598. Diego compró otros dos cochinos, de los cuales el uno pesó 92 $\frac{1}{3}$, y el otro 112 $\frac{2}{3}$. El de 112 $\frac{2}{3}$ costó 6 dineros mas por libra. Pregunto: costándole ambos 76 tt 8 ß, cuánto le costó cada uno; á cuánto le vino la libra de uno y otro, y á cuánto la venderá para ganar el cuarto del precio que le costaron? Multiplíquense las 112 libras $\frac{2}{3}$ por los 6 dineros mas que costó cada libra, y las 2 tt 16 ß 4, que saldrán, quítense de las 76 tt 8 ß, y se tendrán 73 tt 11 ß 8 por dividendo, cuya cantidad partida por las 205 libras, que pesaron entre los dos, dará á entender que cada libra del cochino, que pesó 92 $\frac{1}{3}$, costó 7 ß 2 $\frac{6}{41}$ avos: luego añadiendo á este cociente los 6 dineros, que se quitaron por libra del de 112 $\frac{2}{3}$, se tendrá que cada libra de este vino á 7 ß 8 $\frac{6}{41}$ avos. Multiplíquese ahora el cochino de 92 $\frac{1}{3}$ por 7 ß 2 $\frac{6}{41}$, y luego el de 112 $\frac{2}{3}$ por 7 ß 8 $\frac{6}{41}$; y se hallará, que el primero costó

33 tt 2 ß 10 $\frac{22}{123}$, y el segundo 43 tt 5 ß 1 $\frac{101}{123}$ avos. Para saber á cuánto volverá á vender la libra súmense 7 ß 2 $\frac{6}{41}$ con 7 ß 8 $\frac{6}{41}$, y la mitad de esta suma, con su cuarto, espresará que Diego volverá á vender la libra de dichos cochinos á 9 ß 3 $\frac{71}{164}$ avos, para ganar el cuarto del precio que le costaron. Dirás que no has padecido equivocacion, si la suma del que costó el uno, con la que costó el otro, sale igual al dividendo 76 tt 6 ß.

599. El importe de 124 canas, 6 palmos de paño de primera calidad, y el de 165 canas, 4 palmos de segunda, es 2587 tt 19 ß. Pídese: costándole el de primera 18 reales mas por cana que el de segunda, cuánto cuesta la cana de una y otra calidad? Las 124 canas, 6 palmos multiplíquense por 18 reales, y el producto 224 tt 11 ß quítese del precio total 2587 tt 19 ß; y dividida la diferencia 2363 tt 8 ß por las 290 canas, 2 palmos, que componen las dos partidas, se tendrá que el paño de segunda calidad cuesta á 8 tt 2 ß 10 $\frac{10}{43}$ avos: luego añadiendo á este cociente 1 tt 16 ß, se tendrá que el de primera calidad cuesta á 9 tt 18 ß 10 $\frac{10}{43}$ avos. Para examinar esta regla multiplica las 124 canas, 6 palmos por las 9 tt 18 ß 10, que salieron por cana, y despues las 165 canas, 4 palmos por las 8 tt 2 ß 10, que vale la cana: suma luego estos dos productos con los 5 sueldos, 7 dineros y medio, que salen del número 540, que sobró al último de la particion; y resultándote con puntualidad el dividendo, dirás no haber padecido equivocacion.

600. Pedro compró un quintal de tres especies de mercadurías; á saber, 24 libras de canela, 52 de cacao y 28 de azucar. Cada libra de canela le costó 36 ß 4 dineros mas que cada libra de cacao, y cada libra de cacao 6 ß 5 dineros mas que cada libra de azucar. Pregunto: costándole todo 115 tt 12 ß, á cuánto le vino la libra de cada especie, y cuánto habrá de ganar con toda la mercaduria, para que el precio que le costó, junto con la ganancia, suban á 200 tt ß? Porque cada libra de canela excede en 42 ß 9 á cada libra de azucar, y cada libra de cacao en 6 ß 5; multiplíquense las 24 libras de canela por 42 ß 9; y 52 libras de cacao por 6 ß 5: y la suma de sus productos, que es 67 tt 19 ß 8, quítese de las 115 tt 12 ß: y dividida la diferencia 47 tt 12 ß 4 por las 104 libras, que componen aquellas tres especies, se tendrá que la libra de azucar vino á 9 ß 1 $\frac{23}{26}$ avos, cuya cantidad sumada con 6 ß 5 indicará, que cada libra de cacao vino á 15 ß 6 $\frac{23}{26}$, y el agregado de esta con 36 ß 4 manifestará, que cada libra de

canela vino á 51 ꝗ 10 $\frac{25}{26}$ avos. En conclusion, de 200 tt ꝗ quítense 115 tt 12 ꝗ, y saldrá que habrá de ganar 84 tt 8 ꝗ. Multiplica en fin las 24 libras de canela por 51 ꝗ 10 las 52 de cacao por 15 ꝗ 6, y las 28 de azucar por 9 ꝗ 1: y si añadiendo á la suma de sus tres productos los 92 dineros, que sobraron al último de la particion, salen 115 tt 12 ꝗ, está bien resuelto el problema dado.

601. Un mercader vendió pimienta á razon de 12 tt 5 ꝗ la arroba; cacao á 16 tt 18 ꝗ, y azucar á 8 tt 3. De todo sacó 3460 tt. Pregúntase: habiendo vendido el duplo de azucar que de pimienta y cacao, cuántas arrobas vendió de cada especie, y cuánto sacó de cada una de ellas? Porque de azucar se vendió el duplo que de las otras dos especies, multiplíquense las 8 tt 3 ꝗ por 2, y el producto 16 tt 6 ꝗ súmese con 12 tt 5 ꝗ, y 16 tt 18 ꝗ, y se tendrán 45 tt 9 ꝗ por divisor. Pártanse ahora 69200 ꝗ = 3460 tt por 909 ꝗ = 45 tt 9 ꝗ, y se hallará que de pimienta, é igualmente de cacao, vendió 76 arrobas, 3 libras, 3 onzas $\frac{247}{303}$ avos; y multiplicando este cociente por 2, se tendrá que de azucar vendió 152 arrobas, 6 libras, 7 onzas $\frac{191}{303}$ avos. En fin multiplíquese cada cantidad vendida por el precio de una de sus arrobas, y se hallará que de la pimienta sacó 932 tt 11 ꝗ 3 dineros $\frac{1430}{7878}$; del cacao 1286 tt 11 ꝗ 1 $\frac{181}{303}$, y del azucar 1240 tt 17 ꝗ 7 $\frac{5226}{23634}$ avos. Sumando por último estos tres productos, dirás que no has padecido equivocacion, si te salen 3460 libras de ardites con exactitud.

602. Un hornero compró trigo á razon de 58 reales de ardites la cuartera y centeno á 34 reales $\frac{1}{2}$. Todo le costó 8365 tt ꝗ. Pregunto: excediendo el centeno por mitad al trigo, cuántas cuarteras compró de cada especie? Súmense 58 reales con 34 reales, 12 dineros, y con la mitad estos, que es 17 reales, 6 dineros, y se tendrán 109 reales, 18 dineros, cuya suma, reducida á la especie de dineros, produce 2634 dineros: y dividiendo por esta cantidad los 2007600 dineros, que resultan, trasladando á la especie del divisor las 8365 tt ꝗ dadas, se hallará que el hornero compró 762 cuarteras, 2 cuartanes $\frac{636}{2634}$ avos de trigo; y añadiendo á este cociente su mitad, se tendrá que de centeno compró 1143 cuarteras, 3 cuartanes $\frac{954}{2634}$ avos. Multiplíquense ahora las 762 cuarteras, 2 cuartanes de trigo por 58 reales, y las 1143 cuarteras, 3 cuartanes por 34 reales, 12 dineros, y á la suma de ambos productos añádanse los 4 ꝗ 5, que encierra el número que sobró en la particion, y con esto tendrás las 8365 libras de ardites del dividendo.

603. Un tendero compró de tres especies de paño; á saber, de primera calidad, que le costó á 15 pesos la cana; de segunda, que le costó á 12, y de tercera, que le costó á 9. El importe de todo el paño es 4470 tt 4 ß. Pídese: habiendo comprado $\frac{1}{3}$ menos del de primera calidad que de las otras dos, cuántas canas compró de cada calidad? De los 15 pesos quítese su tercio, y la diferencia 10 súmese con 12, y 9: y transvertida á reales de ardites la suma 31 pesos, se tendrán 434 reales; y partiendo por este producto los 44702 reales, que encierran las 4470 tt 4 ß dados, se hallará que de paño de segunda y tercera calidad compró 103 canas; y quitando de este cociente su tercio, se hallará que de paño de primera calidad compró 68 canas, 5 palmos $\frac{1}{3}$. Se tendrá seguridad de no haber padecido equivocacion, si multiplicando las 68 canas, 5 palmos $\frac{1}{3}$ por 15 pesos, las 103 por 12, y las otras 103 por 9, dan los tres productos juntos 3193 pesos.

604. Otro tendero empleó en Barcelona 2546 tt 17 ß en várias especies de ropas; á saber, en paño, que vale á 8 tt 16 ß la cana; en lienzo, cuya cana vale 16 reales de ardites; y en bayeta, que vale á 6 tt 15 ß. Pregunto: hallándose con la mitad mas de lienzo que de paño, y con un tercio mas de bayeta que de lienzo, cuántas canas compró de cada especie? Para resolver este, y semejantes problemas, lo primero que comunmente se practica es formar un divisor tal, que esté contenido tantas veces en el dividendo, cuantas deben ser las unidades de la especie, que se pide en menor cantidad; y así para encontrar la respuesta correspondiente al presente problema, será preciso buscar un divisor tal, que en sí contenga las 8 tt 16 ß, que importa cada cana de paño; la 1 tt 12 ß, que vale la cana de lienzo, mas la mitad de este precio, que es 16 ß: y asimismo las 6 tt 15 ß, que cuesta la cana de bayeta, mas el tercio de este precio, que es 2 tt 5 ß, con la mitad de la suma de estas dos cantidades, que es 4 tt 10 ß, cuya mitad se añade respecto que las canas de lienzo son la mitad mas que las de paño; la relacion pues, que tiene la bayeta al lienzo, participa algo de la que tiene el lienzo al paño. Con que al dividendo 2546 tt 17 ß = 50937 ß le corresponderá el divisor 8 tt 16 ß + 2 tt 8 ß + 13 tt 10 ß = 24 tt 14 ß = 494 ß: y saliendo (XXXVIII. pag. 38.) por cociente 103 canas, 440 494 avos de palmo, dígase que dicho tendero compró 103 canas, y $\frac{440}{494}$ avos de palmo de paño. Este cuociente, con su mitad 51 canas, 4 palmos $\frac{221}{494}$, da á entender que de lienzo compró 154 canas, 5 pal-

mos $\frac{166}{494}$ avos: y porque esta suma, con su tercio 51 canas, 4 palmos 220. 494 avos, compone 206 canas, 1 palmo 386. 494 avos, dígase que de bayeta compró 206 canas, 1 palmo $\frac{386}{494}$ avos. Si quieres saber si has padecido equivocacion, multiplica las 103 canas de paño por 8 tt 16 ß, las 154 canas, 4 palmos por 16 reales de ardites, las 206 canas por 6 tt 15 ß: y si la suma de estos tres productos, con las 2 tt 15 ß, que importa el número 440, que sobró al último de la particion, sale igual al dividendo, dirás que no la padeciste.

605. Otro tendero empleó 3873 tt 15 ß 4 en paño, cuya cana importa 6 tt 4 ß; en bayeta, que vale á 3 tt 5 ß la cana, y en lienzo, que vale á 18 reales de ardites. Pídese: excediendo el paño por mitad al lienzo, y la bayeta el tercio tambien al lienzo, cuántas canas recibió de cada especie? Segun dice el problema, el tendero ha de recibir la mitad mas de canas de paño que de lienzo, y asimismo un tercio mas de canas de bayeta, que de canas de dicho lienzo: luego para que salgan por cociente las canas del lienzo que se piden en menor cantidad, que las de las otras dos especies, será preciso aumentar el divisor, tanto como es la mitad del precio de la cana de paño, y el tercio del precio de la cana de bayeta: luego el divisor sera 1 tt 16 ß + 6 tt 4 ß + 3 tt 2 ß + 3 tt 5 ß + 1 tt 1 ß 8 = 15 tt 8 ß 8; y porque hecha la particion sale 251, dígase, que de lienzo recibió 251 canas, de paño 376 canas, 4 palmos, y de bayeta 334 canas, 5 palmos $\frac{1}{3}$. Multiplica la partida de canas de lienzo, la de paño y la de bayeta, cada una por su precio, y sino padeciste equivocacion, te saldrá con puntualidad el dividendo.

606 El mismo tendero quiere emplear 5711 tt 4 ß en paño, que vale á 8 tt 12 ß la cana; en bayeta, que vale á 4 tt 7 ß, y en grana, que vale á 18 tt 16 ß. Pregúntase: queriendo $\frac{1}{4}$ mas de paño, y $\frac{1}{3}$ menos de bayeta que de grana, cuántas canas le entregarán de cada especie? Dígase, que de grana le entregarán 176 canas; de paño 220 canas, y de bayeta 117 canas, 2 palmos $\frac{2}{3}$. El examen de esta regla es como el de la antecedente.

607. Un comerciante quiere emplear 8650 tt ß en diferentes mercadurias; esto es, en azucar, que vale á razon de 28 tt 16 ß el quintal; en cacao, que vale á 56 tt ß, y en canela, cuyo quintal vale 75 tt ß. Pregunto: queriendo $\frac{1}{4}$ mas de cacao que azucar, y $\frac{2}{3}$ menos de canela que cacao, cuántos quintales comprará de cada especie? Comprará 55 quintales, 3 arrobas, 3 libras 3099. 3101

avos; de cacao 69 quintales, 2 arrobas, 24 libras 1548. 3101 avos de otra libra, y de canela 41 quintales, 3 arrobas, 9 libras 1549. 3101 avos. Para saber si esta regla está bien resuelta, suma primeramente los 55 quintales, 3 arrobas, 3 libras, que salieron, (despreciado el quebrado) con su cuarto, y despues de los mismos 55 quintales, 3 arrobas, 3 libras, quita su cuarto. Practicado esto, multiplica los 55 quintales, 3 arrobas, 3 libras de azucar por 28 ₶ 16 ℘; los 69 quintales, 2 arrobas, 23 libras, 3 onzas de cacao por 56 ₶ ℘, y los 41 quintales, 3 arrobas, 8 libras, 9 onzas de canela por 75 ₶ ℘: y si añadiendo á la suma de estos tres productos 1 libra, 9 sueldos, 9 dineros 15. 26 avos, que equivalen al número 3099, que sobró al último de la particion, sale puntualmente el dividendo, dirás: gracias á Dios que he ganado el pleito.

608. Pedro quiere emplear 4856 ₶ 18 ℘ en tres calidades de indiana; á saber, en indiana de 14 reales, 8 dineros la cana; de 16 reales, y de 24 reales, 6 dineros. Pídese: queriendo tal número de canas de indiana de 16 reales la cana, que sea el triplo de las canas de 14 reales, 8 dineros, y $\frac{1}{3}$ menos de las de 24 reales, 6 dineros, cuántas canas comprará de cada calidad? Comprará 283 canas, 2 palmos 658. 4115 avos de indiana de 14 reales, 8 dineros la cana; 849 canas, 6 palmos 1974. 4115 avos de 16 reales, y 1274 canas, 5 palmos 2961. 4115 avos de 24 reales, 6 dineros. Para examinar esta regla sírvate de modelo la antecedente, y si la suma de los tres productos con los 6 sueldos, 10 dineros, 1 cuarto, que comprehende el número 658, que sobró al último de la particion, te sale igual al dividendo, dirás que has bien empleado el trabajo.

Este problema puede resolverse facilmente por medio de estos tres guarismos 2, 6, 9, que tienen las condiciones que en él se espresan: el problema 607 por médio de estos 4, 5, 3: el 606 por medio de estos 12, 15, 8: el 605 por estos 6, 9, 8: el 604 por estos 2, 3, 4: el 603 por estos 3, 3, 2: el 602 por estos 2, 3: el 601 por estos 1, 1, 2, &c., lo que comprehenderás mejor tratando del cambio provincial.

Reimprímase.
Martinez.

DEFINICIONES.

(*Se colocarán en la página* 1 *entre las definiciones de la nota* II.)

1. *Definicion* es la esplicacion de la esencia por su género prógimo, y diferencia última, ó bien segun Poy, es la esplicacion clara, distinta y adecuada de algun término, ó vocablo que sirve para formar en el entendimiento la idéa ó representacion de su propio significado evitando toda equivocacion, ó ambigüedad, como decir que *el hombre es animal racional.*

2. *Axioma* es una verdad patente.

3. De las definiciones y axiomas se sacan los *teoremas* que son proposiciones de suyo especulativas en que se propone la propiedad de alguna cosa que se ha de averiguar por sus principios. Se componen de dos partes de la *hipótesis* y la *tesis.*

4. *Hipótesis* es la suposicion de una cosa posible.

5. *Tesis* es la afirmacion ó negacion de alguna cosa.

6. *Problema* es una proposicion práctica, ó cuestion, en que se propone egecutar alguna cosa. Los problemas tienen tres partes. *Proposicion*, *Operacion*, y *Demostracion.* La *Proposicion* dice lo que se ha de hacer. La *Operacion* prescribe el modo, y enseña la práctica. La *Demostracion* trae los argumentos que prueban sale infaliblemente lo que se pide. De lo que acabamos de decir se sigue, que el *Problema* se resuelve en *Teorema* representando la *Operacion* á la *Proposicion* que se prueba con la *Demostracion*, y por eso es comun entre los Matemáticos esplicarse así: hecho lo que la resolucion prescribe está hecho lo que se pide.

7. *Lema* es una proposicion teoremática y algunas veces problemática que sirve para facilitar la inteligencia de otras proposiciones.

8. *Corolario* es una consecuencia que se infiere de lo ya demostrado.

9. *Escolio* es la interpretacion, y declaracion de alguna cosa qûe parece obscura y dificil de entender.

10. *Cuantidad* ó *Cantidad* es la propiedad de cualquier cosa en cuanto está sugeta á número, peso ó medida.

11. *Partida* es la cantidad particular que se junta, ó puede juntarse con otra ú otras para la suma.

12. *Tercera* es la cantidad ó número por la cual aumentamos ó disminuimos un todo, y esta se considera como una cantidad general. Estas cantidades generales las espresamos por una letra v. gr. por la *a* por la *x* &c. y les podemos dar cualquier valor; así v. gr. *n* pesos son el número de pesos que le queremos dar.

13. *Parte* es una cantidad que junta con otra ú otras constituye un todo, como las partes 3 y 5 que constituyen el todo 8.

14. *Todo* es una cantidad que se considera compuesta de partes, como el todo 8 que puede considerarse compuesto de las partes 1, 3 y 4.

15. *Moneda* es la pieza de oro, plata ó cobre por lo regular en figura redonda acuñada con las armas ó insignia del Rey, Príncipe, ó República, que tenga la soberania ó derecho de fabricarla para el uso, trato y comercio. La moneda se divide en efectiva é imaginaria. La *efectiva* es la que realmente existe, la vemos y la tocamos con nuestras manos como el duro, la peseta, &c. La *imaginaria* es la que en realidad no existe y solo la conocemos con la luz del entendimiento como la libra, el sueldo, &c.

16. *Medida* es el instrumento que sirve para conocer la estension ó cantidad de alguna cosa. Hay de varias especies; pues para medir la longitud, latitud y profundidad se usa de una regla, cuerda, ó cadena de cierta largura determinada como para medir las telas se usa en Cataluña de la cana, palmo, &c. y en Castilla de la vara, palmo, &c.: para los áridos se usa de unos instrumentos cóncavos formados de tabla como la cuartera, cuartan, picotin, &c. en Cataluña; la fanega, celemin, cuartillo &c. en Castilla para los líquidos se usa de vasijas de barro, ó metal, ó tambien de unos instrumentos cóncavos formados de tabla como para medir vino en Cataluña se usa del barrilon, mitadella &c; y en Castilla de la cántara, azumbre, cuartillo &c: para medir aceite en Cataluña se usa del barral, barrilon, cuartera cuarta &c; y en Castilla de la cántara, cuartilla, panilla &c.

Medida en las cuentas es el número que mide á otro, ó el que le parte enteramente, ó el que tomado algunas veces le iguala; y así 4 es medida de 8; porque 8 partido por 4 les cabe cabalmente á 2, y tomado dos veces iguala al 8: De esto resulta que el número que mide á otro si es el mayor de todos los que le miden se llama *máxima medida*; así pues 3 es máxima medida de 9. Tambien el número que mide á dos, ó mas números, si es el mayor de todos los que les miden se llama *máxima medida comun*, y asi 3 es máxima medida comun de 9, 12 y 15.

17. Se llaman cantidades *homogeneas* las de una especie, y *heterogeneas* las de diferente: Son pues cantidades homogeneas 4 reales y 5 reales, y heterogeneas 7 años 9 meses y tambien 6 varas y 8 arrobas: De las cantidades heterogeneas unas son *denominadas*, otras *inconexas*. Las denominadas pueden sumarse entre sí; pero no las inconexas.

18. En la regla de sumar tenemos esta voz *suma* que es lo mismo que todo ó agregado de varias cantidades: En la de restar la voz *minuendo*, que significa cantidad que se ha de disminuir; *Subtraendo* cantidad que se ha de quitar ó restar; *diferencia*, *resta*, *residuo*, ó *exceso*, cantidad que falta al subtraendo para igualar al minuendo: En la de multiplicar la voz *multiplicando* que indica la cantidad que se ha de multiplicar, *multiplicador* la que sirve para multiplicar, y *producto* la que resulta del multiplicando tomado tantas veces como unidades tiene el multiplicador: En la de partir la voz *dividendo* que denota la cantidad que se ha de partir, ó dividir en partes iguales; *divisor*, la cantidad por la cual se divide y *cociente* la que manifiesta cuantas veces el divisor cabe en el dividendo.

19. En cada Fraccion ó quebrado se halla *numerador*, el cual declara la parte, ó partes que han de tomarse del todo ó unidad dividida en partes iguales; y *denominador*, las en que se divide el mismo todo ó unidad. Se añade en fin la voz *avo*, ú *avos*. *Avo* significa una parte de las en que se divide el entero, y *avos* cuantas partes han de tomarse determinadamente de las en que se divide el mismo entero: así pues *trezavo* significa una parte de trece, y 15. 19 avos por egemplo de real nos da á entender que de 19 partes en que en el presente caso se divide el real, han de tomarse 15.

20. Los signos que mas comunmente usan los calculadores son estos (+) mas, (—) menos, (×) multiplicado por, (/) (\) (└) (:) cada uno de los cuatro por si solo significa partido por, (≡) (::) los dos sirven para denotar igualdad, y les damos el nombre de igual, (>) mayor, (<) menor, (√) raiz de. Adviértase que aunque este (:) he dicho que significaba partido por, y este otro (::) igual, veremos que Poy da al primero el nombre de *á* y al otro el de *como*; porque cuando leemos una proporcion que es regularmente en donde les usamos, les damos tales nombres; pero no por eso dejan de tener el valor del nombre que les hemos dado. Paraque no olvidemos algunos otros signos que algunos usan dirémos que para denotar que una cantidad se asemeja á otra usan de

este (∽), para espresar que una cantidad es infinita úsan de este (∞), para distinguir la progresion aritmética de la geométrica ponen al principio de la progresion aritmética esta señal (÷), y al principio de la geométrica esta otra (∷). Finalmente á un resultado que se le pueda dar los nombres de mas y menos se le pone este signo ($\pm$) que se llama signo de *ambigüedad*.

DEL NÚMERO.

21. El número es una coleccion de unidades: v. g. si á una peseta añadimos cuatro harán la cantidad, ó coleccion de cinco pesetas.

22. Corolario 1.º Como la unidad por si sola no forma coleccion, así tampoco es número sino principio de él.

23. Cor. 2.º El número puede aumentarse de dos maneras diferentes, ó reproduciendose el mismo un número de veces, ó juntando con él un número de unidades de la misma especie, y puede disminuirse, destruyendo, ó quitándole una ó mas unidades de donde nacen las operaciones de sumar, restar, multiplicar y partir.

24. Escolio. Aunque el Autor (1) ya define algunos de los nombres que se dan á la division del número; no obstante pasa algunos por alto. Los que define son los números dígito, artículo, mixto, perfecto, diminuto y abundante, lo que es parte alicota y alicuanta, y las demas divisiones del número las omite; no obstante que ya las da á conocer en su llave aritmética de cuya doctrina nos valdremos tambien aquí, como hemos hecho en algunas de las dadas.

25. Número *abstracto* es el que no determina sus unidades de que especie son; como 4, 8, 12.

26. Número *concreto* es el que determina sus unidades de que especie son; como 4 reales, 8 soldados, 12 cerezas.

27. Número *entero* es el que se refiere á la unidad, como el todo á la parte; ó el que se espresa como á todo, sin tener órden á componer, ó ser parte de otro número, como 18.

28. Número *quebrado* es el que hace relacion á la unidad como la parte al todo; ó el que es parte, ó partes de la unidad en cuanto representa algun todo dividido en partes iguales, como si un real se divide en cuatro partes iguales, y de ellas se toman tres.

---

(1) Cuando digo el Autor, entiendo Poy.

29. Número *fraccionario* es aquel que se compone de entero y quebrado v. g. $6\frac{3}{5}$, $4\frac{5}{7}$, &c.

30. Número *recíproco* es el que multiplicando á otro da la unidad por producto v. g. el recíproco de 6 es $\frac{1}{6}$ porque $6\times\frac{1}{6}=1$: el de $\frac{3}{5}$ es $\frac{5}{3}$ porque $\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}=\frac{15}{15}=1$.

31. Número *primo* es el que no tiene otra medida que la unidad como 13. Se dirán números entre sí *primos* ó *inconmensurables* los que á mas de la unidad no tienen otra medida, ó parte alicota comun, como 12 y 13.

32. Número *compuesto* es el que á mas de la unidad tiene otra medida, como 12; se dirán, pues, números entre sí compuestos ó conmensurables los que á mas de la unidad, tienen otra medida, ó parte alicota comun, como 12, y 15 que tienen comun la medida 3.

33. Número *par* es el que dividido por dos no deja residuo, ó el que tiene mitad exacta en números enteros como 6.

34. Número *impar* es el que no se puede dividir enteramente en dos partes iguales ó el que difiere del par por la unidad como 7.

35. Número *perfecto* es el que es igual á todas sus partes alicotas juntas como 6 que sus partes alicotas 1, 2 y 3 le igualan.

36. Número *diminuto* es aquel cuyas partes alicotas juntas no llegan á igualarle como 8, que sus partes alicotas 1, 2 y 4 no le igualan.

37. Número *abundante* es aquel cuyas partes alicotas juntas le exceden como 12 que sus partes alicotas 1, 2, 3, 4 y 6 le exceden.

38. *Multíplice* es el todo respecto á su parte alicota como 15 respecto de su parte alicota 5, y 18 respecto de su parte alicota 6.

39. *Submultíplice* es la parte alicota respecto de su todo, como 5 respecto del todo 15.

40. *Equimultíplices* son los todos que incluyen igual número de veces á sus partes alicotas, como 12 y 15 respecto de sus partes alicotas 4 y 5.

41. *Subequimultíplices* son las partes alicotas, que se incluyen igual número de veces en sus todos; como 4 y 5 que respecto de sus todos 12 y 15 son subequimultíplices; porque 4 se incluye igual número de veces al 12, que 5 al 15.

ADVERTENCIA.

42. Como el entendimiento queda muy poco satisfecho con un caso particular, preferirémos muchas veces el demostrar con letras

que ya he dicho tienen un valor general; pero como no todos los entendimientos son generales ya indistintamente usarémos de las cantidades particulares que de las generales, y á veces de unas y otras.

DEL SUMAR.

(*Se añadirá lo que sigue entre las lineas* 28 *y* 29 *de la pag.* 7)

43. Demuestra el Autor la regla del sumar y prueba con la demostracion que da que el sumar es juntar muchas partidas en una.

44. Cor. 1.° Si el agregado contiene todas las partidas que se suman estas serán partes del todo hallado.

45. Cor. 2.° Como no puede hacerse un agregado de cosas de diferente especie v. g. no haremos un monton de oro si á un solo pedazo de oro añadimos pedazos de plata, de plomo, de hierro, de cobre &c. así tampoco se hará un número juntando unidades de diferentes especies v. g. para componer 6 pesetas no basta añadir á 4 pesetas 2 cuartos aunque el 4 con el 2 hagan 6: sino que necesitarémos 68 cuartos, que componen las dos pesetas que faltan y añadidas á las cuatro harán las 6 pesetas; luego en las reglas de sumar las unidades que se suman han de ser de una misma espécie.

46. Escolio 1.° Como no siempre tenemos que sumar 3, ó 4 partidas solas sino que á veces nos dan 24, 25, ó mas, para no equivocarse tan facilmente; si nos dan por egemplo, 24 partidas sumarémos primero seis, despues otras seis y despues harémos otras dos sumas mas que consten de iguales partidas, juntando ultimamente las cuatro sumas obtendremos la suma total.

47. Escolio 2.° Aun para no fatigar la cabeza y poder practicarlo con mas cachaza y no equivocarse hay aun otro método de sumar mucho mejor, el cual consiste en sumar cada coluna y la suma colocarla debajo de la misma sin llevar ninguna decena para juntarla con la inmediata de la izquierda; pero sí debe tenerse cuidado en colocar los números como en el egemplo siguiente para sumar despues el agregado de cada coluna. Valiéndonos de este método puede empezarse por la derecha, por la izquierda, por el medio en fin por donde se quiera, nosotros empezamos regularmente por la izquierda.

3956
7832
8178
18856
111
19966

Empezamos por la izquierda y decimos $3+7+8=18$ cuya suma la colocamos bajo la misma coluna, despues proseguimos diciendo $9+8+1=18$ ponemos el 8 bajo la coluna misma de centenas y el 1 bajo el 18 para juntarlo despues con las unidades de su especie, continuamos $5+3+7=15$, el 5 le colocamos bajo las decenas y el 1 bajo las centenas; en fin $6+2+8=16$ pongo el 6 bajo la misma coluna y el 1 bajo el 5 por ser ambos de una misma especie, esto es decenas. Sumamos ahora las dos partidas 18856 y 111 conforme las hemos colocado diciendo 6 es 6, $5+1=6$, $8+1=9$, $8+1=9$, 1 es 1, y nos da por agregado 19966. Las ventajas que trae este método los que lo practiquen las encontrarán. La demostracion que pone el Autor en el sumar por el método comun podra aplicarse en los métodos que acabo de esplicar.

48. Escolio 3.º No se olvidará el Maestro en hacer probar á sus discipulos una multitud de reglas de sumar por las pruebas de mitad, tercio, &c. como advierte Poy, y despues podrá enseñarles esta otra prueba que es la mas facil y hermosa de cuantas hemos visto tenga el sumar.

Cuando se ha hecho la suma total se examina empezando por la izquierda á sumar ordenadamente cada coluna de por sí, y se dirá estar exacta la operacion si quitando el agregado de cada coluna del que ella tuviere debajo en la suma total saliere en conclusion un cero por diferencia.

Egemplo.
93.539
73.178
35.196
201913
10220

Hemos empezado la prueba por la izquierda diciendo $9+7+3=19$ á 20 va 1 el cual hemos escrito bajo la linea, luego $3+3+5=11$ á 11 va cero, despues $5+1+1=7$ á 9 van 2, proseguimos $3+7+9=19$ á 21 van 2 y ultimamente $9+8+6=23$ á 23 resta cero y como nos ha sobrado cero al ultimo en la coluna de unidades ha de estar exacta la operacion.

49. La razon ó el fundamento de esta prueba se funda en que así como la junta de todas las unidades que sea a, la junta de todas las decenas que sea b y la junta de todas las centenas que sea z &c. componen el todo, tambien la junta de las centenas z mas las decenas b mas las unidades a &c. compondrán el mismo todo; es así que

si de un todo *m* se quita el mismo todo *m* la diferencia será cero; luego observando la operacion como la hacemos, encontrarémos que quitamos de las centenas, decenas, unidades &c. todas las unidades de su especie de que se compone, y solamente nos sobran las que hemos añadido; luego en la coluna de unidades que ninguna hemos añadido nos debe sobrar cero, porque es allá en donde acabamos de destruir el todo.

50. Corolario. Si la suma, ó prueba no estuviesen bien hechas en vez de sobrarnos cero bajo la coluna de unidades, si hubiesemos añadido alguna unidad de mas nos quedaria una cantidad mayor que cero, y si de menos menor; luego conoceriamos que la operacion está equivocada.

(Lo que sigue se añadirá entre las lineas 35 y 36 de la pagina 9).

DEL RESTAR.

51. Lema. Establézcase aquí la demostracion que da el Autor del Restar.

52. Cor 1.º De dicha demostracion podremos sacar la definicion siguiente: que Restar es, dado un todo y una parte buscar la otra parte.

53. Cor 2.º Si el todo se compone de la parte dada y de la hallada las dos compondrán el mismo todo, luego sumando la parte dada que se llama subtraendo, con la hallada á la cual dan el nombre de diferencia obtendremos el todo llamada minuendo.

54. Escolio 1.º Aplicando la doctrina del corolario segundo podremos saber si la operacion esta bien sin hacer ningun guarismo; porque como ya tenemos la suma y las partidas nada mas se ha de escribir.

55. Escolio 2.º Si para hacer un todo se necesitan unidades de la misma especie, tambien para destruir de un todo una parte es preciso quitarle unidades de una misma especie v.g. Si de 6 reales he de quitar 31 maravedises, es preciso que tome un real y lo reduzca á maravedises paraque se pueda restar; de otro modo fuera la diferencia menor de lo que debe ser.

56. Por lo regular en la práctica del restar si el número del minuendo es menor que el del subtraendo toman una decena de la coluna inmediata de la izquierda del minuendo, y despues en vez de quitar á esta la unidad que le han quitado (como hablando con todo rigor debe hacerse) la añaden á la correspondiente que

esta bajo en el subtraendo. Fundase en que, si á dos cantidades añadimos partes iguales la diferencia es la misma.

57. Si uno debe á diferentes, y ha de cobrar de otros muchos para saber si debe, ó acredita, sumará todos los débitos, y despues todos los creditos y restando una suma de otra sabrá lo que debe, ó acredita atendiendo á la suma que haga oficio de minuendo.

Observaciones de Euclides.

58. La suma de números pares siempre es par; la suma de ímpares será par cuando el número de partidas fuere par; pero si fuere ímpar, será tambien la suma ímpar. De donde se infiere que sumando número par con par, ó impar con impar la suma es par; pero sumando par con ímpar, hace ímpar.

59. Si de un número ímpar se resta ímpar, ó de par se quita par la diferencia será par; pero si de número par se resta ímpar ó de ímpar se quita par la resta será ímpar.

60. Como la demostracion de lo que acabamos de decir es tan fácil de modo que la misma práctica la enseña, se deja á los Maestros el esplicar el fundamento de tales observaciones.

(*Despues de la demostracion de la pág.* 21. *añadirás &c.*)

DEL MULTIPLICAR.

61. Con la demostracion que nos da el Autor facilmente podemos inferir que multiplicar es reproducir un número tantas veces como unidades tiene otro.

62. Cor. 1.º Inferimos primeramente, que el multiplicar es un sumar abreviado v. gr. si multiplicamos 5 por 2 es lo mismo que repetir el 5 dos veces.

63. Cor. 2.º Inferimos lo segundo que si lo mismo es repetir una cantidad tantas veces como unidades tiene otra, ó esta cuantas contiene aquella; no se alterará el producto aunque el multiplicando haga veces de multiplicador ó al contrario. Porque no siendo otra cosa el multiplicar que un sumar en compendio, tendrémos que sumando v. g. dos veces el cinco se hallará el producto; pero si descomponemos cada una de las partidas de la suma, esto es, el cinco en las unidades de que consta, figurarémos la operacion como aquí se vé:

$$10.\begin{cases}5=1+1+1+1+1\\5=1+1+1+1+1\end{cases}$$
$$2+2+2+2+2=10.$$

Observamos que sumando las colunas de izquierda á derecha nos salen dos colunas de 5, esto es, para obtener el producto sumamos dos veces al cinco y nos sale 10; ahora sumando las colunas de arriba á bajo nos salen cinco colunas de 2 esto nos indica que repitiendo 5 veces al 2 obtendrémos el producto 10, y como este producto es igual al primitivo inferimos que lo mismo es decir 2×5, que 5×2; y como este raciocinio puede aplicarse á cualquiera otros factores, tendrémos que lo mismo es multiplicar un factor por otro, que este por aquel.

64. Cor. 3.° Inferimos lo tercero que si lo que es multiplicando puede hacer veces de multiplicador, ó al contrario; así tambien cuando tendré muchas multiplicaciones indicadas podré variar todos los factores; porque si debo multiplicar a, por b, por c, como por lo dicho puedo invertir dos de los factores, lo mismo es decir $a\times b$ que $b\times a$, tengo que si ahora considero este producto invertido; por la misma razon podré invertirlo si debo multiplicar $a\times b$, ó $b\times a$ por otra tercera c tambien será igual el decir $a\times b\times c$ que $b\times a\times c$, que $c\times a\times b$ como lo mismo probaria tomando primeramente el producto de b por c diré que una cantidad puede descomponerse en los factores que se quiera, y estos pueden alternarse y hacerles ocupar cualquier lugar; pues que siempre darán el mismo resultado.

65. Cor. 4.° Inferimos lo cuarto que siendo un número de los dos la cantidad que se repite, el otro el que indica el número de veces que se repite, y el producto la que nos señala cuantas veces la una cantidad está repetida por la otra; dirémos que la misma razon, ó igual número de veces contendrá el multiplicando á uno de los dos factores, que el otro factor á la unidad.

66. Cor. 5.° Inferimos lo quinto que no obstante de ser el multiplicar un sumar abreviado, no sucede aquí lo que hemos dicho en el (número 45. pág. 185.); porque aunque multiplicando y multiplicador sean de diferentes especies puede salir un número que contenga tantas veces al un factor cuantas unidades tiene el otro; pero aunque esta sea la voz comun de los Autores, sin embargo si observamos lo que sucede en los numeros concretos, ó en las especulaciones mercantiles encontrarémos tener lugar tambien aquí el (número 45. pág. 185). El multiplicando regular-

mente es de la especie que se compra ó vende; el multiplicador es el precio; pero aunque los dos factores sean de distinta especie tiene lugar tambien aquí lo dicho en el sumar y restar; pues para hallar el producto abstractamos uno de los dos factores v. g. en este caso el multiplicando; y repetimos tantas veces el multiplicador como unidades en abstracto tiene el multiplicando, y decimos que el producto es el precio, esto es de la especie del multiplicador.

67. Cor. 6.º Inferimos lo sexto que siendo el multiplicar un sumar en compendio un número par multiplicado por par, y tambien un número impar multiplicado por par darán por producto número par; porque (número 58. pág. 188.) un número par sumado un número par, ó ímpar de veces la suma es par, y como (número 58. pág. 188.) da por suma ímpar una cantidad ímpar sumado un número ímpar de veces, inferirémos tambien que un número ímpar multiplicado por otro de ímpar darán un producto ímpar.

68. Cor. 7.º Inferimos lo séptimo que siendo el multiplicar un método abreviado de sumar, si multiplicamos v. gr. una cantidad por 3 estará repetida tres veces en el producto, y si despues este lo repetimos 4 veces ó lo que es lo mismo lo multiplicamos por 4 estará repetida la primitiva cantidad 12 veces; porque cuando la hemos multiplicado por 3 la hemos representado tres veces; despues multiplicándola por 4 como cada cantidad de estas nos representaba 3 hemos tenido bastante con 4 sumas para repetir la cantidad 12 veces: así podremos deducir de aquí que lo mismo será multiplicar por 12 una cantidad que multiplicar la tal cantidad primeramente por 3 y el producto resultante por 4, ó al contrario. Si inferimos lo mismo con notas generales verémos que esto es general en cualquier cantidad, v. g. la cantidad a debo multiplicarla por b y supongo que b sea igual á c multiplicado por d digo que $a \times b = ab$ será igual $a \times c = ac$ y este producto $ac \times d = acd$, esto es, $ab = acd$.

Esplicacion. Cuando multiplico la cantidad a por c repito la cantidad a, c veces y cuando el producto ac por d la cantidad a c veces repetida d veces y me sale por producto acd, la cual segun veo es lo mismo que decir a ha sido multiplicada por cd cuyo producto acd es igual al primitivo; pero por lo supuesto $cd = b$ tambien $ab = acd$ de donde podrémos inferir que lo mismo es multiplicar una cantidad por otra, que multiplicar aquella primero por uno de los factores de que esta se compone y el pro-

ducto resultante por el otro de que se componga: así v. g. si tenemos que multiplicar una cantidad por 56, obtendremos el mismo producto si multiplicamos la cantidad dada primeramente por 7 y el producto resultante por 8; por ser 7 y 8 los factores de que se compone el 56. Lo mismo diriamos en cualquier otro egemplo.

69. Cor. 8.º De lo dicho podemos inferir un método para probar las reglas de multiplicar; y es dividir por una tercera el un factor, y multiplicar por la misma el otro factor; los cuales deben darnos productos iguales; porque como por lo que acabamos de decir, lo mismo es multiplicar una cantidad por otra cantidad, que multiplicar aquella por los factores que componen á esta; así tambien multiplicando uno de los factores de la regla del multiplicar por una tercera, y dividiendo el otro por la misma tercera, no hacemos otra cosa que proporcionarnos el factor por el cual debemos multiplicar el otro factor multiplicado v. gr. Si quiero probar que 12×8 su producto es 96: no haré otra cosa que multiplicar el 12. v. gr. por 2, cuyo producto es 24, y como ya he multiplicado el 12 por uno de los factores de que se compone el 8, me proporciono el otro factor dividiendo el 8 por 2, el cual es 4, y como 24×4=96, digo que es cierto que 12×8=96.

70. Cor. 9.º Parece que cada corolario nos da márgen para inferir otros muchos, y así es que segun lo dicho en el corolario antecedente inferirémos que si nos dan productos iguales dos factores, aunque multiqliquemos el uno por una tercera, mientras dividamos el otro por la misma tercera; tambien deben darlos iguales otros dos factores, si solo multiplicamos el un factor por una tercera, y el producto lo multiplicamos por el otro factor; con tal que á este último producto lo dividamos por la misma tercera: porque multiplicando el un factor, por el otro aumentado se repite aquel un triplo, un cuádruplo de veces mas de lo que habia de repetirse; luego tomando la misma parte de la cantidad repetida, ó del producto debe darnos el producto mismo que nos hubiera salido, si hubiésemos multiplicado los factores primeros. Tambien aplicando la misma doctrina podremos decir que si uno de los factores lo dividimos por una tercera, y el cociente lo multiplicamos por el otro factor, el producto será parte de lo que habia de ser; por ser repetido el un factor solamente una tercera, una cuarta, &c. parte; luego multiplicándo el producto por la tercera por la cual hemos disminuido el un factor tendremos el mismo producto que habria salido antes.

Egemplos. Si en la multiplicacion de 6×4=24, multiplicamos

el factor 6 v. gr. por 3, tendremos 18×4, en cuya multiplicacion resultará un producto que debe ser por lo dicho triplo de 24; luego dividiendo el producto de $18\times4=72$, por 3, dará por cociente el mismo 24, como se ve $\frac{72}{3}=24$. Lo mismo hubiera sucedido si hubiésemos multiplicado el otro factor 4, por 3, ó por cualquiera otra tercera.

Si en la misma multiplicacion de $6\times4=24$, hubiésemos dividido el factor 6 v. gr. por la tercera 2, el producto que habria resultado habria sido mitad de 24; como se ve $\frac{6}{2}\times4=3\times4=12$; luego multiplicando el producto 12 por la tercera 2, esto es por la tercera que hemos dividido el factor 6, dará un producto igual al que daban $6\times4=24$, como se ve $12\times2=24$. Lo mismo hubiera sucedido si hubiésemos partido el factor 4, por la tercera 2, ó por cualquiera otra cantidad.

71. Cor. 10.º Inferimos lo décimo que lo mismo será multiplicar un producto que uno de los factores que lo componen; y lo mismo dividir un producto que uno de sus factores. Los egemplos del corolario antecedente lo demuestran.

72. Cor. 11.º Inferimos lo undécimo que segun el convenio que hicieron los primeros aritméticos, de que en las cantidades enteras cada nota que se añadiese á la derecha de cualquiera cantidad, multiplicaria la tal cantidad por 10, y la nota añadida representaria á mas de esto su respectivo valor: se sigue que no teniendo el cero ningun valor no hará mas que dar un valor décuplo á la cantidad que le antecede; y así para multiplicar una cantidad por 10 bastará añadir un cero. Si siguiendo el mismo sistema añadimos otro cero, volveremos á multiplicar la referida cantidad por 10; y por lo tanto la primera cantidad quedará multiplicada por $10\times10=100$; luego para multiplicar un número por 100 basta añadir dos ceros. Siguiendo el referido sistema observariamos que si á cualquiera cantidad se añaden tres ceros á su derecha debe quedar multiplicada por 1000; si cuatro por 10000; &c. por ser $10\times10=100$, $100\times10=1000$, $1000\times10=10000$, $10000\times10=100000$, &c. Así *regla general* para multiplicar una cantidad por la unidad acompañada de ceros, bastará añadir tantos ceros cuantos son los que acompañan á la unidad su factor. Si se pone por dificultad qué es lo que haremos de la unidad, es preciso saber que la unidad no influye en la multiplicacion; pues que una cantidad una vez repetida es la misma cantidad, porque entonces no la repetimos, sino lo mas que hacemos es copiarla.

(*Corresponde lo que sigue á la página* 21 *nota* XXIV).

73. Cuando se quiere trasladar una especie de superior á inferior, se multiplica la cantidad dada por tanto número, como un entero de la especie que se ha de trasladar encierra veces la unidad de la especie que se pide.

Egemplo . . . . 7 2 8 *reales de ardites.*
× 2 4 *dineros.*

2 9 1 2
1 4 5 6

Son . . . . 1 7 4 7 2 *dineros.*

Que esta operacion sea de multiplicar se funda en que como cada real de ardites equivale á 24 dineros catalanes para saber la cantidad 728 reales de ardites cuantos dineros encierran, debemos reproducir el número 24, 728 veces y siendo este el objeto del multiplicar, era lo que se debia probar.

Lo mismo diriamos en las demas cuestiones.

(*Corresponde á la página* 22 *nota* XXV).

74. Cuando nos dan el número de enteros de una mercadería y el valor de uno y se quiere saber cuanto valen todos, multiplicaremos los enteros dados por lo que vale uno de ellos, y el producto nos manifiesta lo que se pide.

2 9 5 *varas de Paño*
á . . . . 2 7 *reales vellon.*

2 0 6 5
5 9 0

Valen . . 7 9 6 5 *reales vellon.*

Que por medio del multiplicar obtengamos lo que se pide en tales problemas se funda en la demostracion antecedente, porque si me dan v. g. 295 varas de paño á 27 reales vellon la vara, es cierto que valiendo cada una vara 27 reales vellon, 295 varas valdrán 295 veces 27 reales y siendo, &c.

(*Corresponde á la página* 23 *nota* XXVI).

75. Cuando se ha de multiplicar por un número mixto tal que justamente sea producido de un número dígito multiplicado por otro, se hallará el producto que se pide, multiplicando la

cantidad propuesta por uno de aquellos dos números dígitos y el producto resultante por el otro v. g. Resolviéndo el egemplo anterior tendremos 2 9 5 varas de paño.

$$\begin{array}{r} 295 \\ \times 3 \\ \hline 885 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

Valen . . . 7 9 6 5 *reales vellon.*

Que 295×27 sea igual 295 multiplicado primeramente por 3 y el producto resultante por 9, ó al contrario, se demostrará por la doctrina dada (Cor. 7.º número 68 pág. 190).

(*Corresponde á la paginá* 23 *nota XXVII*).

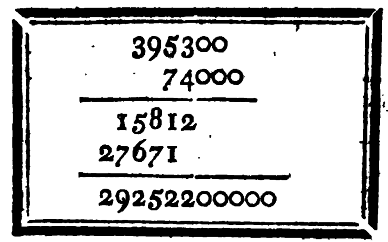
76. Cuando en una regla de multiplicar uno de los factores consiste solamente en nueves, basta añadir tantos ceros al otro factor cuantos son los nueves, y restar del producto la misma cantidad que se ha multiplicado v. g. 9534×99 qué producto da?

Resolucion . 9 5 3 4 . .
— 9 5 3 4
9 4 3 8 6 6

Demost. Cuando añado dos ceros al 9534 (Cor. 11.º pág. 192 número 78) repito la cantidad dada 100 veces; pero como esta no habia de repetirse mas que 99 veces, siendo $99=100-1$ restando de la cantidad repetida 100 veces, una vez la misma cantidad debe en la diferencia estar repetida las veces que se pide, y es &c.

(*Corresponde á la paginá* 24 *nota XXVIII*).

77. Cuando á la derecha del multiplicando, ó multiplicador, ó bien á la de ambos se hallaren algunos ceros bastará multiplicar las notas significativas, y añadir al producto tantos ceros cuantos se halláren á la derecha de las dos cantidades.



Esto se funda en que como (Cor. 10.º número 71 pág. 192) lo mismo es multiplicar un producto que uno de los factores que lo componen, podrémos descomponer las cantidades 395300 y 74000 en los factores de que se componen y como (Cor. 11.º número 72 pág. 192) $395300=3953\times100$, y $74000=74\times1000$, y tambien (Cor. 3.º núm. 64 pág. 189)

lo mismo será $3953\times100\times74\times1000$ que $3953\times74\times100\times1000$, luego vemos que primeramente multiplicamos 3953 por 74. Despues habiéndose de multiplicar el producto por 100, y el resultado por 1000 como (Cor. 11.º número 72 pág. 192.) para multiplicar un número por 100 basta añadirle dos ceros, si por 1000, tres. &c.; luego deberémos añadir al producto de $3955\times74=292522$ primeramente dos ceros y despues tres, ó que es lo mismo á un tiempo la suma que son cinco. Como por medio de igual análisis podemos probar lo mismo en otros problemas semejantes al demostrado, dirémos &c.

Advertencia. Antes que se pase al número que sigue véanse primeramente las reglas que da el Autor (pág. 25 número xxx). para resolver los problemas de multiplicar, que llama, breve.

78. Que por medio del multiplicar breve nos salgan productos iguales á los que nos salen haciendo las mismas cuestiones á la larga, facilmente se entenderá si se comparan dos problemas hechos por los dos métodos.

(1.ª)	(2.ª)
3 2 4	3 2 4
A la larga. . 3 2	3 2. . . *breve*.
6 4 8	1 0 3 6 8
9 7 2	
1 0.3 6 8	

Cuando hacemos la operacion por el método breve (2.ª) empezamos á multiplicar unidades por unidades 2×4 y escribimos el producto 8 debajo; haciéndola á la larga (1.ª) hacemos lo mismo; despues (2.ª) multiplicamos las unidades del multiplicador por las decenas del multiplicando $2\times2=4$ y añadimos el producto de las decenas del multiplicador por las unidades del multiplicando $3\times4=12+4=16$, escribimos debajo el 6 y llevamos la centena por ser 10 decenas una centena; en la (1.ª) si se observa hacemos lo mismo pues que tambien multiplicamos las unidades del multiplicador con las decenas del multiplicando $2\times2=4$ escribimos el producto debajo, y despues cuando hemos hecho los productos parciales tambien sumamos el producto de la segunda nota del multiplicador con la primera del multiplicando $3\times4=12$; pero como ya hemos juntado la decena, solo decimos $2+4=6$; como lo mismo observaríamos aunque hubiese mil guarismos en cada uno de los facto-

res vemos que la operacion es la misma, con la diferencia que por el método á la larga multiplicamos primero todo el multiplicando por cada nota del multiplicador y despues hacemos la suma, y por el método breve invertimos el órden en la multiplicacion para poder sumar desde luego los productos parciales; pero como estos por el análisis que hemos hecho son iguales, y las sumas son las mismas, diremos que siendo cierto por lo demostrado en el multiplicar á la larga que el producto contiene tantas veces al multiplicando cuantas son las unidades del multiplicador, tambien debe suceder lo mismo en el multiplicar breve siendo las dos operaciones hechas en un todo de la misma manera por mas que la una sea mas breve que la otra.

Nota. Hemos buscado un método indirecto para probar esta operacion; porque nos ha parecido ser demasiado complicado para los principiantes el demostrarselo directamente.

ALGUNAS ABREVIACIONES DE QUE SE PUEDEN VALER los calculadores en órden á la multiplicacion.

79. Cuando se ha de multiplicar una cantidad por 5 basta añadir un cero, y tomar la mitad.

Nota. En lugar del cero es costumbre añadir un punto.

Egemplo. 9537 multiplicado por 5, y 3478 por el mismo número que producto nos dan.

9537.	3478.
$\frac{1}{2}$... 47685	$\frac{1}{2}$... 17390

Da el primero 47.685, y el segundo 17.390.

Demost. Cuando habiendo de multiplicar el 9537 por 5 añadimos un cero al multiplicando, ó que es lo mismo lo multiplicamos por 10, tácitamente multiplicamos el factor 5 por dos, luego (Cor. 10.° número 71 pág. 192) se ha multiplicado el producto por la misma medida dos, luego dividiendo por dos á este producto, ó lo que es igual tomando la mitad, tendremos por el mismo corolario igual producto, que nos hubiera salido multiplicando el 9537 por 5; y es lo que se habia de demostrar,

80. Tambien podríamos dar otra demostracion acerca de lo dicho, y es, que añadiendo un cero á una cantidad la repetimos 10 veces y como tomando la mitad dividimos la cantidad multiplicada en dos partes iguales, si aquella la habiamos repetido diez veces, cada una

de estas solo la repetimos la mitad de veces, esto es 5 veces y siendo lo que se pide cuando se multiplica por 5, dirémos que es igual el hacer la operacion por el método comun, ó haciéndola añadiendo un cero, y tomando la mitad.

81 Cor. Inferirémos de aquí que para multiplicar una cantidad por 50 bastará añadir dos ceros á la tal cantidad, y la mitad de este producto será lo que se pide.

82. Cuando se ha de multiplicar una cantidad por 15 basta añadir un cero á la tal cantidad, y este producto sumarlo con su mitad.

Egemplos. 9219 y 4378 se han de multiplicar por 15.

(1.°)	(2.°)
...9219.	...4378.
+½..46095	+½..21.890
138.285	65.670

El producto (1.°) es 138.285, y el (2.°) 65.670.

Demostracion. Cuando añado un cero al 9219 lo repito diez veces, y como tomando la mitad de este, este producto lo repito cinco, dirémos que el 9219 repetido 10 veces, mas el mismo número repetido cinco veces será el número 9219 repetido quince véces en órden á la suma, y pidiendo esto toda cantidad que haya de multiplicarse por 15 diremos &c.

83. Para multiplicar una cantidad por 25 bastará añadir dos ceros, y tomar el cuarto, y este será el producto.

Egemplo. 3236 y 9535 han de multiplicarse por 25.

(1.°)	(2.°)
3236..	9535..
¼.....80900	¼...238375

Los productos de 3236×25 y el de 9535×25 son el (1.°) 80.900, y el otro 238.375.

Demostracion. Cuando añado dos ceros v. g. al 3236 lo repito cien veces, y como 100 se compone de los factores 4×25 si tomo el cuarto de la cantidad ciento me quedará el factor 25, y como (Cor. 10.° número 71 pág. 192) si esta misma parte se toma del producto será igual á tomarla del 100 diremos que al 3236 &c.

84. **Para multiplicar una cantidad por 35 se añadirán dos ceros y se tomará el cuarto, y despues este lo sumarémos con la misma cantidad añadido un cero.**

9334 . . × 35	53123 . . × 35
$\frac{1}{4}$ 233350	$\frac{1}{4}$ 1328075
+ 93340	+ 531230
326690	1859305

Demost. Como por lo demostrado añadiendo dos ceros v. g. al 9334 y tomando el cuarto, este nos representa la cantidad repetida 25 veces, y como despues le sumamos á este producto la misma cantidad con un cero, esto es repetida 10 veces, tenemos que 9334 repetido 25 veces, mas el mismo 9334 repetido 10 veces será el 9334 repetido 35 veces.

85. Cor. Si á la cantidad repetida 25 veces añado el duplo de la misma con cero será repetida 45 veces por ser 25+20=45: si el triplo con un cero 55 veces por ser 25+30=55: si el cuádruplo con cero 65 por ser 25+40=65 &c. de donde podemos sacar reglas para multiplicar por 45, 55, 65, &c.

86. Tambien podemos dar otra doctrina para abreviar estas operaciones de multiplicar en las cuales el factor multiplicador termina en cinco, en la coluna de unidades, y es añadir un cero á la cantidad y luego el producto multiplicándolo primeramente por el número de decenas, y sumando este último con la mitad del primero se tiene lo que se pide v. g. 2343×35 cual es el producto?.

2343 .	*Demost.* 10
× 3 . . . 70290	× 3 30
+ $\frac{1}{2}$ . . . 11715	+ $\frac{1}{2}$ 5
82.005	35.

87. Si se ha de multiplicar una cantidad por 75 se añadirán dos ceros, y restando de este producto el cuarto tendré el producto de la tal cantidad, porque añadiendo dos ceros la repito cien

veces, y como restando el cuarto del producto (número 83 pág 197) resto la repiticion de la tal 25 veces 100—25=75 me queda solo repetida 75 veces; v. g. Cuál es el producto de 9345×75?

	9345..
—¼	233625
	700875

88. Como cuando añado tres ceros á una cantidad la repito mil veces, y como el mil se compone de los factores 8×125 diré (Cor. 10.° núm. 71 pág. 192) que añadiendo tres ceros á una cantidad y tomando el octavo será el producto de la tal cantidad multiplicado por 125, porque como el mil es ocho veces mayor que 125, resulta que el producto será 8 veces mayor que el verdadero, y por lo mismo deberemos hacerle este número de veces menor: y tambien como el 10000 se compone de 16×625 diré que para multiplicar una cantidad por 625 bastará añadir 4 ceros y tomar el dieziseisavo.

Egemplos. 93245 se ha de multiplicar por 125 y 79934537 por 625

93245... ×125	79934537.... ×625
⅛... 11655625	$\frac{1}{16}$... 49959085625

89. Ahora atendiendo á estas abreviaciones el calculador puede inferir muchas mas v. g. Si he de multiplicar 3434 por 1125, diré que bastará añadir 3 ceros y este producto sumarlo con su octavo como aquí se ve.

3434...	}	.... *producto de* 3434 *por* 1000
+⅛... 429250		...+ *producto de* 3434 *por* 125
3863250		*Suma p. de* 3434 *por* 1125.

Lo mismo diria de muchas otras combinaciones como 9875, 875, 9375, &c.

90. Por último cuando habrémos de multiplicar una cantidad que para llegar al 10, 100, 1000, 10000&c. falten 2, 3, 4, 5, 6, &c. unidades, si faltan añadirémos tantos ceros cuantas sean las notas, que lleve la cantidad y restarémos el duplo, triplo &c. de la tal cantidad;

esto es restarémos de este producto la cantidad multiplicada por el núm. que reste de la cantidad dada al 10, 100, 1000 &c. y la diferencia será el producto que se pide. Si sobran algunas unidades añadiremos tantos ceros cuantos corresponden á la unidad de la especie superior, que siempre son iguales al número de notas menos una de que consta la misma, y este producto sumado con el producto que saldrá de multiplicar el multiplicando por las unidades de que excede la cantidad al 100, 1000 &c. obtendrémos el producto que se pide v. g. Si he de multiplicar el 324 por 93 añadiré dos ceros al 324, y despues restaré el producto de 324×7 cuya diferencia me indicará el producto de 324×93.

La razon es obvia porque como el 100 se compone de 93+7 añadiendo dos ceros al 324 lo repito 100 veces, si ahora de este producto 32400 quito el séptuplo de 324 tendré que el 324 solo me queda repetido 100-7 veces igual á 93 veces y siendo esto lo que &c.

91. Otro egemplo. Si he de multiplicar 9319 por 1009 añadiré tres ceros al 9319, y sumando el producto 9319000 con el producto de 9319 por 9 diré que es el producto de 9319 por 1009.

Se funda en que como el 1009 se compone de 1000 mas 9 añadiendo tres ceros al 9219 lo repito 1000 veces y como falta repetir el mismo 9319 nueve veces añadiendo al producto 9319000, el otro producto 9319×9 la suma es el objeto de la cuestion.

Las mismas demostraciones pueden aplicarse á otros problemas, y ya se ve que pueden hacerse muchas abreviaciones, y que estas serán tantas mas en cuanto sea mas, ó menos el saber contar por números altos.

DEL PARTIR.

(A la pagina 32 entre las líneas 26 y 27 añadirás lo que sigue).

92. Con las varias partes que demuestra la práctica, el Autor, de las operaciones de partir prueba que el objeto de tales cuestiones es indagar cuantas veces un número está contenido en otro. El número que contiene hemos dicho se llamaba dividendo, el contenido divisor, y el número de veces que el divisor está contenido en el dividendo cociente.

93. Cor. 1.º Si el cociente nos indica el número de veces que el divisor está contenido en el dividendo, multiplicando el divisor por el cociente obtendremos el dividendo: de donde sacamos una prueba para saber si las operaciones de partir están bien hechas.

94. Cor. 2.º Si (Cor. 3.º número 64 pag. 189) pueden alternarse los factores en una regla de multiplicar tendremos que el dividendo partido por el cociente nos dará el divisor otra prueba del partir.

95. Cor. 3.º Si el cociente multiplicado por el divisor nos da el dividendo, podremos inferir que lo que en el multiplicar llamamos producto, en el partir dividendo; lo que multiplicando, divisor; y lo que multiplicador cociente: así para probar si una operacion de multiplicar está bien hecha bastará partir el producto por uno de los factores, y nos debe dar por cociente el otro factor, y por eso hay un Autor que define el partir de esta manera: *dividir es buscar un número que multiplicado por el divisor de el dividendo, ó que es una operacion por medio de la cual dado un productos y uno de los factores, venimos en conocimiento del otro factor.*

96. Cor. 4.º Si (número 73 pág. 193) cuando trasladamos una especie de superior á inferior, tenemos que multiplicar la cantidad propuesta por tanto número como un entero de la especie superior encierra veces la unidad de la especie que se pide, para saber el número de especies inferiores que encierran el de superiores dadas, podremos inferir tambien que, cuando nos darán un número de especies inferiores para réducirlas á superiores tendremos que partirlas por el número de unidades que una de superior encierra de inferiores; porque el número de especies inferiores las debemos considerar como un producto, el cual partido por el factor dicho, debe darnos el otro factor, que es el número de especies superiores.

97. Cor. 5.º Si (número 74 pág. 193) cuando nos dicen el número de enteros comprados, ó vendidos, y el valor de cada uno de ellos multiplicamos el número de enteros por el valor de uno y el producto nos dice cuanto valen todos; tenemos que el valor de todos los enteros es el producto; el número de enteros comprados ó vendidos uno de los factores, y el valor de cada uno de ellos el otro factor; luego si nos dan el valor de todos los enteros, y el de uno de ellos partiendo el valor de todos (*el producto*) por el de uno de ellos, (*uno de los factores*) tendrémos el número de enteros comprados, ó vendidos (*el otro factor*). Asimismo si nos dan el valor de todos (*el producto*) y el número de enteros comprados, ó vendidos (*el un factor*) obtendrémos cuanto vale cada uno (*el otro factor*) partiendo el valor de todos por el número de enteros comprados ó vendidos.

98. Cor. 6.° Si (número 75 pág. 193) cuando se ha de multiplicar por un número que sea producido de dos ó mas números basta multiplicar la cantidad por uno de estos dos números, y el producto resultante por el otro, como el 56 que es producido de 7×8; así tambien cuando habremos de partir por uno de esos mismos números bastará partir primeramente por uno de los numeros que lo componen y el cociente resultante por el otro; porque cuando dividimos el dividendo obtenemos por uno de estos números el primer producto, y cuando por el otro obtenemos el factor que buscamos.

99. Cor. 7.° Si (número 67 Cor. 6.° pág. 190) un número par multiplicado por otro de par ó impar el producto resulta par, tambien un número par dividido por un número par el cociente podrá ser par ó impar; pero dividido por uno de impar, el cociente debe ser par; porque si fuese impar tenemos por el mismo número 67 pág. 190) que todo número ímpar multiplicado por otro de impar el producto debe ser ímpar, y como el cociente multiplicado por el divisor debe darnos el dividendo, nos resultaria que siendo el divisor y cociente ímpares el producto seria ímpar contra la hipotesis que debe ser par. Así mismo un número ímpar dividido por otro de ímpar el cociente debe ser ímpar; porque si fuese par multiplicándolo por el divisor ímpar el resultado seria par contra la hipotesis.

100. Teorema 1.° Cuando se aumenta el dividendo de una regla de partir, sin inmutar el divisor, se aumenta el cociente por la misma medida por la cual se ha aumentado el dividendo.

Aclaracion con notas generales. Si a dividida por b da por cociente c, la misma a multiplicada por una tercera m dividida por la misma b dará un cociente m veces mayor que a dividida por b, esto es, $m\times c$.

Demostracion. Cuando parto a por b miro cuantas veces la b está contenida en a, que supongo c veces, ahora si multiplico la a por m repito la a, m veces, es así que por la hipótesis debo dividirlo por la misma b; luego si la b está contenida en a c veces, en m veces la a estará contenida m veces c, luego aumentándose el cociente por lo demostrado m veces que es el aumento que hemos dado al dividendo, dirémos que el aumento del dividendo está en razon directa con el aumento del cociente, ó que es lo mismo que el cociente se aumenta por la misma medida por la cual se ha aumentado el dividendo.

Con números. Aclaracion. Si 12 dividido por 4 da por cociente

3 digo que 12×5 ú otro cualquier número dividido por el mismo 4 dará un cociente tantas veces mayor cual es la 3.ª por la cual se ha aumentado el dividendo que aquí es 5.

Práctica. . . . . $12\diagdown4=3$ $12\times5=60\diagdown4=15$ $3\times5=15$.

Demost. Si el 12 dividido por el 4 da por cociente 3, el mismo 12×5, ó lo que es lo mismo $12+12+12+12+12$ partido por el mismo 4 como cada un 12 da por cociente 3, los cinco 12 darán $3+3+3+3+3$ que es igual á decir 3×5 esto es 3 repetido cinco veces, luego se ve claramente que el cociente se há aumentado por la misma &c.

101. Teorema 2.° Si el dividendo de una regla de partir se disminuye por una tercera, y el divisor queda intacto, el cociente se disminuye tambien por la misma tercera.

Aclaracion con not. gen. Si a dividida por b da por cociente c la misma a dividida por m, $\frac{a}{m}$ habiéndose de partir por la misma b dará por cociente la c divida tambien por m, esto es $\frac{c}{m}$.

Demost. Al hacer la particion de a por b miro cuantas veces la b está contenida en a que supongo c veces, y el cociente $c\times b$ me da a; pero cuando parto la a por m y lo divido por la misma b es claro que el cociente deberá ser m veces menor de lo que era antes paraque multiplicado por el divisor b me dé el dividendo $\frac{a}{m}$ y así el cociente (número 71 Cor. 1.°) debe ser $\frac{a}{m}$ y es lo que se habia de probar.

Por números. Aclaracion. Si 12 dividido por 3 da por cociente 4, el mismo 12 partido por 2 si se ha de dividir por el mismo 3 dará un cociente la mitad menor, esto es $\frac{4}{2}=2$.

Demost. Cuando se parte el 12 por 3 se mira cuantas veces el 12 contiene al 3 esto es 4 veces, despues si dividimos el 12 dividendo por 2 lo dividimos en dos partes iguales 6 y 6 de las que solamente nos queda una, luego dividiendo una de estas el 6 por el mismo 3, es claro que tambien el 3 estará contenido la mitad de las veces que antes estaba contenido; porque para dar el mismo dividendo el divisor siendo aquel la mitad menor solamente ha de reproducirse la mitad de veces; luego el cociente será la mitad menor: lo mismo diriamos de otros egemplos.

102. Teorema. 3.° Si el divisor de una regla de partir se multiplica por una tercera, y el dividendo queda el mismo, el cociente

queda dividido por la misma tercera por la cual hemos multiplicado el divisor.

Aclaracion con not. gen. Si a, dividida por b, el cociente es c, dividiendo la misma a por $b \times m$ el cociente será $\frac{c}{m}$.

Demos. Si b reproducida c veces me da el dividendo a, es claro que siendo el divisor b reproducido m veces, para dar la misma a solo necesitará reproducirse m veces menos, esto es $\frac{c}{m}$ veces; luego cuando se multiplica &c.

Por nùmeros Aclaracion. Si 24 por 3 da por cociente 8, el mismo 24 dividido por el duplo de 3 esto es 6, dará por cociente la mitad de 8, esto es 4.

Demos. Si el 24 contiene al 3, 8 veces es claro que multiplicándose por 2 el divisor 3, como entonces el divisor 6 contendrá dos veces al 3, esto es $3+3$ para dar el mismo 24 solamente deberá reproducirse la mitad de veces, esto es $\frac{8}{2}=4$; porque el divisor ya me representa dos veces el número 3.

103. Teorem. 4.° Si se divide por una tercera el divisor de una regla de partir y se deja el mismo dividendo, el cociente quedará aumentado por la misma tercera.

Aclaracion con not. gen. Si a por b el cociente es c la misma a dividida por $\frac{b}{m}$ el cociente será $c \times m$.

Demost. Como el divisor multiplicado por el cociente nos ha de dar el dividendo, tenemos $b \times c = a$, despues como dividimos el divisor b por m tenemos que para verificar lo mismo es preciso (número 69 cor. 8.°) que el cociente sea m veces mayor, de lo que era antes, luego cuando el divisor de una regla de partir se divide por una tercera el cociente se aumenta por la misma.

Con números. Aclaracion. Si 12 dividido por 4 da por cociente 3 digo que si el mismo 12 se divide por el divisor $4 \diagdown 2 = 2$ dará un cociente duplo, esto es $3 \times 2 = 6$.

Demost. Partiendo el 12 por 4 miro cuantas veces el 4 está contenido en el 12, y encuentro 3 veces, y como despues el 4 lo divido en 2 partes y de ellas solamente tomo una, es claro que si las dos estaban contenidas 3 veces la una estará contenida un duplo de veces, ó lo que es igual 6 veces.

104. Teorema 5.° Dividendo y divisor aumentados por una misma tercera dan igual cociente.

Aclaracion con not. gen. Si a dividida por b dan por cociente c tambien darán el mismo cociente aunque a se multiplique por m, y b por m esto es:

a	$\underline{\lfloor b}$	$a\times m$	$\underline{\lfloor b\times m}$
0	c	0	c

Demost. Cuando se aumenta el dividendo a por m el cociente c queda aumentado por (Teor. 1.° núm. 100 pag. 202) la misma m; pero cuando multiplicamos el divisor b por m el cociente queda dividido (Teor. 3.° núm. 102 pag. 203) por la misma m; luego si por una parte lo aumentamos por m, y por la otra lo dividimos por la misma m nos queda el mismo cociente. Así es que $\frac{c\times m}{m} = c$.

Con números. Aclaracion. Si 12╲4 el cociente es 3; tambien será el mismo cociente 3 aunque 12 se multiplique por 6. y 4 por 6, esto es:

12	$\underline{\lfloor 4}$	12	4
0	3	×6	×6
		72	$\underline{\lfloor 24}$
		0	3

Demost. Segun lo dicho en el Teor. 1.° cuando multiplicamos el dividendo 12 por 6 aumentamos el cociente 3 por 6, pero como por el Teor. 3.° cuando multiplicamos el divisor por 6 dividimos el cociente por el mismo, tenemos que 3×6 por una parte y dividido por 6 por la otra nos da el mismo 3. Así es $\frac{3\times 6}{6} = 3$.

105. Teorema 6.° Dividendo, y divisor disminuidos por una misma tercera dan igual cociente.

Aclaracion con not. gen. Si a por b el cociente es c tambien será el cociente c aunque a se divida por d, y b por d.

a	$\underline{\lfloor b}$	$\frac{a}{d}$	$\underline{\lfloor \frac{b}{d}}$
0	c	0	c

Demost. Por el (Teor. 2.° pag. 203) tenemos que partiendo el dividendo a por d, sin tocar el divisor, el cociente c queda dividido por la misma d; pero como por el (Teor. 4.° pag. 204) cuando dividimos el divisor b por d el cociente c queda aumentado por la misma, luego si por una parte dividimos el cociente c por d, y por la otra lo multiplicamos por la misma d nos resulta el mismo cociente Así es que $\frac{c\times d}{d} = c$ igual al cociente a por b que tambien es c por la hipótesis primera.

Con números. Aclaracion. Si 24 por 6 el cociente es 4 tambien dará el mismo 4 aunque el dividendo 24 se divida por dos, y el divisor 6 por la misma medida, como vemos en la demostracion siguiente.

24	6	$\frac{24}{2}=12$	$\frac{6}{2}=3$
0	4	12	3
		0	4

Demost. Que 24 por 6 nos dé el mismo cociente que 12 por 3 se funda; en que cuando hemos disminuido el cociente 24 por 2 hemos disminuido el cociente 4 por 2 (Teor. 2.°) y cuando hemos dividido el divisor 6 por 2 hemos aumentado aquel (Teor. 4.°) por la misma medida 2; pero como todo número disminuido y aumentado por una misma medida, como por una parte deshace lo que por otra hace, queda el mismo número luego fundándonos en la teoria dada claramente vemos que dividendo y divisor divididos por una misma medida nos dan igual cociente. Así queda demostrado $\frac{24}{6}=4$ debe ser igual á $\frac{24:6}{6:2}=\frac{12}{3}=4$.

106. Como las demostraciones dadas en los teoremas sirven de lemas para demostrar gran parte de las variaciones que recibe el partir y casi toda la teoría de los quebrados vamos á aclararla mas.

Supóngase una pieza que tenga de largo 12 palmos la cual debe medirse por la medida un palmo, segun lo dicho la longitud será el dividendo; porque es la cosa que debe medirse, el palmo será el divisor; porque es el número por el cual hemos de ver cuantas veces pueda aplicarse al dividendo, y el número de veces que este se aplicará será el cociente, esto supuesto: si aplicamos el 1 palmo á la longitud de la pieza como tiene 12 palmos se aplicará doce veces; pero si esta misma longitud la duplicamos, es claro que teniendo la pieza no solo doce palmos sino otros doce, esto es dos veces 12 es claro que la medida un palmo se aplicará 24 veces; luego el cociente se aumenta por la misma medida que el dividendo; si esta misma longitud solamente fuese la mitad esto es 6 palmos, la medida un palmo solamente se aplicaria 6 veces, de donde se sigue que el cociente se disminuye por la misma medida que el dividendo; ahora si dejando intacta la longitud 12 palmos, doblamos la medida un palmo, como el divisor será 2 palmos solamente lo aplicarémos 6 veces, como si dijésemos cuando el divisor se aumenta por una 3.ª el cociente queda disminuido por la misma; pero si á la misma longitud en vez de ver cuantas veces se le aplica un palmo, le aplicamos medio palmo, esto es, el divisor dividido por dos, estará contenido este 24 veces, que es igual á un duplo de la primera medida por lo que decimos que cuando el divisor se disminuye aumenta el cociente por la misma 3.ª Por último si multiplicamos la longitud por 2, ó que es lo mismo tomamos una pieza dos

veces mas larga $12\times2=24$ y una medida doblada igualmente 1×2, entonces será igual el número de veces que se aplicará la medida $\frac{12}{1}=\frac{12\times2}{1\times2}=12$; porque como por lo dicho tomando la longitud 12 palmos, y doblando la medida 1 palmo, así como antes se aplicaba 12 veces solo se aplica 6, decimos por lo mismo que si en toda la longitud 12 el 2 se aplica 6 veces con dos longitudes $12+12$ debe aplicarse $6+6$ veces y como lo mismo nos sucederia si lo triplásemos &c. decimos que dividendo, y divisor aumentados por una misma medida dan igual cociente. Semejante raciocinio hacemos si lo disminuimos, así si de la pieza solamente se toma la mitad de su longitud, 6 palmos, y de la medida la mitad, $\frac{1}{2}$ palmo, entonces tambien se aplica igual número de veces que antes $\frac{12}{1}$; porque como por lo dicho si á la mitad de la longitud, 6 palmos aplicásemos toda la medida 1 palmo lo aplicariamos 6 veces; pero como esta la dividimos en dos partes, es claro que si la medida toda un palmo la aplicamos 6 veces, la mitad de la medida la aplicarémos un duplo de veces, que es igual á decir las mismas veces que antes, así aunque dividendo y divisor se disminuyan por una misma tercera el cociente resultante es igual al que daban antes de dividirse.

107. Con la misma teoria dada fácilmente puede demostrarse que si á los dos términos dividendo, ó divisor les añadimos, ó quitamos una cantidad cualquiera, el cociente se alterará, pero las alteraciones que resultarán no tendrán tampoco analogia con la de los términos de la division. Se funda esto en la definicion del Partir y se aclara con los teoremas esplicados.

(*Corresponde á la pagina* 36 *nota* XXXVI.)

108. Cuando se ha de reducir una especie de superior á inferior basta partir la cantidad propuesta por tanto número como un entero de los que se piden encierra veces la unidad de la especie que se ha de reducir ó trasladar, y el cociente nos indica lás superiores que encierran las inferiores dadas v. g.

7 3 4 4 *reales plata.*	8 *reales plata.*
1 4	9 1 8 *pesos sencillos.*
6 4	
0	

Esto se funda en que como el cociente nos indica el número de veces que el divisor está contenido en el dividendo, por cada una vez que esté contenido habrá 8 reales, ó bien un peso sencillo: luego si está contenido 918 veces como en este egemplo habrá 918 veces 8 reales plata ó bien 918 veces un peso, igual á 918 pesos: luego &c.

Lo mismo diriamos en cualquier otro egemplo.

(*Corresponde á la nota* XXXVII.)

109. Cuando nos dan el valor de todos los enteros comprados, ó vendidos y el número de enteros que se compran ó venden, partiendo por los enteros espresados el valor de todos ellos el cociente nos espresará cuanto vale cada uno v. g.

2 4 9.6 tt ℔	9 6 *quintales de cierta mercadería.*
5 7 6	2 6 tt ℔
0	

Se funda esto en que como el valor de cada unidad es el mismo, el valor de una de ellas será igual á una parte del valor de todas espresado por el número de unidades que hay.

(*Corresponde á la nota* XXXVIII.)

110. Cuando nos dirán el valor de un entero y el valor de todos los comprados ó vendidos, partiendo el valor de todos por el de uno de ellos, el cociente nos indicará el número de enteros comprados ó vendidos v. g. Quiero emplear 148288 reales en trigo, que cada cuartera vale 56 reales, así quiero saber cuántas cuarteras compraré?

1 4 8 2 8 8 *reales*	5 6 *reales.*
3 6 2	2 6 4 8 *cuarteras.*
2 6 8	
4 4 8	
0	

La dificultad que aquí se ofrece es como partiendo moneda por moneda el cociente deba resultar mercadería. La razon es obvia, porque representándonos cada unidad del cociente las veces que el divisor está contenido en el dividendo, y siendo el divisor el precio de cada entero de los que se compran, ó venden, como en este egemplo en que 56 reales nos representan el valor de una cuartera, será indiferente el decir que el 148288 contiene 2648 veces al 56 reales ó su igual una cuartera, luego &c.

Aun resta sobre lo mismo otra dificultad, y es que si al ultimo de la particion queda residuo, de que especie será; si de la especie del dividendo, esto es moneda; ó si de la del cociente, esto es mercaderia v. g. si decímos que un mercader empleó 6473 tt ß en cacao, que cada quintal le costó 48 tt ß y quiere saber cuantos quintales compró.

6 4 7 3 tt ß	4 8 tt ß.
1 6 7	1 3 4 *quintales.*
2 3 3	
Resíduo.. 4 1	

El resíduo 41 que sobra al último de la particion despues de haber partido las 6473 tt ß por 48 tt ß puede ser de la especie del dividendo: porque podremos decir que el mercader compró 134 quintales á 48 tt cada uno y le sobraron 41 tt ß. Puede ser tambien de la especie del cociente porque puede haber empleado el mercader las 41 tt ß en la misma mercadería y entonces diremos que si cada un quintal le cuesta 48 tt ß será igual el decir 1 quintal ó 48 tt ß y (axioma 6.° pag. 3) tambien partiendo uno y otro por una tercera que aquí será $\frac{1}{48}$ avos de quintal, ó una libra moneda; luego si con 1 tt ß compra $\frac{1}{48}$ avos de quintal con 41 tt ß comprará $\frac{41}{48}$ avos de quintal, ó que es lo mismo 41 quintales divididos por 48; luego aquí el residuo se transforma en la especie del cociente.

111. Cor. 1. De aquí inferiremos que en este caso si se continua la particion despues de hallado el ultimo residuo ya no será moneda sino mercaderia, y los enteros serán de la misma denominacion que las unidades del cociente.

112. Cor. 2. La doctrina dada en la demostracion ultima puede aplicarse á las demás operaciones de partir v. g. Si reducimos dineros á sueldos por egemplo 89 dineros diremos que son 7 ß y que al ultimo de la particion nos sobran 5 dineros, y tambien podremos decir que nos sobran 5 sueldos divididos por 12, esto es $\frac{5}{12}$ de sueldo.

113. Aquí viene de molde una advertencia que á veces confunde á muchos pensando que solamente se puede reducir una especie de inferior á superior cuando son mas las unidades de la especie inferior dada, que las que encierran un entero de la especie superior, lo que ven que es falso segun el corolario antecedente que 5 dineros reducidos á sueldos son 5 ß divididos por 12, ó $\frac{5}{12}$ avos de sueldo.

Si hubiésemos de reducir 18 dineros á libras tendriamos que son $\frac{18}{240}$ avos de libra.

Si hay diferentes especies, se reducen á la ultima especie y se parten por cuanto vale un entero de esta ultima v. g. 17 ʃ 6 si los hemos de reducir á libras lo reduciremos todo á dineros, y lo partiremos por los dineros que hacen una libra. 17 ʃ 6 $=$ 210 : 240 $= \frac{210}{240}$ avos de libra.

Cuando se ha de partir por un número que sea compuesto de dos, ó mas números basta partir 1.° por uno de estos números y el cociente que resulte por el otro. Se funda en el cor. 7.° núm. 99. en cuanto á la práctica la mira (pág. 42 prob 127 y siguientes).

(*Corresponde á las paginas* 40, 41 *y* 42)

114 Cuando á la derecha del dividendo y divisor se hallaren algunos ceros basta quitar tantos ceros del dividendo cuantos sean los del divisor y continuar la particion con las notas que queden v. g.

3 4(0 0 0 ℔ ʃ	2(0 0 0 *hombres.*
	1 7 ℔ ʃ

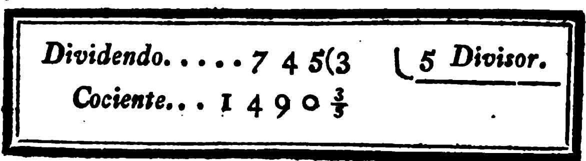
Esto se funda en que cuando quitamos tres ceros de cada parte, equivale á dividirlos por 1000; lo que no altera el cociente segun (Teor. 6.° número 105. pag. 205).

115. Si el divisor solamente va acompañado de ceros podrá resolverse la operacion quitando tantas notas del dividendo cuantos son los ceros del divisor, y despues se hará la operacion con las notas que queden v. g.

7 9 5(3 7	1(0 0
	7 9 5 $\frac{37}{100}$

Se funda en que podemos descomponer el cociente en dos partes 79500+37, con lo que para obtener el cociente tendrémos que dividir cada una de estas partes; pero $\frac{79500}{100}$ ya se funda en la doctrina del número anterior, luego &c.

116. Cuando se ha de partir una cantidad por 5 basta quitar la ultima nota y dividirla por cinco, y las demas multiplicarlas por 2.


Dividendo..... 7 4 5(3 ⌊5 *Divisor.*
Cociente... 1 4 9 0 $\frac{3}{5}$

Esta práctica se funda en que cuando quitamos la última nota dividimos las notas que quedan por

10, ó que es lo mismo por el duplo de 5, luego (Teor. 3.° número 102. pag. 203) el cociente resulta la mitad; luego doblándolo se tiene el verdadero, y es &c.

117. Asimismo para dividir una cantidad por 25 se separan las dos ultimas, y se dividen por 25 y las demas se multiplican por 4 por ser 4×25=100.

Dividendo.. 9 3 7(4 7	25. *Divisor*.
Cociente. 3 7 4 9 $\frac{22}{25}$	

Del mismo modo para partir por 125 se quitarán las tres últimas, las que se partirán por 125 y las demas se multiplicarán por 8; tambien por ser 8×125=1000.

Dividendo.. 9 3 4 5(3 4 6	125 *Divisor*.
Cociente. 7 4 7 6 2 $\frac{96}{125}$	

118. En fin en otros casos podrá el calculador manifestar su discernimiento y habilidad, como por egemplo para partir por 625 como el número 10000 es igual á 16×625 inferiremos que se quitaran las cuatro últimas notas las que se partirán por 625 y las demas se multiplicarán por 16. v. g.

Dividendo.... 3 7 9 5 3 8 7(3 4 7	625 *Divisor*.
Cociente... 6 0 7 2 6 1 9 2 $\frac{345}{347}$	

Nota Quien entienda la demostracion que se ha dado en el número 116 facilmente podrá demostrar estos ultimos números. 117 y 118 que siguen despues de él por fundarse en el mismo principio.

119. De la doctrina dada en el partir podemos poner como á escolio los lemas siguientes para facilitar la práctica.

120 *Lema* 1.° Todo número par dividido por un número par el cociente puede ser par, ó impar.

121. *Lema* 2.° Todo número par dividido por un número impar el cociente es par.

122. *Lema* 3.° Todo número ímpar dividido por otro de impar el cociente es ímpar.

123. *Lema* 4.° Cuando se parte moneda por moneda el cociente es mercaderia á no ser que se reduzca una especie de superior á inferior. Adviértase que en uno y otro caso dividendo, y divisor han de ser de una misma especie, esto es, si el dividendo son duros siendo moneda el divisor, han de ser tambien duros y si fuesen por suposicion pesetas las unidades del divisor habriamos de reducirlas á duros, ó bien estos á pesetas antes de hacer la particion.

124. *Lema* 5.° Cuando se parte moneda por mercadería la moneda debe ser dividendo y la mercadería divisor.

125. *Lema* 6.° Cuando el residuo de una regla de partir se traslada á las especies inferiores es de la misma especie que el cociente, y cuando se deja el mismo es de la misma especie que el dividendo.

126. *Lema* 7.° Cuando solamente se aumenta el dividendo de una regla de partir, el cociente se aumenta por la misma medida; si se disminuye, queda disminuido por la misma medida.

127. *Lema* 8.° Cuando se disminuye el divisor de una regla de partir, el cociente se aumenta; si se aumenta, disminuye, y en uno y otro caso queda aumentado, ó disminuido el cociente por la misma tercera por la cual se ha aumentado, ó disminuido el divisor.

128. *Lema* 9.° Dividendo y divisor aumentados, ó disminuidos por una misma medida dan igual cociente.

129. *Lema* 10.° Lo mejor es así en el multiplicar como en el partir abstractar los factores, y despues aplicar los lemas dichos.

MÉTODO PARA ENCONTRAR TODOS LOS DIVISORES Y factores de una cantidad, y varios métodos para hallar la mayor comun medida entre dos ó mas cantidades.

130. Antes que pasemos á dar la regla general para hallar todos los divisores que tiene un número, enseñaremos primeramente un método para hallar los divisores mas simples.

131. Cuando una cantidad acaba en cero ó en número par tiene mitad v. g. 7238 tiene mitad por ser par la última nota 8.

Demost. Lo que deberia influir en que la cantidad no tuviese mitad serian las decenas, centenas, millares, pero como toda decena, centena, millar, &c. la tienen; luego si la tiene solamente la última nota, toda la cantidad la debe tener.

132. Se conoce si es divisible por 3 si la suma de los guarismos del número propuesto, considerados como unidades, fuere 3, ó un múltiplo de 3 v. gr. 8745 que la suma de sus nòtas $8+7+4+5=24$ es divisible por 3; porque el tercio de 24 es 8 diremos que toda la cantidad 8745 lo es.

Antes que pasemos á dar una regla general para inferir no solamente la práctica de que manera pueden buscarse todos los medios para indagar si una cantidad es divisible por cualquier número que se pretenda, sino tambien el fundamento de la misma; pasarémos á dar una demostracion sencilla para el tercio, la cual igualmente podrá servirnos para el noveno.

Demost. Se funda esto en que si tomamos el tercio de cada decena 10 nos sobra 1; luego si hay x decenas tomando el tercio nos sobrarán x unidades; lo mismo encontraremos en cada centena que tomando el tercio 100, que es 33 nos sobrara 1 luego si hay z; centenas, tomando el tercio de cada una de por si nos sobrarán z lo mismo encontraríamos en los millares, diez millares &c. Se sigue pues de aquí que siempre que nos sobrará un número de unidades igual al número de decenas, mas las centenas &c. que representa toda cantidad; luego solamente debemos atender á la suma de estas consideradas como unidades, para indagar si la cantidad que nos dan es divisible por 3, y es &c.

133. Cualquier cantidad que sus dos ultimas notas tengan cuarto; toda ella debe tener cuarto v. g. 374524 tiene cuarto; porque el cuarto de 24 que son sus dos ultimas notas es 6 decimos que todo el número 374524 tambien debe tener cuarto.

Demost. Lo que dejamos aquí de mirar son las centenas, millares &c., pero como toda centena 100 su cuarto 25, lo mismo todo millar 1000 cuarto 250 &c: luego si todas las notas excepto las dos ultimas ya se vé que tienen cuarto, solamente deben mirarse estas si reunen un número exacto de cuatros para saber si toda la cantidad reune la misma propiedad.

134. Cuando un número acaba en 5, ó en cero tiene quinto v. g. 7345, y 87940 los dos tienen quinto por acabar aquel en 5 y este en cero.

Demost. Se funda esto en que como toda decena, centena, millar son divisibles por 5 y siéndolo igualmente el 5, y no influyendo el cero se infiere que siempre que ocupen estos el lugar de unidades del número que nos den, será divisible por 5.

135. Toda cantidad que reuna las propiedades de tener tercio,

y mitad tendrá sexto v. g. 39576 tiene sexto; porque la suma de sus notas $3+9+5+7+6=30$ tiene tercio y al mismo tiempo acaba en 6 número par.

Demos. Como (Cor. 7.° número 99 pág. 202) un número par dividido por impar el cociente es par, partiendo por el impar 3 nunca podrá destruirme la parte par; y el número dado deberá tener las dos partes, esto es $2\times3=6$.

Cor. De aquí se sigue que si un número tiene dos, tres &c. partes tales que la una no sea multíplice de la otra; el tal número debe reunir una parte que sea el producto de todas ellas v. g. el número que tenga tercio y cuarto tendrá doceno; el que $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{15}$: el que $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{21}$ avos: el que $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{24}$ avos el que $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{20}$ avos; aunque en esta ultima parte podriamos decir el que acabe en cero y la nota que anteceda á este sea tambien cero ó número par tendrá $\frac{1}{20}$; en fin el que $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$ y $\frac{1}{5}$ tendrá $\frac{1}{105}$ y no pongo mas egemplos porque cualquiera podrá indagar él mismo las partes que pueda tener el tal número con tal que siga este método.

136. El séptimo se busca por el tanteo v. g. 79562 diremos el $\frac{1}{7}$ de 7, 1; él de 9, 1; el de 25, 3; el de 46, 6; y el de 42, 6.

Lo buscamos por este método por ser mas facil que si lo mirásemos por las reglas con que lo podriamos conocer.

137. Cualquier número que sus 3 notas ultimas tengan octavo reune la propiedad de tenerlo tambien él v. g. 73544468 que sus tres ultimas notas 368 tienen octavo exacto que es 48: todo el 73544368 debe tener tambien octavo.

Demost. Como todas las notas que anteceden á la tercera son millares, diez millares &c y todo millar $1000=8\times125$, todo diez millar $10000=8\times1250$ &c. tienen octavo, con tal que lo tengan las tres últimas notas toda la cantidad lo debe tener.

Cor. Siguiendo la misma doctrina diremos que si las cuatro notas últimas de una cantidad tienen dieziseisavo toda ella debe tenerlo, por ser $16\times625=10000$.

138. Una cantidad se conoce si es divisible por 9, si la suma de los guarismos del número propuesto, considerados como unidades, fuese 9 ó un múltiplo de 9 v. g. 353457 que la suma $3+5+3+3+5+7=27$ tiene noveno; decimos que el 353457 tiene noveno.

Sígase el análisis que hemos hecho (número 132.) tratando del tercio, y no se tendrá dificultad en demostrar el porqué del noveno.

139. *Escolio*. De lo dicho hasta aquí se sigue que el número que no tenga mitad no tendrá tampoco cuarto, ni sexto, ni octavo, en una palabra no tendrá por divisor ningun número que tenga el dos por factor, y de la misma manera diremos que ningun número puede ser divisor exacto de otro número si sus factores no son tambien divisores exactos del número que haya de ser divisor.

140. Como el tiempo nos llega á ser tan precioso, es preciso que pase por alto la regla general que he dicho daría para resolver el problema siguiente: dado un número cualquiera, conocer si es divisible por otro número cualquiera, por otros medios diferentes de los que suministra la division y tambien su demostracion.

Con todo el que guste saber el problema y su demostracion vea el primer tomo de la obra de Matemáticas de D. Mariano Vallejo en las páginas 74, 75, 76, 77, y 78.

141. Una vez que ya tenemos sentados estos principios pasaremos á dar la regla general para encontrar todos los divisores de una cantidad, y hallados estos, ya tendremos todos sus factores; porque como toda cantidad, excepto la unidad, se puede considerar como un producto de algunas otras inferiores, toda cantidad tendrá algunos factores por cuya multiplicacion se pueda formar: de consiguiente todo factor debe ser un divisor exacto de la tal cantidad, y hallados estos ya se tienen aquellos.

142 *Regla*. Divídase la cantidad propuesta por 2, todas las veces que se pueda, se entiende despues de dividida la primera vez la cantidad, se van dividiendo los cocientes resultantes, despues se dividirá por 3 todas las veces que se pueda, luego por 5, despues por 7, luego por 11 (1) y en general por todos los números primos (2) todas las veces que pueda hasta encontrar un cociente que no sea divisible exactamente sino por la unidad. Estos divisores en-

---

(1) Para conocer si un número tiene onceno, se suman todas las notas que se hallan en lugares pares, á esta suma se le añade un cero y á esta última cantidad la suma de las notas que ocupan lugares ímpares, y si el resultado tiene onceno, lo tiene el número propuesto v. g. 232056 tiene onceno; porque la suma de sus notas pares es $5+2+2=9$ que añadiendo un cero son 90; la de los ímpares es $6+0+3=9$ y 90 son 99 y como el 99 dividido por 11 da 9 por cociente sin dejar resta, inferiremos que 232056 tiene onceno.

(2) Quien no tenga paciencia para buscar los números primeros se podrá valer de las tablas de Mr. Lambert que contienen los comprendidos hasta

contrados son los divisores simples de la cantidad dada, los productos de cada dos, de cada tres, de cada cuatro, de cada cinco de ellas &c. combinados serán sus divisores compuestos v. g. Si se han de encontrar todos los divisores de 360 haremos la operacion como sigue.

Dividendos.		*Divisores.*		*Cocientes.*
360	:	2	=	180
180	:	2	=	90
90	:	2	=	45
45	:	3	=	15
15	:	3	=	5
5	:	5	=	1

Dividimos el 360 por 2, su cociente 180 tambien por 2 y su cociente 90 igualmente por 2, su cociente 45 ya no es divisible por 2 sino por 3 lo dividimos por 3, su cociente 15 tambien por 3, por último su cociente 5 ya no puede dividirse sino por sí mismo, y una vez dividido ya tenemos todos los divisores simples que son 2, 2, 2, 3, 3, 5.

102000; pero para mayor comodidad le pondré los 169 que hay desde 1 hasta 1000, y son los siguientes.

1. 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. 37. 41.
43. 47. 53. 59. 61. 67. 71. 73. 79. 83. 89. 97.
101. 103. 107. 109. 113. 127. 131. 137. 139. 149. 151. 157.
163. 167. 173. 179. 181. 191. 193. 197. 199.
211. 223. 227. 229. 233. 239. 241. 251. 257. 263. 269. 271. 277.
281. 283. 293.
307. 311. 313. 317. 331. 337. 347. 349. 353. 359. 367. 373.
379. 383. 389. 397.
401. 409. 419. 421. 431. 433. 439. 443. 449. 457. 461. 463.
467. 479. 487. 491. 499.
503. 509. 521. 523. 541. 547. 557. 563. 569. 571. 577. 587.
593. 599.
601. 607. 613. 617. 619. 631. 641. 643. 647. 653. 659. 661.
673. 677. 683. 691.
701. 709. 719. 727. 733. 739. 743. 751. 757. 761. 769. 773.
787. 797.
809. 811. 821. 823. 827. 829. 839. 853. 857. 859. 863. 877. 881.
883. 887.
907. 911. 919. 929. 937. 941. 947. 953. 967. 971.
977. 983. 991. 997.

Los divisores compuestos serán

Los productos de cada dos...

$$\left\{\begin{array}{l} 2\times2=\ 4 \\ 2\times3=\ 6 \\ 2\times5=10 \\ 3\times3=\ 9 \\ 3\times5=15 \end{array}\right\}$$

.... 4. 6. 10. 9. 15.

Los productos de cada tres..

$$\left\{\begin{array}{l} 2\times2\times2=\ 8 \\ 2\times2\times3=12 \\ 2\times3\times3=18 \\ 2\times2\times5=20 \\ 2\times3\times5=30 \\ 3\times3\times5=45 \end{array}\right\}$$

. 8. 12. 18. 20. 30. 45.

Los productos de cada cuatro..............

$$\left\{\begin{array}{l} 2\times2\times2\times3=24 \\ 2\times2\times2\times5=40 \\ 2\times2\times3\times3=36 \\ 2\times2\times3\times5=60 \\ 2\times3\times3\times5=90 \end{array}\right\}$$

.. 24. 40. 36. 60. 90.

Los productos de cada cinco..........

$$\left\{\begin{array}{l} 2\times2\times2\times3\times3=\ 72 \\ 2\times2\times2\times3\times5=120 \\ 2\times2\times3\times3\times5=180 \end{array}\right\}$$

.....72. 120. 180.

Los productos de cada seis.............

$$\left\{2\times2\times2\times3\times3\times5=360\right\}$$

.... 360.

Como todo número dividido por si mismo da por cociente el mismo número propuesto, hemos empezado á dividir el 360 por 2, y hemos continuado la operacion, como nos manifiesta la primera casilla de las de arriba, la que nos manifiesta que los divisores simples de dicha cantidad son 2, 2, 2, 3, 3, 5 ó cuantas combinaciones se puedan hacer con estos números como lo hemos practicado en las otras casillas. Se prueba empezando por debajo de la primera casilla diciendo: el divisor último 5 multiplicado por 1 da todo el dividendo 5, y como este es el cociente de $\frac{15}{3}$ multiplicándolo por el otro divisor 3 nos saldrá el dividendo 15; resulta de esto que siendo este cociente 5 igual al divisor de la otra operacion el 15 tendrá por factores no solo el

3 que tiene al frente, si que tambien el 5 dicho: prosígase de esta manera, y se encontrará que los factores simples que componen el número 360 son 2, 2, 2, 3, 3, 5, ó que es lo mismo $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$, en el cual producto cada cifra; el producto de cada dos, el producto de cada tres el producto, de cada cuatro, el producto de cada cinco son factores, por consiguiente divisores, y como toda cantidad se puede dividir por si misma el producto de las seis es tambien divisor.

143. Valiéndonos de esta operacion podremos buscar la mayor comun medida á dos ó mas cantidades, buscando primeramente todos sus divisores y despues entre estos buscar el mayor número divisor que sea comun á todos v. g. Si he de buscar la máxima medida comun entre 60 y 210 hallaré primeramente sus divisores, así los de 60 son 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y el mismo 60 y los de 210 son 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105 y tambien 210. Ahora entre estos busco el mayor número que sea medida exacta de los dos á un tiempo y hallo ser 30; luego digo que la mayor medida comun entre 60 y 210, es 30.

144. Siguiendo la teoría dada tambien podremos buscar la máxima medida buscando primeramente los divisores mas altos que por las reglas dadas conozcamos, y con estos partir los números propuestos; á los cocientes que nos resulten practicar lo mismo, y así siguiendo hasta que tengamos los números reducidos á un término tal que lleguen á ser entre sí primos; y despues multiplicando los divisores hallados el producto nos indicará la máxima medida comun entre las dos, tres, &c. cantidades v. g. Si se ha de buscar la máxima medida comun entre 60, 210 y 360 miraremos primeramente que divisor conocido tienen y que le sea comun, y hallaremos ser 10 por acabar todos con cero por cuyo número los partiremos y nos saldrán 6, 21 y 36. Ahora buscaremos otra medida, y hallaremos que la mayor es 3, y partiéndolos por esta nos resultarán 2, 7 y 12 números entre sí primos; luego digo que su máxima comun medida es $3 \times 10 = 30$.

Nota. Este es el método que regularmente se practica cuando se reduce un quebrado á la menor espresion; pero como hay ciertos números que tienen por divisores algun número primo alto al que no basta la luz del calculador para atinar á tal medida; buscaremos otros medios para hallarla por ser muy engorroso el primer método.

145. Puede hallarse la máxima comun medida á dos ó mas cantidades, partiendo primeramente la cantidad mayor por la menor.

Si sobra algo se parte la cantidad menor que era divisor por el resíduo. Si aun sobra algo se parte por el último resíduo el número que últimamente ha sido divisor. Se continuan estas particiones hasta que el resíduo es cero, y el divisor último es la mayor comun medida, si solamente hay dos cantidades. Si hay tres, despues de buscada la mayor comun medida entre dos cantidades por el método dicho, se busca por el mismo entre la otra y la mayor medida de las dos. Si hay cuatro, enfre la mayor medida de las tres y la cantidad que ha quedado. Si &c. y el divisor último de la última operacion es la mayor comun medida entre las tres, cuatro &c. cantidades v. gr. Se ha de buscar la mayor comun medida entre 68 y 48.

Dividendo.	68	48 .			*Divisor.*
		1			
		48	20 . . .		*Resíduo* 1.°
			2		
		20	8		*Resíduo* 2.°
			2		
		8	4		*Resíduo* 3.°
			2		
		0			*Resíduo* 4.°

Como el divisor último es 4, diremos que la mayor medida comun á 68 y 48 es 4.

Antes que pasemos á demostrar el porque el divisor último es la mayor comun medida haciendo la operacion por este método, es preciso entender los lemas siguientes.

146. Lema 1.° *Dos números medidos por una tercera, la suma de los dos es medida por la misma tercera.*

Demost. Si, por egemplo, 12 y 8 son de tal correlacion entre sí que contengan algunas veces, v. gr. el 4, es claro que sumándolos $12+8=20$ la suma debe contener tambien un número de veces el 4; porque entonces el agregado 20 contiene tantos cuatros, como es la suma de cuatros que antes contenia cada uno de los sumandos.

147. Lema 2.° *Dos números medidos por una tercera, la diferencia de los dos es medida por la misma tercera.*

Demost. Si á 12 multíplice de 4 se le ha de quitar otra cantidad menor 8, tambien multíplice de 4, lo que se hace es restar

de un número de cuatros, otro número de cuatros; luego la diferencia es medida por 4 así como el minuendo y subtraendo.

148. Lema 3.º *Dos números medidos por una misma tercera, aunque se multipliquen por otro número, siempre sus productos son medidos por la misma tercera.*

Demost. Si 32 y 8, son medidos por 4, ó que es lo mismo contienen algunas veces el 4, es claro que aunque se multipliquen por otro número, que supongo sea 3, tambien sus productos $32\times3=96$ y $8\times3=24$ contendrán algunas veces el 4; porque entonces no hacemos otra cosa que reproducir las cantidades 32 y 8 un número de veces, y si antes contenian al cuatro, z veces, tambien deben contenerlo despues, aunque en mayor número, esto es $z\times3$ veces (Teor. 1.º número 100 pág. 202).

149. Lema 4.º *Si un número mide á otros dos números uno mayor y otro menor, mide tambien á la diferencia entre el multíplice del menor (con tal que este no iguale al mayor) y el mayor.*

Aclaracion. Si 36 y 8 tienen por medida el número 4, digo que el 4, tambien medirá á la diferencia que salga, si del 36 se le quita un multíplice del 8 que no le iguale: por egemplo, si se le quita 24 que es uno de tantos, medirá á la diferencia 12.

Demost. Siendo 4 medida de los números 36 y 8; tambien lo debe ser de 8 multiplicado por una tercera v. gr. 3, ó lo que es lo mismo de $8\times3=24$ su multíplice (Lema 3.º núm. 148). Luego 4 es medida de 36 y del multíplice de 8, esto es de 24, y como por hipótesis 36 ya debe ser mayor que el multíplice de 8; es claro que siendo el 4 medida de los dos, tambien (Lema 2.º núm. 147) debe ser medida de la diferencia que quede, si del 36 se le quita un multíplice del 8, esto es, de $36-8\times3=36-24=12$, y es &c (1).

Esto supuesto vamos á demostrar la operacion que hemos hecho probando como el 4 es medida entre 68 y 48, lo que empezaremos á manifestar por el último de la resolucion de la dicha operacion; y despues empezando por el principio demostraremos porque debe ser la mayor medida comun á los mismos números 68 y 48.

Porque el 4 divisor último, se mide á sí mismo, debe (Lema 3.º número 148) medir á sus multíplices, y tambien (Lema 1.º núme-

(1) Si en cada una de las demostraciones de los cuatro lemas, se substituyen letras en lugar de los números, se verá que los cuatro lemas dados son proposiciones generales.

ro 145) á la suma de estos, por consiguiente á $2\times4=8$, que es su duplo, tambien á $2\times8+4=20$, que es su quíntuplo, igualmente á $2\times20+8=48$ que es su duodécuplo, en fin á $1\times48+20=68$, que es su septemdécuplo; luego se ve con esta análisis que el cuatro es comun medida á 68 y 48, y es la mayor, porque si otro número mayor que él v. g. 5 midiese á 68 y 48 tambien (Lema 2.° número 146) mediria á su diferencia $68-48=20$, y si midiese á 20, y 48 tambien mediria (Lema 4.° número 148) á la diferencia del duplo de 20 y 48 que es $48-2\times20=8$, y midiendo á 8 y 20, mediria igualmente (Lema 4.° número 148) á la diferencia del duplo de 8 y 20 que es $20-2\times8=4$, y así el 5 mediria al 4 número menor.

Lo mismo hubiera sucedido aunque al 4 hubiésemos añadido una cantidad infinitamente pequeña. Deducimos de aquí que siendo el 4 medida de 68 y 48 por lo demostrado no pudiendo haber otra mayor medida comun que el mismo 4, debe ser la máxima.

150. Paraque no se dude de la verdad de la demostracion; demostrarémos un egemplo que sea general á todos los demas que se puedan presentar v. g. Se ha de buscar la mayor comun medida comun á las cantidades generales $a>$ y $b<$.

Dividendo . . . . a | b . . . *Divisor.*
c

b | d . . . . *Resíduo* 1.°
e

d | f . . . . *Resíduo* 2.°
g

0 . . . . *Resíduo* 3.°

Suponemos que a cantidad mayor dividida por b cantidad menor da por cociente c y sobra d, despues siguiendo la regla general dada partimos el número menor b que era divisor por el resíduo d y tambien suponemos que el cociente de b por d es e y resta f, ultimamente partimos la cantidad d que era ultimo divisor por el ultimo resíduo f e igualmente suponemos que el cociente es g y el resíduo cero, luego segun la referida regla general la f debe ser la mayor comun medida á las cantidades a y b.

151. Vamos, pues, á probar primeramente como la f es comun medida de a y b.

Porque la cantidad f se mide á si misma tambien (Lema 3.° número 147) debe medir á su multíplice $f\times g=d$ (1) y tambien (Lema 1.° número 145) á la suma de sus multíplices $d\times e+f=b$ (2) luego por lo dicho en los mismos lemas siendo f medida de d y b; debe serlo de $b\times c+d=a$ (3); luego f es comun medida de a y de b.

Una vez que se ha probado que es medida comun la f entre a y b, vamos á probar que es la mayor diciendo: si v. g. $f+1$ midiese á las cantidades a y b mediria asimismo (Lema 4.° número 148) á la diferencia entre a y un multíplice de b que sea $b\times c$ cuya diferencia será d (4) y midiendo á la d, y á la b medirá tambien (Lema 4.° número 148) á la diferencia entre b y un multíplice de la d el que suponiendo sea $e\times d$ la diferencia será f (5); luego $f+1$ mediria á f lo que no puede ser porque un número mayor mediria á otro de menor; y como lo mismo nos hubiera sucedido aunque á la f hubiésemos añadido una cantidad infinitamente pequeña, *deducimos*, que no pudiendo haber otra mayor comun medida entre a y b que f debe ser la máxima.

Nota. Si el divisor ultimo es la unidad nada se ha de probar; porque la unidad es medida de todo número; porque esta es la base por medio de la cual se forman todos los números, y por esto la unidad no influye en la multiplicacion, ni tampoco en la division cuando es divisor; decímos cuando es divisor porque si es dividendo entonces si que influye por poder dividirse en partes.

152. Una vez hemos visto estos tres métodos para buscar *la máxima* medida comun á dos ó mas cantidades, pasarémos á dar otro método para hallarla que á mas de servirnos para buscarla á las cantidades numéricas, nos será preciso valernos de él para buscarla

---

(1) Digímos (núm. 93 Cor. 3.° pag. 200) que el divisor multiplicado por el cociente daba el dividendo cuando nada sobra por resíduo, y si sobra algo el producto del cociente por el divisor, mas el resíduo es el que da el dividendo; luego si en la particion de d por f el cociente ha sido g y el resíduo cero ó nada $f\times g=d$.

(2) Como b dividida por d el cociente ha sido e y el resíduo f, por lo tanto decimos $d\times e+f=b$.

(3) Asimismo porque a partida por b ha dado por cociente c y ha sobrado por resíduo d, decimos tambien $b\times c+d=a$.

(4) Que sea d la diferencia entre a y $b\times c$ es claro: porque por la suposicion que hemos hecho a partida por b ha dado por cociente c y por resíduo d, luego la diferencia de $b\times c$ á la cantidad a debe ser la d.

(5) Como la cantidad b partida por d ha dado e por cociente y por resíduo f, por esto decimos que de $e\times d$ á b resta f.

á las cantidades algebráicas (1) pero antes que digamos como debe practicarse la operacion, es preciso entender los lemas siguientes para que se pueda ver desde luego el fundamento de la misma.

153. *Lema.* 1.° Dados dos ó mas números no se alterará su mayor comun medida aunque los multipliquemos, ó partamos por unas terceras tales que por las que aumentemos ó disminuyamos al uno no sean multíplices ni submultíplices de los otros, y lo mismo digo de los demas.

Se funda esto en que como el número por el que los multiplicamos, ó partimos no es factor del número que es comun medida, aunque partamos el uno: por esto no destruimos la comun medida; porque no destruimos ninguno de sus factores, asimismo cuando multiplicamos uno de los dos no añadimos ningun factor á la misma comun medida; porque no siendo multíplice ni submultíplice del otro número no añadimos ningun factor al número aumentado que el otro tambien tenga; por lo tanto los factores que componen la máxima comun medida no se alteran, y ella debe quedar igual al número que era antes v. g. Si 12, 16 tienen por máxima comun medida 4 aunque multipliquemos el 12 por 5 por eso no se altera la mayor comun medida 4 por no ser el 5 multíplice ni submultíplice de 16, por la misma razon aunque parta el 12 por 3 no se alterará tampoco la mayor comun medida. Así será lo mismo buscar la mayor comun medida entre 12 y 16 que entre $12 \times 5 = 60$ y 16 ó bien entre 12 y $16 \times 5 = 80$ é igualmente entre $12 \diagdown 3 = 4$ y 16; pues que siempre la máxima comun medida debe ser 4.

154. *Lema.* 2.° No se altera la mayor comun medida de dos ó mas cantidades aunque las partamos todas ó alguna de ellas por cualquiera tercera; con tal que al número que dividamos le queden despues de dividido, esto es á su cociente, los mismos factores que antes tenia comunes con los demas números, por egemplo: Buscando la máxima medida comun entre 105, y 175 tambien obtendremos la misma mayor comun medida, aunque la busquemos entre 105, y el cociente de 175 partido por 5 que es 35 por quedar tambien á este número 35 el factor comun 5 que antes tenian el 105 y 175.

Se funda esto en que como por lo dicho la mayor comun me-

(1) La regla que da Poy para buscar la mayor comun medida entre dos cantidades algebráicas no es general á todos los casos, como lo veremos en un egemplo que pondremos de Bezout tratando del álgebra.

dida entre dos ó mas cantidades es el mayor factor que pueda dividir á las dos; aunque este sea un factor compuesto, esto es que se componga de varios factores simples los que tambien deben ser comunes á uno y otro no destruyendo á ninguno de estos (por la condicion del lema) debe quedar la misma máxima medida comun.

155. Esto supuesto podremos resolver mas facilmente la operacion de hallar la mayor comun medida á dos ó mas cantidades, partiendo, ó multiplicando primeramente sus términos por unas medidas tales que guarden las condiciones dadas en los lemas antecedentes (Lema 1.° número 153 y Lema 2.° número 154) y despues buscando su mayor comun medida por cualquiera de los métodos dados á los números que resulten v. g. Si he de buscar la mayor comun medida á 68. y 48 podré (Lema 1.° número 153) partir el 68 por 17 por no ser este número medida del 48 y hallarla despues á los números resultantes sin que por este se altere. Así tendre que $68 \diagdown 17 = 4$ y que la mayor comun medida á 48 y 4 es 4 y por lo tanto digo que la mayor comun medida á 68 y 48 es 4.

Otro egemplo. Habiendo de buscar la mayor comun medida á 168, y 126 podré reducir estos términos (por la doctrina dada en el lema 2.° número 154) sin que por esto se altere su mayor comun medida, partiendo el 168 por 4, porque quedan á su cociente 42 los mismos factores comunes con el 126 que tenia con el mismo número 168. Ahora (por el mismo lema 2.° número 154.) podré partir el 125 por 3 por quedar á su cociente 42 tambien tercio, y hallando la mayor comun medida á 42, y 42 que es 42 tendré la mayor comun medida á 168 y 126; pues tambien debe ser el mismo 42.

156. En fin hallando por el mismo método la mayor comun medida á los números 63 y 24 partiré el 63 por 7 por no ser medida el 7 del 24, despues al cociente resultante de $\frac{63}{7}=9$ lo partiré por 3, lo que puede hacerse por quedarle á su cociente $\frac{9}{3}=3$ tambien tercio, y ultimamente hallaré la mayor comun medida á los números 3 y 24 que es 3 y tendré ya la mayor comun medida á los números 63 y 24 que es 3.

Podia en vez de tomar el tercio del 9 tomar el 8 del 24 y me habria salido lo que se busca con igual facilidad.

Igual resultado me habria salido tomando primeramente el octavo del 24 que es 3, y despues buscando la mayor comun medida á 63 y 3.

63 | 5
0 | 21

DE LAS FRACCIONES Ó QUEBRADOS.

Una vez se ha tratado del partir, facilmente podrá entenderse lo que es un quebrado y la reduccion de fracciones á otras espresiones que es solamente lo que aquí intentamos (1).

Definiciones.

157. *Fraccion ó número quebrado es una ó muchas partes de aquellas en que se considera dividida una unidad*, como cuando dividimos un duro en cinco partes iguales; si tomamos una de estas partes, será un quinto de duro; si tomamos dos, serán dos quintos; si tres, tres quintos, y si cuatro, cuatro quintos: y estos son fracciones, ó quebrados. Las partes en que dividimos la unidad se llama *Denominador* y se pone debajo de una línea; y el número de partes que tomamos de este se llama *Numerador*, y se pone sobre la misma línea v. g. cuando decimos $\frac{3}{5}$ de duro, nos indica que el duro se ha dividido en cinco partes, y de ellas tomamos tres. Los quebrados los dividen los calculadores en propios, impropios y aparentes: dan el nombre de propios á aquellos cuyo *numerador* es menor que su *denominador* v. g. $\frac{2}{7}$; el de *impropios* á los que tienen el numerador mayor que el *denominador* v. g. $\frac{8}{7}$, y el de aparentes á los que tienen el numerador igual al denominador v. g. $\frac{5}{5}$. Conocen tambien otra division en los quebrados: tal es la de dividirlos en simples y compuestos. Quebrado simple, es aquel que es parte ó partes de un entero ó de la unidad como $\frac{2}{9}$ de peseta. Quebrado compuesto es aquel que es parte, ó partes de un quebrado simple tomado como á todo; como si $\frac{6}{9}$ se suponen divididos en tres partes y de ellas se toman dos, serán $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{9}$.

Axiomas.

158. 1.° *El denominador de un quebrado, siempre vale un entero*; porque no significa otra cosa que un entero dividido en partes.

(1) (Se podrán enseñar primeramente los quebrados segun el capítulo que sigue, y despues para adquirir la práctica se verá el capítulo del autor.)

159. 2.° *Si el numerador es igual al denominador el quebrado vale un entero; si es menor vale menos, y si mayor mas que un entero:* como en estas fracciones $\frac{6}{6}$ ó $\frac{1}{1}$ &c. son cada una un entero: estas otras $\frac{4}{7}$, $\frac{2}{3}$ cada una es menor que un entero; pero en estas $\frac{8}{3}$, $\frac{5}{1}$ vale cada una mas de un entero: consta de lo dicho.

160. Acabamos de ver que es un axioma el que el denominador de una fraccion siempre vale un entero; v. g. en esta fraccion $\frac{3}{4}$ el 4 vale un entero porque representa las cuatro partes en que está dividida la unidad; en esta otra $\frac{6}{7}$ el 7 representa las siete partes en que está dividida la unidad; luego se ve claramente que á proporcion que sea mayor el denominador serán menores cada una de las partes en que esté dividida la unidad; así si de una pera hacemos cuatro partes será mayor cada una de estas partes, que si de la misma hacemos siete partes y de estas tambien tomamos una; porque entonces haciendo mas partes de la pera cada una de estas serán menores; como lo mismo probariamos en otros egemplos: se sigue que de un todo á proporcion que hacemos mas partes resultan estas menores que si del mismo todo hacemos menos; así es claro que siendo el denominador de un quebrado un todo que es la unidad, á proporcion que sea mayor el número que lo representa será menor cada una de las unidades de este, esto es, de las partes del denominador.

Si el número mayor es multíplice del menor, por egemplo, si la pera que hemos considerado dividida en siete partes la dividiésemos en ocho, tendriamos que cada parte de las ocho seria mitad de las de á cuatro; porque entonces la tal pera que estaba dividida en cuatro partes iguales seria preciso hacer de cada una de estas partes dos paraque nos resultase la misma dividida en ocho partes iguales; por lo tanto se ve que cada una de las partes del cuatro seria dupla de las del ocho. Como lo mismo probariamos si la dividiésemos en doce partes, esto es cada una de las cuatro seria triple de las del doce, si en 16, &c y lo mismo diriamos en otros egemplos, se sigue de aquí que cuando el denominador de un quebrado es multíplice de otro la parte que resulte de dividir en el mayor denominador, será el mismo submultíplice de la menor.

161. Si permaneciendo uno mismo el denominador se aumenta ó disminuye su numerador aumentará ó disminuirá del mismo modo el quebrado; porque entonces no alterandose el denominador no se alterará el valor de cada parte (núm. 160 pag. 226) luego aumentándose el numerador debe aumentarse tambien el valor del que-

brado, y disminuyéndose debe disminuir igualmente el quebrado su valor (núm. 159 axioma 2.° pag. 226); si el quebrado aumenta por via de multiplicacion ó disminuye por via de division debe aumentar ó disminuir del mismo modo el quebrado; porque si bajo la misma hipótesis que el denominador ha quedado intacto hemos doblado, triplicado el numerador, el número de partes que tomamos, esto es el valor del quebrado tambien se ha doblado, triplicado, &c. y al contrario si hemos tomado la mitad, el tercio del mismo numerador, el valor del quebrado solamente será la mitad, el tercio &c. de lo que era antes; luego para multiplicar un quebrado por una cantidad basta multiplicar su numerador por la misma cantidad; y para partirlo, dividir el dicho numerador; así para multiplicar $\frac{3}{4}$ por 5 diremos $\frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4}$, para partir $\frac{6}{8}$ por 3 diremos $\frac{6 \backslash 3}{8} = \frac{2}{8}$.

162. Si en una fraccion permaneciendo uno mismo el numerador del quebrado, se aumenta el denominador se disminuirá el valor de la fraccion, porque entonces (núm. 160 pag. 226) las partes en que se dividirá la unidad serán menores, luego quedando el mismo numerador se habrá disminuido el valor de cada una de sus partes, esto es el valor del quebrado. Si este aumento del denominador ha sido por via de multiplicacion, la fraccion debe disminuir su valor por via de division; porque si las partes en que se divide la unidad son el duplo, el triplo &c. de lo que eran antes, el valor de cada una parte se hará la mitad, el tercio, &c. menor de lo que antes era (núm. 160 pag. 226); luego para dividir una fraccion por una cantidad bastará multiplicar el denominador por la misma cantidad. Así para dividir $\frac{3}{4}$ por 2 ó que es lo mismo para tomar la mitad de $\frac{3}{4}$ multiplicaremos el denominador 4 por 2 y diremos que es $\frac{3}{8}$. Ahora segun la hipótesis establecida si disminuye el denominador debe aumentar el valor de la fraccion; porque entonces siendo menos las partes en que se divide la unidad deben ser mayores las partes que tomamos (núm. 160 pag. 226), esto es debe ser mayor el valor de la fraccion, si esta disminucion ha sido por via de division la fraccion habrá aumentado su valor por via de multiplicacion; porque entonces si hemos tomado la mitad, el tercio, &c. del denominador; el valor de cada parte que (núm. 160 pag. 226) tomamos se hará el doble, el triplo, &c. de lo que era antes; luego cuando se parte el denominador de una fraccion por una tercera, se multiplica la fraccion por la misma. Así para multiplicar $\frac{3}{4}$ por 2 podemos resolver la operacion partiendo el denominador 4 por 2, y así diremos que el duplo de $\frac{3}{4}$ es $\frac{3}{2}$.

163. Si núm. 161 pag. 226) multiplicando el numerador de un quebrado por una tercera, multiplicamos el tal quebrado por la misma tercera; y (núm. 162 pag. 227) dividiendo el denominador por cualquiera tercera; multiplicamos el mismo quebrado por la tercera que lo hemos dividido; resultará de aquí que un quebrado no alterará su valor aunque sus dos términos los multipliquemos por una misma tercera; porque entonces lo que aumentaremos por una parte, lo disminuiremos por otra, y por lo tanto la fraccion no habrá alterado su valor v. g. Si en esta fraccion $\frac{x}{z}$ multiplicamos sus dos términos por n tendremos (núm. 161 pag. 226) que multiplicando su numerador x por n la habremos hecho n veces mayor, y despues (núm. 162 pag. 227) multiplicando su denominador z por n la habré hecho n veces menor; luego si lo que por una parte le damos por otra se lo quitamos quedará con lo mismo que tenia; luego $\frac{x}{z}=\frac{x \times n}{z \times n}$.

164. Si (núm. 161 pag. 226) en una fraccion dividiendo el numerador por una cantidad (1) cualquiera queda ella disminuida del mismo modo; y si (núm. 162 pag. 227) dividiendo su denominador por una cantidad cualquiera, queda la tal fraccion aumentada por la multiplicacion que ha recibido de la misma cantidad, inferiremos que toda fraccion no alterará su valor aunque se partan sus dos términos por una misma cantidad (2); porque como lo que por una parte disminuimos, por la otra ya lo compensamos dándole igual aumento; la fraccion queda sin alterar su valor v. g. Si en el quebrado $\frac{x}{z}$ partimos sus dos términos por n resultará que partiendo el numerador x por n, el quebrado $\frac{x}{z}$ quedará (núm. 161 pag. 226) n veces menor, y partiendo su denominador z por la misma n quedará (núm. 162 pag. 227) n veces mayor luego si por una parte le quitamos n partes del valor que tenia; y por la otra le damos las mismas n partes que le hemos quitado quedará con su íntegro valor; luego $\frac{x}{z}=\frac{x \div n}{z \div n}=\frac{\frac{x}{n}}{\frac{z}{n}}$.

165. Si atendemos que un quebrado propiamente no es otra cosa que una regla de partír, como se ve claramente en la misma señal que ponemos de division entre el numerador y denominador, facilmente podremos entender toda la teoria dada en este capítulo. El numerador del quebrado es el dividendo, el denominador es el divisor, y el mismo quebrado es el cociente: en efecto

---

(1) Entendemos siempre números enteros.

(2) Resultará lo mismo aunque los números multiplicadores sean quebrados.

cuando decimos $\frac{4}{5}$ que segun las leyes de los quebrados entendemos que de una unidad hemos hecho cinco partes, y de ellas tomamos cuatro; resulta lo mismo en el partir diciendo 4 unidades repartidas entre cinco; porque si cada unidad la dividimos en cinco partes iguales, es claro que podremos dar á cada uno de los cinco una quinta parte de la unidad; luego si hay cuatro unidades haciendo iguales partes de cada una, tendremos que si por cada unidad damos á cada uno de los cinco $\frac{1}{5}$, por cuatro les daremos $\frac{4}{5}$; luego lo mismos son $\frac{4}{5}$ que cuatro partido por 5; pues que nos resulta lo mismo, y vemos con toda claridad que el cuatro que llamamos numerador del quebrado, seria igual al que lo llamásemos dividendo de una regla de partir: el 5 que le damos el nombre de denominador, seria igual al que lo llamásemos divisor, y al $\frac{4}{5}$ que nombramos quebrado, tambien seria igual al que le dijésemos cociente de 4 partido por 5. Esto supuesto de la misma manera que influye en el cociente de una regla de partir el aumento ó disminucion del dividendo y divisor, debe influir en el valor del quebrado el aumento ó disminucion del numerador ó denominador.

166. Cuando se multiplicará el numerador ó *dividendo* por una tercera; quedará multiplicado (Teor. 1.º núm. 100 pag. 202) el quebrado, ó *cociente* por la misma tercera; cuando se dividirá por una tercera quedará dividido (Teor. 2.º núm. 101 pag. 203) por la misma; cuando el denominador ó *divisor* se multiplicará por una tercera, el quebrado ó *cociente* quedará (Teor. 3.º núm. 102 pag. 203) dividido por la misma: cuando se partirá; quedará (Teor. 4.º núm. 103 pag. 204) multiplicado el valor del tal quebrado por la misma. Numerador ó *dividendo*, y denominador ó *divisor* aumentados ó disminuidos por unas mismas terceras darán (Teor. 5.º núm. 104 pag. 204 y Teor. 6.º núm. 105 pag. 205) quebrados ó cocientes iguales.

167. Cor. 1.º Se infiere primeramente; que aumentándose ó disminuyéndose el numerador, se aumenta ó disminuye del mismo modo el valor del quebrado; que aumentándose el denominador, disminuye el valor del quebrado; y que disminuyéndose aumenta.

168. Cor. 2.º Se infiere lo segundo; que para multiplicar un quebrado por una cantidad podremos hacerlo de dos maneras, ó bien multiplicando el numerador por la tal cantidad dejando intacto el denominador, ó bien no tocando el numerador y partir el denominador por la referida cantidad, por egemplo: si $\frac{6}{8}$ se han de multiplicar por 2 lo podré hacer de estas dos maneras, 1.ª $\frac{6\times2}{8}=\frac{12}{8}$.

2.° $\frac{6}{8 \times 2} = \frac{6}{4}$, y así tengo que el duplo de $\frac{6}{8}$, es $\frac{12}{8}$, ó bien $\frac{6}{4}$.

169. Cor. 3.° Se infiere lo tercero; que para partir una fraccion por una cantidad podrémos practicar dos diferentes métodos que nos darán igual resultado, tales son, ó el de dividir el numerador por la tal cantidad, ó el de multiplicar el numerador por la misma cantidad v. g. $\frac{6}{8}$ divididos por 2 darán por cociente: primer método $\frac{6 \times 2}{8} = \frac{3}{8}$: segundo $\frac{6}{8 \times 2} = \frac{6}{16}$. Este segundo método es excelente el practicarlo cuando se ha de dividir un quebrado por una tercera tal que no sea submultíplice del numerador; y de esta manera no nos resulta ningun quebrado. Así si hubiesemos de partir $\frac{6}{7}$ por 5 ó que es lo mismo hubiesemos de tomar el $\frac{1}{5}$ de $\frac{6}{7}$ pondriamos por numerador el mismo 6 y multiplicariamos el denominador 7 por 5; luego el quinto de $\frac{6}{7}$ es $\frac{6}{35}$, consta de lo dicho.

170. Cor. 4° Se infiere lo cuarto que un quebrado no se altera aunque sus dos términos se multipliquen ó partan por un mismo número. Así al quebrado $\frac{6}{12}$ multiplicamos sus dos términos por una tercera v. g por dos, el quebrado que resulte le será igual; luego $\frac{6}{12} = \frac{6 \times 2}{12 \times 2} = \frac{12}{24}$. Asimismo dividiendo sus términos $\frac{6}{12} = \frac{6 \times 2}{12 \times 2} = \frac{3}{6}$. Quien entienda lo dicho hasta aquí no tendrá dificultad en comprehender lo que sigue.

DE LA REDUCCION DE FRACCIONES Á OTRAS espresiones.

171. Se halla el valor de un quebrado multiplicando el numerador por lo que vale un entero, se parte luego el producto por el denominador, y el cociente indica el valor del quebrado dado. Si sobra algo por resíduo se practica lo mismo, v. g. Si hemos de buscar el valor de valor de $\frac{7}{8}$ de libra multiplicarémos el numerador 7 como si fuesen enteros por 20 ♀ que vale una libra, y partiremos el producto por el denominador 8 y continuaremos como aquí se verá.

$\frac{7}{8}$ *de* tt ß = 17 ß 6.

7 tt	
20 ß	
140 ß	8
60	17 ß 6
4	
12	
48 *dineros.*	
0	

Se funda en que el numerador 7 se transforme en enteros, en que por un momento damos al quebrado un aumento de valor igual á las unidades que tiene el denominador; diciendo $\frac{7 \times 8}{8} = \frac{7}{1} = 7$: pero ahora paraque el resultado sea igual, despues que los tenemos enteros volvemos á disminuir la cantidad resultante partiéndola por el mismo aumento que le hemos dado, esto es por 8 y en lo demas seguimos las leyes del partir.

172. Si atendemos (núm. 165 pag. 228) que un quebrado no es otra cosa que una regla de partir, tendremos que lo mismo será decir $\frac{7}{8}$ de tt ß que 7 tt ß partidas por 8; luego &c. y se puede demostrar de esta manera.

173. Para reducir un quebrado á la menor espresion se parten sus dos términos por su mayor medida comun y el quebrado nuevo debe ser igual al dado v. g. $\frac{72}{81}$ avos reducidos á la menor espresion, tendremos que por ser la mayor medida comun entre 72 y 81 el número 9, partiendo por esta sus dos términos resultaría que:

$$\frac{72}{81} = \frac{8}{9}$$

Que $\frac{72}{81} = \frac{8}{9}$ se funda esto en que como hemos partido sus dos términos 72 y 81 por una misma tercera; el quebrado resultante $\frac{8}{9}$ debe ser igual (núm. 164 pag. 228) al primero $\frac{72}{81}$.

174. Los quebrados de distintos denominadores se reducen á un comun denominador multiplicando sus dos términos por el producto de los denominadores de los demas, v. g. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, y $\frac{2}{3}$ reducidos á un comun denominador diremos que son iguales á $\frac{12}{24}$, $\frac{18}{24}$ y $\frac{16}{24}$, esto es $\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$, $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$ y $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$.

Que esto sea así se funda en que como hemos multiplicado el numerador y denominador de cada quebrado por unas mismas terceras, las quebrados nuevos (núm. 163 pag. 228) deben ser iguales á los dados.

175. Que el denominador sea igual en todos los quebrados, se funda en que cada uno de ellos resulta de la multiplicacion de los denominadores de todos los quebrados.

176. Se infiere que una vez encontrado el denominador de uno ya se tendrá el denominador de los demas, y así una vez

entendido lo que se ha dicho aquí, nos valdremos de la regla que da Poy página 52.

177. Los quebrados se reducen á un denominador determinado, partiendo por el denominador del quebrado propuesto el denominador señalado y el cociente multiplicado por el numerador del quebrado dado, el producto será el numerador competente al denominador determinado, v. g. si hemos de reducir $\frac{6}{7}$ á un quebrado tal que tenga por denominador 49, partiremos el 49 por 7 y el cociente 7 lo multiplicaremos por el 6 numerador, y así:

$$\frac{6}{7}=\frac{42}{49}$$

Tambien se funda la igualdad de estos dos quebrados en que los dos términos han sido aumentados por una misma cantidad; porque cuando hemos partido el 49 por 7 hemos mirado cuantas veces se habia de repetir el 7 para subir al 49, y por las mismas hemos repetido el 6; luego los dos términos han recibido igual aumento.

178 Lo mismo diriamos si se hubiesen de disminuir v. g. $\frac{13}{39}$ reducidos á tercios diriamos 3 partido por 39 les cabe á $\frac{1}{13}$ avos, luego el treceavo de trece es 1, y así:

$$\frac{13}{39}=\frac{1}{3}$$

Se funda en que los dos términos han sido partidos por una misma cantidad.

179. Los quebrados que resultan de una contínua particion se reducen al denominador mayor, reduciendo cada quebrado á un denominador determinado tal que es el denominador del quebrado que lo tiene mayor, y por lo tanto se practicará en cada uno la regla antecedente (núm. 177 arriba espresado). Así si hemos de reducir $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{9}{48}$ al denominador mayor los reduciremos á un denominador tal que será en esta operacion 48 por ser el denominador mayor, y tendremos lo que aquí se ve:

$$\frac{1}{2}=\frac{24}{48}$$
$$\frac{3}{4}=\frac{36}{48}$$
$$\frac{3}{8}=\frac{18}{48}$$
$$\frac{9}{48}=\frac{9}{48}$$

Demostrada cada una de estas operaciones por una demostracion semejante á la dada en la regla anterior, se hallará que es cierto lo que en esta se practica.

180. Los enteros se reducen á quebrados, multiplicando los enteros por la cantidad ó número que ha de servir de denominador, y escribiendo encima el producto por numerador, se tendrá

lo que se pide; v. g. si 7 enteros los hemos de reducir á un quebrado que por denominador tenga 9 multiplicarémos el 7 por 9 y resultará que:

$$7=\frac{63}{9}$$

Se funda esto en que como el denominador siempre espresa un entero, estando como aquí dividido en nueve partes, decimos si una unidad equivale á $\frac{9}{9}$ partes, 7 por egemplo equivaldrán á 7 veces $\frac{9}{9}$ y es &c

181. Si no se determina denominador, se escribe la unidad por denominador; porque como esta no influye cuando es divisor, siendo lo mismo un divisor que un denominador de un quebrado lo mismo serán 7 enteros que $\frac{7}{1}$ avos.

182. Si hay enteros y quebrados: para reducir ó incorporar los enteros á la especie de su quebrado, se multiplican los enteros por el denominador de su quebrado, y sumado el producto con el numerador, se escribe esta tal suma encima del denominador del quebrado dado, v. g. Si de 6 ènteros y $\frac{3}{9}$ queremos hacer un solo quebrado, multiplicarémos los 6 enteros por el denominador que es 9, y al producto 54 añadiremos el numerador, y así decimos que:

$$6\frac{3}{9}=\frac{57}{9}$$

Se funda en que si por la regla antecedente se hubiesen reducido los 6 enteros á novenos nos hubieran salido $\frac{54}{9}$, y como á mas de estos hay $\frac{3}{9}$; luego se han de añadir y nos debe salir el resultado que se pide $\frac{57}{9}$.

183. Los quebrados impropios se reducen á enteros partiendo el numerador por el denominador, y el cociente nos espresa los enteros. Si nos sobra algo formaremos un quebrado, v. g. Para reducir $\frac{33}{5}$ á enteros partiremos el numerador 33 por 5 y el cociente 6 nos espresa los enteros; despues decimos 6 veces $\frac{5}{5}$ son $\frac{30}{5}$ á $\frac{33}{5}$ van $\frac{3}{5}$ y así tenemos que:

$$\frac{33}{5}=6\frac{3}{5}$$

Esto se funda en que como el denominador de un quebrado vale un entero (axioma 1.º núm. 158 pag. 225) por cada vez que el numerador contendrá al denominador, es claro que habrá un entero y conteniéndolo como aquí 6 veces mas $\frac{3}{5}$, es claro que $\frac{33}{5}$ deben ser iguales á 6 enteros y $\frac{3}{5}$.

184. Para reducir un quebrado compuesto á simple, se multiplican continuamente los numeradores, y el producto se escribe sobre una línea por numerador; se multiplican del mismo modo los deno-

minadores y el producto se escribe debajo por denominador. Este quebrado nuevo es el quebrado simple que se pide, v. g. Para reducir el quebrado compuesto $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{7}$ de $\frac{3}{5}$ á quebrado simple multiplicarémos los numeradores $3\times4\times3=36$. Haremos lo propio con los denominadores $4\times7\times5=140$, y escribiendo el producto de los numeradores por numerador del quebrado nuevo, y el de los denominadores por denomínador del mismo quebrado, diremos que:

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{4}{7} \text{ de } \frac{3}{5} = \frac{36}{140} \text{ avos.}$$

La razon de esta práctica consiste en que si hubiésemos de tomar solamente el $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{7}$ (núm. 169 pag. 230) pondriamos el mismo numerador, y multiplicariamos el denominador por denominador, y así la cuarta parte de $\frac{4}{7}$ es igual á $\frac{4}{28}$; pero como no teníamos que tomar solamente $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{7}$ sino 3 veces el $\frac{1}{4}$ deberemos tambien tomar tres veces $\frac{4}{28}$ lo que se consigue multiplicando por 3 el numerador, y tendremos que $\frac{12}{28}$ espresará los $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{7}$. Ahora como se han de tomar del quebrado $\frac{3}{5}$ los $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{7}$ ó su igual $\frac{12}{28}$ tambíen tendremos (núm. 169 pag. 230) que si hubieremos de tomar el $\frac{1}{28}$ pondriamos por numerador el mismo 3 y multiplicariamos por 5 el denominador con que el $\frac{1}{28}$ de $\frac{3}{5}=\frac{3}{140}$; pero como no es $\frac{1}{28}$ avos el que se ha de tomar sino 12 veces $\frac{1}{28}$ deberemos repetir la espresion $\frac{3}{140}$ doce veces, lo que se consigue multiplicando por 12 el numerador, y por lo tanto será $\frac{36}{140}$ avos que es el mismo quebrado producido; y debe ser así porque mirando con atencion lo que acabamos de obrar, se ve que no hemos hecho otra cosa que lo que dice la regla general, esto es, el multiplicar los numeradores entre sí é igualmente los denominadores.

185. Los problemas 211 y 212 que lleva Poy (página 56. not. LXI.) quien discurra como él demostrará la resolucion por la regla general antecedente: pero yo no encuentro una respuesta exacta que dar al que me proponga cualquiera de los dos problemas; porque cuando él me dice en el problema 211 que se ha de reducir á quebrado simple el quebrado $\frac{4}{7}$ de una parte de $\frac{3}{5}$ y en el problema 212 cuanto vale el quebrado $\frac{6}{7}$ de una parte de $\frac{8}{9}$ de libra jaquesa; aunque me añada que lo mismo es decir $\frac{4}{7}$ de una parte de $\frac{3}{5}$, que $\frac{4}{7}$ de $\frac{1}{5}$, y lo mismo $\frac{6}{7}$ de una parte de $\frac{8}{9}$ que $\frac{6}{7}$ de $\frac{1}{9}$ no lo puedo comprender porque si *Parte* es (1) aquella cantidad que junta con otra ó con otras compone ó entra en la

(1) Diccionario de la lengua española.

constitucion de un todo, así los $\frac{3}{5}$ como los $\frac{8}{9}$ pueden componerse de un sin número de partes, y por lo tanto tambien pueden hallarse un sin número de respuestas.

Nota. Téngase presente que todo lo qúe hemos dicho sobre el sumar, restar, multiplicar, y partir enteros es comun al sumar, restar, multiplicar y partir quebrados, é igualmente á los números denominados.

186. Si los quebrados que se han de sumar tienen un mismo denominador se suman los numeradores, y la suma es el nuevo numerador debajo del cual se pondrá el mismo denominador, v. g. Sumando $\frac{3}{9}$ con $\frac{4}{9}$ diremos:

$$\frac{3}{9}+\frac{4}{9}=\frac{7}{9}$$

187. Si los quebrados tienen distintos denominadores se reducen primeramente á un comun denominador, se suman despues los numeradores nuevos, y á esta suma poniéndole por denominador el denominador comun será la suma de los quebrados dados, v. g. Si hemos de sumar $\frac{2}{3}$ con $\frac{4}{5}$ con $\frac{6}{7}$ los reduciremos primeramente al comun denominador, como $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}+\frac{6}{7}=\frac{70+84+90}{105}=\frac{244}{105}$, y despues sumaremos los numeradores nuevos 70, 84, y 90.

Démost. Los quebrados para sumarse, deben tener un mismo denominador; porque segun hemos dicho no pueden sumarse sino cantidades homogéneas y connexas, y los quebrados no son homogéneos sino tienen el denominador comun; despues se suman los numeradores, porque en ellos está el valor de los quebrados; y á esta suma se le pone por denominador, la denominacion comun que tenian (núm. 165.) ó que han adquirido (núm. 166.) para saber el nombre de las partes del numerador.

188. Téngase cuidado en los problemas 220 y 221 (pag. 58) que aunque se reduzcan los de aquel, ó los de este esten reducidos á un comun denominador, no podrán sumarse si antes no se reducen á una misma especie, v. g. á sueldos; porque aunque la unidad que nos representa el denominador esté dividida en cada uno de ellos en igual número de partes; como aquellas unidades son de diferente denominacion, esto es de diferente valor, es preciso que sean de una misma especie, si se quiere buscar el agregado de ellas.

189. Si los quebrados resultan de una contínua particion se reducen al denominador mayor primeramente: despues se suman los numeradores nuevos, y á la suma se le escribe por denominador

el denominador mayor, y se tiene lo que se pide v. g. Si he de sumar $5\frac{1}{2}$ con su mitad $2\frac{3}{4}$, su tercio $\frac{11}{12}$ y su cuarto $\frac{11}{48}$ haré la operacion como aquí está figurada.

$$\begin{array}{lll} 5\frac{1}{2} \cdot\cdot & 24 & \\ 2\frac{3}{4} \cdot\cdot & 36 & \\ \frac{11}{12} \cdot\cdot & 44 & \\ \frac{11}{48} \cdot\cdot & 11 & \\ \hline & 115 & \underline{|48} \\ 9\frac{19}{48} & 19 & 2 \end{array}$$

He reducido primeramente los quebrados al denominador mayor por la regla dada, he sumado despues los numeradores nuevos 24, 36, 44, y 11 y la suma $\frac{115}{48}$ quebrado impropio cuyo valor $2\frac{19}{48}$ lo he sumado con los enteros 5 y 2 y el agregado ha sido $9\frac{19}{48}$.

La demostracion es igual á la antecedente, porque los quebrados dados una vez reducidos al denominador mayor, todos tienen el denominador comun. La simplificacion que despues se ha hecho de reducir el quebrado impropio á enteros, que tambien es costumbre el practicarlo en las anteriores en igual caso, se practica, porque en todas las operaciones se deben presentar los resultados con la mayor sencillez posible.

190. Los problemas 226 y 229 (pag. 61.) se fundan en la regla general anterior, y así véase el 226 que se reduce á esto $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}=\frac{10}{24}+\frac{5}{8}$ y el 227 á lo que sigue $\frac{6}{7}$ de $\frac{8}{9}=\frac{48}{63}+\frac{8}{9}$ que por ser el 8 y el 9 submultíplices aquel de 24 y este de 63 pueden reducirse al denominador mayor. Mas no ha de atenderse al cociente, como lo hace el Autor, si se mira de donde han salido los números multíplices.

Véase lo que hemos dicho en el número 164 sobre los problemas 211 y 212, y se observará lo mismo en los 228 y 229 página 60.

191. Si el numerador ó denominador de un quebrado es un número fraccionario se despejará este multiplicando los dos términos por el denominador del quebrado del número fraccionario, v g. Para despejar este quebrado $\frac{6\frac{3}{7}}{8}$ multiplicaré el numerador y denominador por 7, y así diré $\frac{3}{7}\times7=3$, $6\times7=42+3=45$ y ya se tiene el numerador nuevo; despues multiplicando el denominador 8 tambien por 7 será el nuevo denominador, con cuyo procedimiento tendré que:

$$\frac{6\frac{3}{7}}{8}=\frac{45}{56}$$

Este otro quebrado $\frac{16}{19\frac{5}{11}}$ multiplicando ambos términos por el 11 hallaré que:

$$\frac{16}{10\frac{5}{11}}=\frac{176}{214}$$

Si numerador y denominador son fraccionarios se multiplicarán ambos términos por el producto de los denominadores de los quebrados de sus términos, y quedará despejado el quebrado v. g. Habiendo de despejar el quebrado $\frac{5\frac{3}{5}}{7\frac{2}{4}}$ multiplico ambos terminos por $5\times4=20$ producto de los denominadores, y así digo $\frac{3}{5}\times20=\frac{60}{5}=12$, $5\times20=100$ y 12 que llevaba son 112, y ya tengo el numerador, despues en el denominador digo $\frac{2}{4}\times20=\frac{40}{4}=10$, $7\times20=140$ y 10 que tenia son 150 y así:

$$\frac{5\frac{3}{5}}{7\frac{2}{4}}=\frac{112}{150}$$

Demost. Como en cada uno de los tres egemplos propuestos, y segun la regla general multiplico los dos términos de la fraccion por una misma tercera, aquella no debe alterar su valor.

Nota. Dejo á la esplicacion del Maestro y á la aplicacion del Discipulo, el practicar las tres cuestiones propuestas y otras semejantes con mas brevedad.

192. Si los quebrados que han de restarse tienen un mismo denominador, se quitará del numerador mayor el menor, y á la diferencia se le pondrá el denominador de los quebrados v. g. Si de $\frac{6}{8}$ he de quitar $\frac{4}{8}$ diré $6-4=2$ y escribiéndole á este el 8 por denominador tendré que:

$$\frac{6}{8}-\frac{4}{8}=\frac{2}{8}$$

Si los quebrados que han de restarse tienen diferente denominador, los reduciremos á un comun denominador; y despues practicaremos lo dicho v. g. Para restar de $\frac{7}{8}$ y $\frac{4}{11}$ los reduciremos á un comun denominador, y despues restaremos los numeradores, á cuya diferencia escribiremos por denominador el denominador comun, por lo tanto:

$$\frac{7}{8}-\frac{4}{11}=\frac{77-32}{88}=\frac{45}{88}$$

Demost. Los quebrados han de tener un mismo denominador, porque en la resta las cantidades deben ser homogéneas; despues se restan los numeradores, porque el valor de los quebrados consiste en el numerador, y luego se les ha de escribir debajo el denominador comun para dar el valor correspondiente á cada parte del numerador.

193. Para multiplicar un quebrado por otro se multiplican los numeradores, y el producto se escribe sobre una línea por numerador. Se multiplican despues los denominadores, y el producto se escribe debajo por denominador; y este tal quebrado será el producto de los quebrados dados v. g. Si hemos de multiplicar el quebrado $\frac{3}{6}$ por $\frac{4}{7}$ multiplicaremos el 3 por 4, y el producto será el numerador, multiplicaremos los denominadores $6\times7=42$ y será el denominador, y así:

$$\frac{4}{6}\times\frac{4}{7}=\frac{16}{42}$$

Demost. Si el quebrado $\frac{4}{6}$ lo hubiésemos de multiplicar por 3 numerador del quebrado $\frac{3}{7}$ (núm. 161 pág. 226) multiplicaríamos el numerador de $\frac{4}{6}$ por 3 y nos saldrian $\frac{12}{6}$; pero como no teniamos que multiplicar por 3 sino por $\frac{3}{7}$, que es siete veces menor que 3, tambien el producto $\frac{12}{6}$ debe ser (núm. 100 pág. 202) 7 veces mayor que el verdadero, y por lo tanto haciéndole este mismo número de veces menor, nos deberá resultar el producto verdadero, como esto se consigue (núm. 162 pág. 227) multiplicando su denominador por 7, tendremos $\frac{12}{6}$ partidos por 7 es igual $\frac{12}{6\times7}=\frac{12}{42}$, y es lo que se habia de probar.

Tambien podriamos dar otra razon acerca lo dicho atendiendo que el multiplicar quebrados no es otra cosa que el reducir un quebrado de quebrado, ó sea un quebrado compuesto á quebrado simple. Para aclarar lo dicho concretarémos los números, y se percibirá mejor el fin de la demostracion, v. g. Así como hemos dicho $\frac{4}{6}\times\frac{3}{7}$ supongamos que sean los $\frac{4}{6}$ de palmo de paño, y los $\frac{3}{7}$ que sean de doblon y el valor de un palmo. Con esto nos quedará reducido el problema á esto $\frac{4}{6}$ de palmo de paño á razon de $\frac{3}{7}$ de doblon cada palmo cuánto valen?

Con esto vemos que se han de multiplicar los $\frac{4}{6}$ de palmo por los $\frac{3}{7}$ de doblon; porque si una vara vale $\frac{3}{7}$ de doblon, $\frac{1}{6}$ de vara valdrá la sexta parte de $\frac{3}{7}$ de doblon que (núm. 162 pág. 227) es $\frac{3}{42}$: pero como no queremos saber el valor de un sexto, sino el de

$\frac{4}{6}$, sumando 4 veces el $\frac{3}{42}$, tendremos que valdrán $\frac{12}{42}$, lo que se consigue multiplicando numerador por numerador, y denominador por denominador. Con lo que se ve que lo mismo es el multiplicar que el reducir un quebrado de quebrado á quebrado simple, y así la demostracion debe ser igual.

194. Si el objeto del multiplicar es repetir tantas veces el multiplicando, como unidades tiene el multiplicador; cuando el multiplicador será la unidad ó un quebrado aparente el producto debe ser igual al multiplicando; porque entonces solo repetimos á este una vez; cuando el multiplicador será menor que la unidad, esto es un quebrado propio, el producto debe ser menor que el multiplicando, porque á este le repetimos menos de una vez; y por último cuando el multiplicador será mayor que la unidad ó un quebrado impropio, el producto debe ser mayor que la unidad por ser este repetido mas de una vez.

Consta de lo dicho.
- Egemplo 1.º $\frac{3}{7} \times \frac{3}{3}$ quebrado aparente $= \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$.
- Egemplo 2.º $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ quebrado propio $= \frac{1}{8} < \frac{1}{4}$.
- Egemplo 3.º $\frac{2}{5} \times \frac{5}{2}$ quebrado impropio $= \frac{10}{10} > \frac{2}{5}$.

195. Si para multiplicar un quebrado por otro se ha de multiplicar numerador por numerador, y denominador por denominador para obtener el producto; inferiremos (Cor. 3.º núm. 95 pág. 201) que para dividir un quebrado por otro, deberemos partir el numerador del dividendo, por el numerador del divisor, é igualmente el denominador del dividendo, por el denominador del divisor para hallar su cociente, v. g. Si hemos de partir $\frac{12}{21}$ por $\frac{3}{7}$ partiremos el 12 por el 3 y el 21 por el 7 y tendremos que:

$$\frac{12}{21} \diagdown \frac{3}{7} = \frac{4}{3}$$

196. Cuando los términos de una regla de partir quebrados, lleven denominadores iguales, podrán borrarse y hacer la particion con los numeradores, v. g.

$$\frac{7}{8} \diagdown \frac{3}{8} = 7 \diagdown 3 = 2\tfrac{1}{3}$$

Demost. Borrando los denominadores (núm. 166 pág. 229) multiplicamos los quebrados por el mismo número que nos indica el denominador; y como estos por la hipótesis son iguales, multipli-

camos los dos términos por una misma tercera; luego (Teor. 5.° núm. 104 pág. 204) el cociente de los numeradores debe ser igual al que darian los quebrados, y así es cierto que el cociente de $\frac{7}{8} \diagdown \frac{3}{8}$ debe ser igual al de $7 \diagdown 3$ que es &c.

197. La regla general antecedente es molesta el practicarla cuando los dos términos del quebrado divisor; no son parte alicota de sus correspondientes del dividendo, porque en este caso nos resultarian fracciones en los dos términos; y para evitarlo se buscará el cociente por la regla siguiente.

Para partir un quebrado por otro, multiplíquese el numerador del dividendo por el denominador del divisor y escríbase el producto sobre una línea por numerador; multipliquese despues el denominador del dividendo por el numerador del divisor, y escrito el producto por denominador, se tendrá el quebrado que se pide por cociente; v. g. Si hemos de partir $\frac{3}{7}$ por $\frac{5}{9}$ multiplicaremos el 3 por el 9 y tendremos el numerador del cociente, multiplicaremos despues el 7 por el 5 y tendremos el denominador del cociente, y así:

$$\frac{3}{7} \diagdown \frac{5}{9} = \frac{27}{35}$$

Demost. Como dividendo y divisor de una regla de partir deben ser connexos no siendolo, los quebrados $\frac{3}{7}$ y $\frac{5}{9}$ por tener diferente denominador, será preciso reducirlos á un comun denominador para que puedan partirse, los cuales $\frac{3}{7} \diagdown \frac{5}{9}$ reduciéndolos al un mismo denominador serán iguales $\frac{3\times 9}{7\times 9} \diagdown \frac{5\times 7}{7\times 9}$ pero como (núm. 196 pág. 239) cuando los denominadores son iguales se parten solo los numeradores, siendo los denominadores de $\frac{3\times 9}{7\times 9} \diagdown \frac{5\times 7}{7\times 9}$ iguales: habremos de partir solo los numeradores; cuyo resultado será $\frac{3\times 9}{5\times 7} = \frac{27}{35}$; resultado que manifiesta que se ha de egecutar la multiplicacion en cruz para obtener directamente el cociente.

Otra demostracion se puede dar acerca lo dicho, y es que si solo hubiésemos de partir los $\frac{3}{7}$ por 5 multiplicariamos (núm. 162. pág. 227) este denominador por 5 y nos daria $\frac{3}{35}$; pero como no se habian de partir los $\frac{3}{7}$ por 5 sino por $\frac{5}{9}$ que es 9 veces menor que 5, es claro que el cociente hallado $\frac{3}{35}$ es (Teor. 3.° núm. 102 pág. 203) nueve veces menor que el verdadero; luego haciéndolo este número de veces mayor será el que se pide, lo que se conseguirá (núm. 161 pág. 226) multiplicando por 9 el numerador que nos dará $\frac{27}{35}$ y es &c.

198. Si el objeto del partir es indagar cuantas veces un número está contenido en otro; cuando el divisor será la unidad ó un quebrado aparente que es lo mismo, el cociente debe ser igual al dividendo, porque entonces este contendrá al divisor las veces que él indica; cuando el divisor será un quebrado propio, el cociente debe ser mayor que el dividendo; porque si cuando aquel es la unidad, este lo contiene las veces que indica; siendo el divisor menor que la unidad, como es todo quebrado propio, el dividendo podrá repetirse mas veces (núm. 106 pág 206) y por consiguiente el cociente será mayor que el dividendo; por fin cuando será el divisor un quebrado impropio, el cociente debe ser menor que el dividendo. Discúrrase como anteriormente (núm 106 pág. 206).

Consta de lo dicho.
- Egemplo 1.° . . . $\frac{3}{4} \diagdown \frac{7}{7} = \frac{21}{28} = \frac{3}{4}$.
- Egemplo 2.° . . . $\frac{1}{2} \diagdown \frac{1}{4} = \frac{4}{2} > \frac{1}{2}$.
- Egemplo 3.° . . . $\frac{2}{5} \diagdown \frac{7}{3} = \frac{6}{35} < \frac{2}{5}$.

DE LOS QUEBRADOS CONTÍNUOS.

199. *Quebrado contínuo se llama á todo aquel cuyo numerador es un número entero el que se quiera, y el denominador otro número entero; pero acompañado de otro quebrado combinado del mismo modo con otro, y así prosiguiendo ora sea finito, ora indefinito el número de quebrados; v. gr.*

Este . . . . $\cfrac{8}{9+\cfrac{1}{7+\cfrac{5}{6+\cfrac{2}{19}}}}$ es un quebrado contínuo.

200. Se trasladará un quebrado contínuo á comun, por egemplo el propuesto, empezando por abajo á despejar el último quebrado, y así diremos (núm. 191 pág. 326) $\frac{5}{6+\frac{2}{19}} = \frac{95}{116}$ y por lo tanto ya tendremos el quebrado dado reducido á $\cfrac{8}{9+\cfrac{1}{7+\cfrac{95}{116}}}$ continuaremos con este á despejar su último quebrado $\frac{1}{7+\frac{95}{116}}$ multiplicando por la regla dada sus dos términos por 116 que $\frac{1}{7+\frac{95}{116}} = \frac{116}{907}$ y por lo tanto el quebrado propuesto ya nos quedará reducido á este $\frac{8}{9+\frac{116}{907}}$

el que despejado será igual á $\frac{7256}{8279}$ y así diremos que el quebrado contínuo $\frac{8}{9+\frac{1}{7+\frac{5}{6+\frac{2}{19}}}}$ reducido á comun es igual á $\frac{7256}{8279}$.

201. Por lo regular en los cálculos rara vez encontramos quebrados contínuos cuyos diferentes numeradores sean números distintos de la unidad; pues que estos quebrados los usamos para representar con números pequeños los quebrados grandes que no pueden reducirse á la menor espresion, por cuyo motivo los reducimos á contínuos, y como veremos nos resultan quebrados que tienen por numerador la unidad, y por denominador un entero y quebrado cuyo numerador es la unidad, y por denominador un entero y quebrado, y así en adelante.

202. Para trasladar una fraccion comun á contínua, partimos los dos términos de la fraccion dada por una tercera igual al numerador del mismo quebrado, y con esto nos sale una nueva fraccion cuyo numerador es la unidad, y el denominador una cantidad entera ó fraccionaria. Si es fraccionaria volveremos á partir los dos términos del quebrado de esta cantidad fraccionaria por una tercera igual al numerador de este tal quebrado, y proseguiremos de esta suerte hasta quedar reducida la fraccion propuesta; v. gr. Si hemos de reducir la fraccion comun $\frac{789}{6312}$ á contínua partiremos sus dos términos por 789 que es una tercera igual al numerador del tal quebrado, lo que (núm. 164 pág. 228) no altera su valor, y nos quedará igual á $\frac{1}{8}$ con lo que vemos que $\frac{789}{6312}=\frac{1}{8}$. Pero no siempre las reducimos con igual facilidad, como se vera si reducimos la fraccion comun $\frac{59}{124}$ á contínua, en cuyo caso partiremos los dos términos por 59 y nos resultará el quebrado $\frac{1}{2+\frac{6}{59}}$ que será igual al dado por no alterar su valor (núm. 164 pág. 228) cuando sus términos se parten por una misma cantidad. Luego como nos resulta un número fraccionario partiremos los términos de la fraccion $\frac{6}{59}$ por el resíduo 6 que nos ha sobrado, que es el numerador de este quebrado, y tendremos en lugar de $\frac{6}{59}$, $\frac{1}{9+\frac{5}{6}}$, y por consiguiente en lugar del primero tendremos $\frac{1}{2+\frac{1}{9+\frac{5}{6}}}$. Despues continuaremos con el último quebrado $\frac{5}{6}$ á partir sus términos por 5 que es una cantidad igual al numerador, y nos saldrá el quebrado $\frac{1}{1+\frac{1}{5}}$ que por darnos un resíduo que es igual á la unidad, que es

el numerador del último quebrado $\frac{1}{5}$ vemos que la fraccion comun $\frac{59}{123}$ reducida á contínua es igual á esta serie finita $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{9+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{5}}}}$ ó lo que es igual $\frac{1}{2}\frac{1}{9}\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ porque ya se supone que está la señal (+).

203. Si observamos que no hemos hecho otra cosa en las operaciones que acabamos de practicar, que partir el número mayor por el menor, este por el resíduo, este por el que queda de la division anterior &c. hallaremos que no hacemos otra cosa que la operacion de hallar la mayor comun medida. Así podremos prescindir de tantas igualdades cuando traslademos un quebrado comun á contínuo si primeramente hallamos la mayor comun medida (núm. 145 pág. 218) á los dos términos del quebrado; pues que no tendremos que hacer otra cosa que poner por numeradores siempre la unidad, y por denominadores los cocientes enteros, con el mismo órden con que vayan saliendo (1); v. gr. Si hemos de trasladar la fraccion $\frac{101}{541}$ á contínua haremos primeramente con sus términos la operacion de la mayor comun medida á un lado, y al otro formaremos los quebrados poniendo, por numeradores la unidad y por denominadores los cocientes conforme vayan saliendo en la forma siguiente:

```
            541 |101
        101 |36    5
    36 |29    2
29 |7    1
7 |1    4
0  7
```

$\frac{1}{5}\frac{1}{2}\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{1}{7}$

Con la que se ve que el quebrado comun $\frac{101}{141}$ reducido á contínuo es igual á la serie finita $\frac{1}{5}\frac{1}{2}\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{1}{7}$.

204. Ahora si trasladásemos esta fraccion contínua á comun segun lo dicho (núm. 200 pág. 241), nos resultaria la misma frac-

(1) Este método es excelente en la práctica pues que cuando tratemos de reducir un quebrado á la menor espresion, por medio de la mayor comun medida y no se pueda simplificar, los cocientes nos podrán servir para reducirlo á contínuo.

cion comun por serle igual. Pero como nada habriamos logrado con esto, despreciamos uno, dos, ó mas quebrados segun mejor nos parece, y trasladando la fraccion contínua que nos queda á comun, nos resulta un quebrado casi igual al dado. Por egemplo si en la fraccion contínua $\frac{1}{5\frac{1}{2\frac{1}{1\frac{1}{4\frac{1}{7}}}}}$ igual á $\frac{101}{541}$ despreciamos el último quebrado $\frac{1}{7}$, y la fraccion contínua que nos queda la transformamos en fraccion comun, nos resultará la fraccion $\frac{14}{75}$ que puede decirse igual á $\frac{101}{541}$: pues que este solamente le excede en $\frac{1}{40575}$ avos. Si despreciásemos los dos últimos quebrados $\frac{1}{4\frac{1}{7}}$ y la fraccion $\frac{1}{5\frac{1}{2\frac{1}{1}}}$ la transformásemos en fraccion comun, nos saldria el quebrado $\frac{3}{16}$ que para igualar al $\frac{101}{541}$ le sobran $\frac{7}{8656}$ avos. Si despreciásemos los tres últimos hallariamos que la fraccion $\frac{1}{5\frac{1}{2}}=\frac{2}{11}$ seria $\frac{29}{5951}$ avos menos que el quebrado propuesto. En fin si despreciásemos los cuatro últimos, tenemos que el quebrado $\frac{1}{5}$ excede en $\frac{26}{2705}$ avos al quebrado dado $\frac{101}{541}$.

205. Observamos con este procedimiento que cuando el último quebrado de los que despreciamos ocupa un lugar ímpar el quebrado que resulta es menor que el dado, y cuando ocupa un lugar par resulta mayor, como hemos visto en el quebrado propuesto que cuando hemos despreciado el quebrado $\frac{1}{7}$ que ocupaba un lugar ímpar nos ha quedado el quebrado resultante $\frac{1}{40575}$ menos de lo que era el dado, y que cuando hemos despreciado $\frac{1}{4\frac{1}{7}}$ en que el último quebrado de los que hemos despreciado ocupaba un lugar par, el quebrado resultante ha sido $\frac{7}{8656}$ mas de lo que era el dado, y así de los demas.

Esto se funda en que cuando en la fraccion $\frac{1}{4\frac{1}{7}}$ omitimos el quebrado $\frac{1}{7}$ del número fraccionario $4\frac{1}{7}$ aumentamos la fraccion, porque quitado el $\frac{1}{7}$ último, el quebrado $\frac{1}{4}$ recibe aumento (núm. 160 pág. 226) por habérsele disminuido el denominador; luego este quebrado aumentado disminuye el quebrado $\frac{1}{1\frac{1}{4}}$ por habérsele añadido parte de un denominador aumentado; el quebrado que le sigue $\frac{1}{2\frac{1}{1\frac{1}{4}}}$ se ha aumentado por habérsele añadido parte de un denominador disminuido; luego aumentándose este $\frac{1}{2\frac{1}{1\frac{1}{4}}}$ parte del deno-

minador del quebrado que le sigue, debe disminuir su valor; luego el quebrado $\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4}}}}$ debe ser menor que el quebrado $\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{7}}}}}$.

Respecto de los quebrados que despreciamos, si el último es uno de los que ocupan un lugar par, como por egemplo en el propuesto diremos: si en el quebrado $\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{7}}}$ despreciamos en el denominador $\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{7}}$ habremos aumentado el quebrado $\frac{1}{1}$, aumentándose este debe disminuir el otro $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1}}$ por habérsele añadido parte de un denominador aumentado, y disminuyéndose este $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1}}$ debe aumentarse el otro $\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1}}}$ por tener menor denominador; luego $\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1}}}$ es mayor que el quebrado $\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{7}}}}}$.

Como lo mismo hubiéramos probado si el quebrado hubiese constado de mas partes; pues que siempre habriamos alternado las voces, mirando lo que es el número par y el número ímpar; deducimos como á cosa general en todos los quebrados lo que hemos observado en el dado.

206. *Corolario.* Se sigue de aquí que cuando los quebrados de la fraccion contínua son ímpares despues de haber quitado alguno de ellos, el quebrado que resulta reduciendo aquella á comun es mayor que el dado, y al contrario cuando son pares.

EXAMEN DE LAS FRACCIONES.

207. Véase lo que dice el Autor de la página 66 á la 70, y téngase presente lo que hemos dicho sobre las fracciones, y no se tendrá dificultad, ni en la práctica, ni en la demostracion del capítulo, examen de las fracciones.

DEL SUMAR Y RESTAR NÚMEROS DENOMINADOS.

208. Como se tenga presente lo que hemos dicho hasta aquí; y lo que dice el Autor de la página 70 á la 80, tampoco no se tendrá dificultad en las reglas de sumar y restar números denominados.

DE LA REDUCCION DE MONEDAS, PESAS Y MEDIDAS.

209. La ignorancia de algunos Maestros es la verdadera causa de entorpecer la mayor parte de los Discípulos, llenándolos las mas de las veces de reglas supérfluas, y en tanta multitud, que es preciso no se acuerden de ninguna. La rutina que siguen cuando enseñan el sumar y el restar compuesto y la reduccion de monedas, pesas y medidas, es la verdadera causa de que los pobres principiantes hayan de ir cargados toda su vida con la multitud de reglas, que les han enseñado, en la faltriquera para practicar las operaciones que les convengan, y si por casualidad han de resolver alguna que el Señor Maestro no les haya dado, no saben donde acudir, y el discípulo despues de haber empleado algunos años en aprender la aritmética rutinaria, se encuentra que sabe practicar de igual manera la operacion que le proponen como la resolveria un niño de teta.

Tales son los abusos que resultan de la complicacion de las reglas, las que hemos visto procuraba evitar Poy en el sumar y restar compuesto, y que igualmente procura evitar en la reduccion de monedas, pesas y medidas, enseñando en un solo principio las partes que han de indagarse para reducir una moneda á otra. Hallariamos por supérfluo el tratar de tal principio si el Autor dejase al discípulo convencido de que es cierto lo que le enseña por medio de una demostracion, la que pasamos á dar despues de propuesto aquel principio que es el siguiente:

Principio. Se forma un quebrado tal cuyo numerador y denominador han de ser de una misma especie; por numerador se escribe lo que vale un entero de la cantidad dada, y por denominador lo que vale un entero de los que se van á buscar. Despues

se despeja el quebrado si es menester; y se reduce luego á la menor espresion si se quiere. Ultimamente del denominador de este quebrado se van tomando partes alicotas hasta que sumadas por sí solas, cuando es propio el quebrado, ó con dicho denominador cuando el quebrado fuere impropio, den una suma igual al numerador el tal quebrado. Y lo que se hace con el denominador para inferir del numerador; lo mismo debe hacerse con la cantidad dada para inferir la que se va á buscar: v. gr.

Para saber las partes que debemos tomar para reducir los duros de plata á libras, pondremos por numerador lo que vale un entero de la cantidad dada, esto es un duro que son 37 sueldos y medio, y por denominador lo que vale una libra, esto es 20 sueldos; despues despejaremos el quebrado $\frac{37\frac{1}{2}}{20}$ (núm. 191 pág. 236) multiplicando por dos numerador y denominador y el resultado $\frac{75}{40}$ lo reduciremos á la menor espresion (para indagar con mas claridad las partes que debo tomar), de cuyo quebrado tomando el quinto de los dos términos nos quedará reducido á este $\frac{15}{8}$, y como tomando tres mitades sucesivas del 8, y sumadas estas con el mismo 8 denominador del quebrado nos sale el numerador 15; diremos que los duros se trasladarán á libras catalanas sumando la cantidad de duros dada con las tres mitades que de ella salieren sucesivamente.

Véase en las notas que siguen lo que hemos practicado y pasaremos á la demostracion.

$$\frac{37\frac{1}{2}}{20}=\frac{75}{40}=\frac{15}{8}$$

$$\begin{array}{rr} & \frac{1}{2} \cdot\cdot\ 4 \\ & \frac{1}{2} \cdot\cdot\ 2 \\ & \frac{1}{2} \cdot\cdot\ 1 \\ \hline & 15 \end{array}$$

Demost. Cuando escribimos por numerador lo que vale un entero de la cantidad dada, y por denominador lo que vale un entero de la que se va á buscar; las unidades del numerador se transforman en enteros de los que se van á buscar, y las del denominador en enteros de la especie dada; porque entonces paraque resulten los dos términos iguales, esto es paraque tengamos dos cantidades iguales en valor, aunque diferentes en número, multiplicamos con el entendimiento el numerador por el denominador y el

denominador por el numerador, y nos resultan los dos términos iguales en número y en valor, y haciendo variar á estos su significacion reduciéndolos á la especie de que han salido, nos quedan iguales en valor pero diferentes en número, y nos queda una relacion entre las monedas que se han de trasladar. Paraque pueda comprehenderse mejor, aplíquese lo que hemos dicho en el egemplo propuesto: se ha formado el quebrado escribiendo por numerador lo que valia un duro, y por denominador lo que valia una libra

cuyo resultado ha sido el quebrado $\frac{37\frac{1}{2}}{20}$ y al momento decimos que 20 duros equivalen á 37 libras y media, esto es el denominador 20 se nos ha transformado en duros que es la denominacion que tienen los enteros de la cantidad dada; y el numerador $37\frac{1}{2}$ se nos ha transformado en libras que es la denominacion que han de tener los enteros que vamos á buscar; y es así porque multiplicando el numerador $37\frac{1}{2}$ por 20 denominador que son sueldos, iguales estos á 1 ℔ ſ, y el dicho denominador 20 por el numerador $37\frac{1}{2}$ que tambien son sueldos é iguales á 1 duro nos resulta $\frac{37\frac{1}{2}\times 20}{20\times 37ſ\frac{1}{2}}$ cuyo numerador y denominador son iguales; porque (núm. 63 pág. 188) lo mismo es decir $20\times 37\frac{1}{2}$ que $37\frac{1}{2}\times 20$ y como segun hemos dicho $20ſ = 1℔ſ$ y $37ſ\frac{1}{2} = 1$ duro; tambien $\frac{37\frac{1}{2}\times 20}{20\times 37ſ\frac{1}{2}}$ $= \frac{37\frac{1}{2}\times 1℔ſ}{20\times 1 \text{ duro}}$ que efectuando la multiplicacion, diciendo 37 veces y media 1 ℔ son 37 libras y media, y 20 veces un duro son 20 duros y por lo tanto $\frac{37\frac{1}{2}\times 20ſ}{20\times 37ſ\frac{1}{2}} = \frac{37\frac{1}{2}\times 1℔ſ}{20\times 1 \text{ duro}} = \frac{37℔\frac{1}{2}}{20 \text{ duros}}$ con cuyas igualdades se ve que 37 libras y media catalanas son iguales á 20 duros, y que aunque $37\frac{1}{2} > 20$, esto es diferentes en número, la denominacion los hace iguales en valor; y queda al mismo tiempo demostrado como las unidades del numerador se transforman en enteros de la denominacion de la cantidad que se va á buscar: y las del denominador en enteros de la denominacion de la cantidad dada, y á mas esta transformacion hace numerador y denominador iguales en valor.

Despues hemos dicho que se despejaba el quebrado si era menester; y que se reducia á la menor espresion si se queria. Esto tampoco no altera la igualdad que tienen numerador y denominador; porque si para despejar un quebrado multiplicamos sus dos términos por una tercera, y para reducirlos á la menor espresion los divi-

dimos por una misma tercera, segun lo demostrado (números 173 y 191 páginas 231 y 236) ó bien segun (núm. 163 pág. 228) un quebrado no altera su valor aunque sus dos términos se multipliquen ó se partan por una misma tercera, es claro que conservando la igualdad los quebrados, tambien deben conservarla sus términos; y así, si en el quebrado primero eran iguales el numerador y denominador, tambien en los quebrados nuevos sus iguales deben conservar la igualdad los dos términos nuevos, esto es numerador y denominador.

De aquí se sigue que cuando hemos despejado el quebrado $\frac{37\frac{1}{2}}{20}$ multiplicando sus dos términos por 2 (núm. 191 pág. 236) el quebrado nuevo $\frac{75}{40}$ (1) le será igual, y que por lo tanto si antes aquel nos indicaba que 20 duros equivalian á 37 libras y media, este debe indicarnos que 40 duros han de equivaler á 75 ttʃ; y si este $\frac{75}{40}$ nos indicaba que 75 ttʃ son iguales á 40 duros, reduciéndolo á la menor espresion (núm 173 pág. 231) el quebrado nuevo $\frac{15}{8}$ nos debe tambien indicar que 8 duros han de ser iguales á 15 libras.

---

(1) Adviértase, que aunque hubiésemos colocado por numerador en vez de 37 sueldos y medio, 37 din. 6 y el quebrado $\frac{37ʃ6}{20}$ que entonces hubiéramos tenido lo habiésemos despejado, como por lo regular se acostumbra en la práctica multiplicando en el numerador por 12 los 37 sueldos, y añadiendo al producto los 6 dineros, y en el denominador tambien por 12 los 29 sueldos; aunque parezca que el numerador no se multiplica por la misma tercera que el denominador por no multiplicar los 6 dineros tambien, se multiplican estos por la misma tercera porque tácitamente ya decimos 12 veces 6 dineros son 72 dineros iguales á 6 sueldos, y despues decimos $37ʃ \times 12 = 444ʃ + 6ʃ = 450ʃ$ y en el denominador $20ʃ \times 12 = 240ʃ$ y así el quebrado se queda siempre de la especie superior.

Esto es general en cualquier otro caso igual á este, porque siempre consideramos las especies inferiores en estos casos reducidas á quebrado de la especie superior, y como su denominador siempre es igual á la cantidad por la que se multiplica el término del quebrado del que dependen cuando se efectua la multiplicacion, se destruye el factor multiplicador y el deuominador de su quebrado, y por lo mismo solo deben multiplicarse las especies superiores, y añadir lo que represénten las inferiores, como hemos visto en el quebrado $\frac{37ʃ6}{20}$ que por considerar los 6 dineros como $\frac{6}{12}$ʃ se ha destruido el factor multiplicador 12 y el denominador del quebrado $\frac{6}{12}$ como se ve $\frac{6\times 12}{12}=6$ y así por este motivo hacemos bien en la práctica el multiplicar solamente las especies superiores por lo que vale cada una de estas de las inferiores, y añadir las inferiores que hay.

Ultimamente las partes alicotas que tomamos resultan de mirar sí cada unidad del denominador es mayor ó menor que cada una del numerador, y es evidente que si á cada unidad del denominador hemos de añadir algunas partes para que nos dé una del numerador el quebrado será impropio, y si solamente hemos de sumar las partes tambien se ve que ha de ser propio; porque entonces cada unidad del denominador ha de ser menor en número que las iguales á ella en valor del numerador. Mas como en las partes que tomamos por egemplo del quebrado $\frac{B}{A}$ en cuyo quebrado supongo que el valor de cada unidad del numerador *B* es igual *C* y el de cada una del denominador *A* es igual *D* salen diciendo, si cada una unidad del denominador, que supongo *A* valiese *C*, *A* unidades del denominador serian iguales á las *B* unidades del numerador; pero como estas no son iguales, porque *D* valor de una unidad del denominador para que suba á *C* valor de una del numerador se le ha de añadir v. gr. la mitad mas el cuarto de esta mitad, luego tambien á *A* para que suba á *B* se le habrán de añadir las mismas partes. Y como lo mismo diriamos si *A* y *B* fuesen cantidades *X* veces mayores, é igual raciocinio hariamos si la *C* solo fuese parte de *D*, se ve que es cierto que lo mismo que hacemos con el denominador para inferir el numerador haciéndolo con la cantidad dada debemos obtener la que se va á buscar. Aplíquese este análisis en el egemplo propuesto tomando el último resultado $\frac{15 \text{ tt } \text{ß}}{8 \text{ duros}}$, y se hallará lo mismo. Si en el quebrado $\frac{15 \text{ tt } \text{ß}}{8 \text{ duros}}$ cada una unidad del denominador 8 duros valiese 20 sueldos, ó lo que es lo mismo 1 tt ß, 8 duros valdrian 8 tt ß; pero como un duro no vale 20 sueldos sino 37 ß $\frac{1}{2}$, esto es 20 sueldos mas su mitad 10 ß mas la mitad de estos 10, 5 ß mas la mitad de estos 5, 2 ß $\frac{1}{2}$ tambien los ocho duros deben valer lo que valdrian á razon de 20 ß, esto es 8 tt ß, mas lo que valdrian á razon de 10 ß, esto es 4 tt ß, mas lo que valdrian á razon de 5 ß, esto es 2 tt ß, mas lo que valdrian á razon de 2 ß $\frac{1}{2}$ esto es una libra, cuya suma es 15 tt ß igual al numerador. Y siempre debe salir el numerador haciendo estas proporciones porque por lo demostrado el numerador y denominador despues de formado el quebrado quedan iguales en valor. Mas como la misma comparacion que hemos hecho con la unidad respecto del 8, podriamos hacerla con cualquiera otra cantidad, diremos que es cierto que lo mismo que se hace con el denominador

para buscar el numerador, lo mismo debe hacerse con la cantidad dada para inferir la que se va á buscar, y es &c.

210. La misma demostracion que hemos dado para demostrar la regla general que da Poy para resolver por medio de partes alicotas todos los problemas de reduccion de monedas, pesas y medidas, y que para que se viese con mas claridad hemos aplicado cada una de sus partes generales á un egemplo particular, podrá entenderse hasta la evidencia, juntando desde la formacion del quebrado la práctica con la demostracion en cualquier egemplo particular, como por egemplo en el siguiente.

Se quiere saber que partes han de tomarse para reducir las pesetas provinciales, esto es de 7 ß $\frac{1}{2}$ á libras catalanas?

$$\frac{7\frac{1}{2}}{20}=\frac{15}{40}=\frac{3}{8}$$

	3 ℔ ß
A 1 ℔.	8 *pesetas.*
á $\frac{1}{2}$ 10 ß.	4 ℔ ß
á $\frac{1}{4}$ 2 ß $\frac{1}{2}$.	1 »
7 ß 6	3

Porque una peseta hace 7 sueldos y medio y una libra 20 sueldos, escribo por numerador el $7\frac{1}{2}$ y por denominador el 20 y tengo el quebrado $\frac{7\frac{1}{2}}{20}$. Este quebrado me indica que 20 pesetas componen 7 ℔ $\frac{1}{2}$ porque si considero que el un término ha recibido el aumento que tiene el otro, tendré el quebrado $\frac{7\frac{1}{2}\times 20\,ß}{20\times 7\,ß\,\frac{1}{2}}$ cuyo numerador y denominador son iguales por componerse de factores iguales, y estos me deben dar productos iguales; y por lo tanto si á los dos términos les quito uno de sus factores y les pongo otro de igual, tambien los nuevos factores me deben dar productos que han de ser iguales, y así porque 20 ß = 1 ℔ ß y 7 ß $\frac{1}{2}$ = 1 peseta, digo que $\frac{7\frac{1}{2}\times 20\,ß}{20\times 7\frac{1}{2}\,ß}=\frac{7\frac{1}{2}\times 1\,℔\,ß}{20\times 1\text{ pes.}}=\frac{7\,℔\,\frac{1}{2}}{20\text{ pesetas}}$.

Despues despejo el quebrado $\frac{7\,℔\,\frac{1}{2}}{20\text{ pesetas}}$ multiplicando por 2 los dos términos, y me resulta el quebrado nuevo $\frac{15\,℔}{40\text{ pesetas}}$ el que reduzco partiendo por 5 sus términos á la menor espresion, y me queda este $\frac{3\,℔\,ß}{8\text{ pesetas}}$. Estos nuevos quebrados me indican que 7 ℔ $\frac{1}{2}$ = 20 pesetas tambien 15 ℔ ß = 40 pesetas, y asimismo 3 ℔ ß = 8 pe-

setas; porque como en el primer quebrado $\frac{7\ tt\ \frac{1}{2}}{20\ peset.}$ he multiplicado sus términos por 2 y en el segundo $\frac{15\ tt\ ß}{40\ peset.}$ los he partido por 5, los quebrados nuevos no han alterado su valor, porque sus términos se han aumentado y disminuido por una misma tercera, y siempre han quedado aparentes por la denominacion, esto es numerador y denominador iguales; luego siendo $7\ tt\ \frac{1}{2} = 20$ pesetas tambien $15\ tt = 40$ pesetas, y asimismo $3\ tt\ ß = 8$ pesetas.

Sigo con el quebrado reducido $\frac{3\ tt\ ß}{8\ peset.}$ diciendo si las ocho pesetas cada una valiese 1 tt, ó 20 ß, las 8 pesetas valdrian 8 tt ß pero como no valen 20 ß tal vez valdrán la mitad 10 sueldos; luego las 8 pesetas valdrian la mitad de 8 tt, esto es 4 tt ß; pero como tampoco cada peseta vale 10 ß sino $7\ ß\ \frac{1}{2}$ que son los 10 ß menos su cuarta parte $2\ ß\ \frac{1}{2}$ como se ve $10\ ß - 2\ ß\ \frac{1}{2} = 7\ ß\ \frac{1}{2} = 1$ peseta, tampoco valdrán las 8 pesetas 4 tt ß, sino 4 tt ß menos su cuarta parte 1 tt ß que son $4\ tt\ ß - 1\ tt\ ß = 3\ tt\ ß$. Como lo mismo hubiera dicho si las ocho pesetas denominador hubiese sido cualquiera otra cantidad, deduciré de aquí, que las mismas partes que he tomado del denominador 8 pesetas para inferir el numerador 3 tt ß, las mismas debo tomar de cualquier número de pesetas para indagar el numero de libras catalanas que encierran; luego las pesetas se reducirán á libras de ardites: tomando la mitad de las pesetas dadas, y restando del número que resulte su cuarto, la diferencia me indicará las libras que hacen el número dado de pesetas, y es &c.

211. *Egemplo.* 4536 pesetas cuántas libras de ardites hacen?

	4536 *pesetas.*
$\frac{1}{2}$. . .	2268 tt ß
$\frac{1}{4}$. . . .	567 »
	1701 tt ß
Prueba. Suma $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$.	4536 *pesetas.*

Se funda en el mismo quebrado $\frac{3}{8}$ porque $4+1+3=8$. Hemos tomado la mitad de 4536 que ha sido 2268 de la que hemos restado su cuarto, y la diferencia 1701 nos ha indicado las libras que hacian las 4536 pesetas, esto es 1701 tt ß consta de lo dicho.

Despues hemos hecho la prueba sumando todas las partidas menos la de arriba, y como nos ha salido un número de pesetas igual al de antes, nos ha manifestado estar exacta la operacion.

Por razon de hallar la prueba con tanta facilidad preferimos este método al de reducirlas tomando el cuarto y sumándolo este con su mitad.

212 Si hay algunas especies inferiores al lado de la que reducimos se prescindirá de ellas al acto de tomar las partes solo si se juntan con la suma, v. g. Reduciendo 3953 pesetas 6 sueldos á libras catalanas, solamente tomaremos las partes que nos ha manifestado el quebrado ; de las pesetas, y no de los sueldos ; porque reducimos pesetas á libras, y no sueldos á libras; pero sí habremos de juntar los 6 sueldos con la suma para que iguale á la partida dada.

Practica.	3953 *peset.*	6 ß		
$\frac{1}{2}$.	1976 ℔	10 ß		
$\frac{1}{4}$.	494 »	2 »	6 *d.*[s]	
	1482 »	13 »	6 *d.*[s]	
Prueba.	3953 *peset.*	6 ß		

En la prueba se presentará una dificultad á la coluna de los sueldos, y es porque por cada 20 ß solo llevamos una peseta cuando esta no encierra mas que 7 ß 6 dineros. La razon es obvia porque cuando hemos tomado las partes de las pesetas, estas se nos han transformado en libras, y á cada unidad del resíduo hemos dado el valor de 20 sueldos, esto es de $\frac{20}{20}$ de libra, despues transformando estas en pesetas, cuando hacemos la prueba cada unidad del resíduo debe tener $\frac{20}{20}$ de peseta y así para nosotros se nos ha hecho indiferente el que dijese 1 ß ó un $\frac{1}{20}$; pues que no mas hemos atendido á los denominadores que llevaban aquellas partes que tenian esta señal.

213. Segun el principio dado para reducir pesos á libras formariamos el quebrado siguiente:

28 ℔	que indica	28 tt ℔
20 ℔	20 ℔. .	20 *pesos* tt ℔
$\frac{1}{5}$. .	4 ℔. .	.4 tt ℔
$\frac{1}{5}$. .	4 ℔. .	.4 tt ℔
		28

El que nos indica que los pesos se reducen á libras sumando la cantidad dada de pesos con sus dos quintos; pero (núm. 116 pág. 210) para tomar el quinto de una cantidad se quita la última nota, y cada unidad de estas nos representa $\frac{1}{5}$ que siendo de libra como en esta operacion serán 4 ℔, y las demas notas se multiplican por dos, luego para tomar los dos quintos siendo duplo de un quinto bastará quitar la última nota, y cada unidad de las de esta nos representará $\frac{2}{5}$ que siendo de libra serán 8 ℔ y las demas multiplicarlas por 4, y así puedo hacer mas facil esta reduccion siguiendo la regla que sigue:

Para reducir los pesos á libras catalanas bastará multiplicar el último guarismo de la izquierda por 8 y serán sueldos y las demas notas multiplicarlas por 4, y serán libras cuyo resultado sumado con la cantidad dada de pesos nos indicará el número de libras catalanas á que igualarán la cantidad dada de pesos, v. g. 3547 pesos cuántas libras de ardites hacen?

	3547 *pesos.*
$+\frac{2}{5}$. . .	1418 tt 16 ℔
	4965 tt 16 ℔

Multiplicamos para tomar los dos quintos la última nota por 8 y decimos $7\times8=56$ que por ser sueldos son iguales á 2 tt 16 ℔ escribimos los 16 ℔ y llevamos 2 tt ℔. Las demas notas las multiplicamos por 4 y serán libras y así decimos $4\times4=16$ y 2 que llevabamos son 18, escribimos 8 y llevamos 1, $4\times5=20+1=21$ ponemos 1 y llevamos 2, $3\times4=12+2=14$ que los escribimos. Despues sumamos 3547 con 1418 tt 16 ℔ y la suma 4965 tt 16 ℔ nos dice que 3547 pesos igualan á 3965 16 ℔ (1).

(1) A algunos les parecerá que sumamos cantidades inconnexas, pero si miran con cuidado lo que hemos hecho en el quebrado, verán que los tres mil quinientos cuarenta y siete pesos se nos transforman en la reduccion en 3547 libras; y así las cantidades que sumamos son connexas.

Para probar esta operacion reduciriamos las libras otra vez á pesos. Lo mismo se practicará en cualquier otra operacion para ver si está resuelta con exactitud, esto es se volverá á reducir á la especie de que haya salido á no ser que haya algun método mas facil como hemos visto en la reduccion de pesetas á libras y veremos en la siguiente:

214. Damos por formado el quebrado, y decimos que los durillos se reducen á libras de ardites doblando el número dado de durillos y restando del tal duplo el dieziseisavo del octavo del número de durillos v. g. 3454 durillos cuántas libras hacen? Hacen 6881 ℔ 0 ℨ 3 $\frac{3}{4}$.

	3454 *durillos*.... $\frac{1}{8}$....	431 ℔ 15 ℨ	
×2	6908		
$\frac{1}{16}$	26 ℔ 19 ℨ 8 $\frac{1}{4}$		
	6881 ℔ 0 ℨ 3 $\frac{3}{4}$		
Suma y $\frac{1}{16}$. *Prueba*..	6908 ℔ 0 ℨ 0	*Toma la mitad*.	
Son..........	3454 *durillos*.		

Doblamos los 3454 durillos cuyo duplo es 6908, despues aparte tomamos el octavo de los 3454 que es 431 ℔ 15 ℨ, de esta tomamos el dieziseisavo que es 26 ℔ 19 ℨ 8 dineros $\frac{1}{4}$, el que colocamos debajo del duplo de los durillos y decimos 6908 ℔ ℨ—26 ℔ 19 ℨ 8 d. $\frac{1}{4}$ = 6881 ℔ 0 ℨ 3 d. $\frac{3}{4}$ cuya diferencia nos indica la cantidad de libras á que igualan los 6908 durillos dados. Probamos despues si nos hemos equivocado en la resolucion sumando con la cantidad de libras que hemos hallado que son 6881 ℔ 0 ℨ 3 d. $\frac{3}{4}$ el subtraendo 26 ℔ 19 ℨ 8 d. $\frac{1}{4}$. Como la mitad de esta suma nos ha dado el número de durillos hemos visto que estaba exacta la operacion. Véase el autor en la pág. 85 y se hallará otro método para reducir los durillos á libras, y se verá al mismo tiempo en que fundamos la prueba, pues que uno y otro método estriban en la misma razon.

215. Tambien pueden reducirse los durillos á libras de ardites doblando el número de durillos y de este duplo restando la diferencia que va del sexto de los durillos tomados como á sueldos

menos el octavo de los mismos tomados como á dineros; el residuo nos indicará el número de libras que se buscan; v. gr. Cuántas libras de ardites hacen 128 durillos hacen 255 tt ß?

Atiéndese que un durillo equivale 39 ß 10 $\frac{1}{8}$ ó que es lo mismo á 2 tt ß menos 1 dinero y $\frac{7}{8}$ de otro dinero.

Esto supuesto se resuelve la operacion como aquí sigue.

128 *durillos.*	
————	á 1 ß . . $\frac{1}{6}$. 2 *d.s* . 21 ß 4
á 2 tt ß . . . 256 tt ß	á 1 *d.s* . $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{8}$ *d.s* . . 0 ß 16 *d.s*
—1 *d.s* $\frac{7}{8}$ . . . . 1 "	————
————	1 $\frac{7}{8}$ . . . . 20 ß = 1 tt ß
39 ß 10 *d.s* $\frac{1}{8}$ . . 255 tt ß	

Esplicacion teorica-práctica. Si los 128 Durillos cada uno valiese 2 tt ß todos juntos valdrian 256 tt ß; pero como no vale 1 durillo 2 tt ß sino 2 tt ß menos 1 din. y $\frac{7}{8}$ decimos que restando del tal duplo lo que valdrian á razon de 1 dinero $\frac{7}{8}$ la diferencia ha de ser el número de libras á que igualan los 128 durillos. Lo que conseguimos diciendo si 128 durillos á sueldo valdrian 128 ß luego á razon de 2 dineros sexta parte de un sueldo valdrán el sexto de 128 ß que es 21 ß 4 despues decimos si los 128 durillos fuesen á razon de 1 dinero valdrian 128 dineros luego á razon de $\frac{1}{8}$ de dinero valdrán el octavo, el octavo de 128 es 16 dineros. Ahora como $2 - \frac{1}{8} = 1\frac{7}{8}$ decimos: si los 128 durillos á 2 dineros valen 21 ß 4 y á un octavo de dinero valen 16 dineros, restando de los 21 sueldos y 4 los 16 dineros la diferencia 20 ß = 1 tt ß ha de ser lo que valdrian los 128 durillos á 1 dinero $\frac{7}{8}$ de dinero. Como esto es lo que sobraba de cada durillo dándole el valor de 2 tt ß, luego restando de las 256 tt ß la una libra: la diferencia nos dará el número exacto de libras á que igualan los 128 durillos, esto es 255 tt ß.

La prueba se practica como en la otra operacion.

216. Haciendo iguales observaciones podemos hallar otros medios para reducir los durillos á libras, que entre los muchos pondremos el que sigue.

Los durillos se reducen á libras de ardites restando del duplo de los durillos dados el octavo de los durillos considerados, estos como á sueldos mas el cuarto de este octavo v. gr. 3456 durillos cuántas libras hacen? Hacen 6845 tt 3 ß 1 dinero $\frac{1}{2}$.

3436 *durillos*	*á* 1 ß
á 2 tt ß. . . . 6872	$\frac{1}{8}$. . 1 *d.* $\frac{1}{2}$. . . 21 tt 9 ß 6 *d.*
1 *din.* $\frac{7}{8}$. . . . . 26 tt 16 ß 10 *d.* $\frac{1}{2}$	+ $\frac{1}{4}$. . . . $\frac{3}{8}$. . . . 5" 7" 4" $\frac{1}{2}$
6845 tt 3 ß 1 *d.* $\frac{1}{2}$	26 tt 16 ß 10 *d* $\frac{1}{2}$

Obsérvense bien las partes que tomamos, las que manifiestan las notas, y como se entienda bien la otra operacion, menos dificultad se hallará en la esplicacion de esta. La prueba es igual.

217. Quien entienda bien el principio que hemos dado, no tendrá dificultad en resolver cuantas operaciones de reduccion de monedas, pesas y medidas se le puedan presentar con tal que tenga las relaciones necesarias del valor de las monedas, pesas ó medidas que ha de reducir ó trasladar Estas relaciones aunque las tuviese én la reduccion de las monedas imaginarias de una provincia á las imaginarias de otra, ó bien sea en lo que llaman cambio nacional, le serian muy molestas por la multitud que habria de poseer valiéndose del principio dado, por cuyo motivo nos valemos de otro casi igual al que acabamos de dar para saber las partes alicotas que debemos tomar, para reducir las monedas imaginarias de una provincia cualquiera de nuestra España, á las de cualquiera otra provincia de la misma, para cuya reduccion no necesitaremos de otras relaciones que las que siguen:

(1.ª) *Valores iguales..*
- 17 maravedis plata.
- 32 maravedis vellon castellano.
- 21 dineros catalanes.
- 15 dineros valencianos.
- 16 dineros aragoneses.
- 17 dineros mallorquines.
- 18 maravedis navarros.

(2.ª) *Nombre de las monedas con que llevan los libros de comercio, las principales casas de España, y valor de cada una de las superiores reducida á las inferiores.*
- 1 real plata = 34 maravedis plata.
- 1 real vellon = 34 maravedis vellon castellano.
- 1 libra catalana = 240 dineros catalanes.
- 1 libra valenciana = 240 dineros valencianos.
- 1 libra aragonesa = 320 dineros aragoneses
- 1 libra mallorquina = 240 dineros mallorquines.
- 1 real flojo navarro = 36 maravedis navarros.

218. *Principio.* Para indagar que partes han de tomarse en la translacion de las monedas imaginarias de una provincia cualquiera de nuestra peninsula, á las imaginarias de cualquiera otra de la misma, no sabiendo mas que las relaciones que tienen las monedas imaginarias, que las que manifiestan las tablas arriba puestas:

Lo 1.° Fórmese un quebrado tal cuyo numerador sea el número de maravedises ó dineros que se encuentren en la tabla (1.ª) de la misma provincia que sea la moneda que se va á buscar, y por denominador el número tambien de maravedises ó dineros que encuentre en la misma tabla (1.ª) de la misma provincia que sea la moneda dada (1).

Lo 2.° Redúzcase el denominador á la denominacion de los enteros de la especie de la moneda dada, y el numerador á la denominacion de la especie de la moneda á que se querrá trasladar (2).

Lo 3.° Despéjese el quebrado que saliere (3); (segun lo dicho en el núm. 191 pág. 236).

Lo 4.° El quebrado una vez despejado ó antes de despejarse redúzcase á la menor espresion (4).

Lo 5.° Del denominador de este quebrado tómense continuamente partes alicotas hasta que sumándolas por sí solas, cuando es propio el quebrado, ó con dicho denominador cuando el quebrado es impropio, den una suma igual al numerador. Y si dichas partes alicotas salieron tomando por egemplo el séptimo y el tercio del séptimo; en la reduccion ó translacion de la especie dada de moneda (y cuyo principio quien discurra, verá que puede aplicarse á las pesas y medidas) habrá de tomarse el séptimo y el tercio del séptimo para inferir la moneda que se va buscar (5); v. gr.

---

(1) El numerador y denominador de este quebrado serán iguales, porque todas las monedas puestas en la tabla (1.ª) son entre sí iguales.

(2) Los dos términos del quebrado tambien quedarán iguales, porque como no hacemos otra cosa que reducir una especie de inferior á superior (núm. 108. pág. 207) tambien han de quedar con un valor igual al de antes, y por lo tanto siendo los dos iguales segun la otra nota (1) quedarán tambien iguales.

(3) Tambien han de quedar iguales los dos términos porque el despejo (núm. 191 pág. 236) no altera el valor del quebrado.

(4) Esta otra operacion no alterará (núm. 173 pág. 231) el valor del quebrado, y así los términos quedarán iguales.

(5) Esto se funda en que como el denominador es al numerador como la unidad es al quebrado, y como tambien el denominador es al numerador como la cantidad dada á la que se va á buscar; es claro que por las mismas sendas que la unidad suba ó baje al quebrado, por las mismas debe subir ó bajar el denominador al numerador, y por las mismas la cantidad dada para hallar la que va buscar.

219. Si queremos saber que partes debemos tomar para reducir las libras valencianas á libras aragonesas, formaremos un quebrado, cuyo numerador será el número de dineros aragoneses que encontraremos en la tabla, y el denominador el número de dineros valencianos que encontraremos en la misma; así tendremos el $\frac{16 \text{ dineros aragoneses}}{15 \text{ dineros valencianos}}$, cuyos términos son iguales por ser 16 dineros aragoneses iguales á 15 dineros valencianos, como la manifiesta la tabla (1.ª). Despues estos dos términos los reduciremos el numerador á quebrado de libra valenciana, y así (núm. 108 pág. 207) 16 dineros aragoneses reducidos á quebrado de libra serán $\frac{16}{320}$ avos de libra aragonesa, y el denominador 15 dineros valencianos á quebrado de libra valenciana serán $\frac{15}{240}$ avos de libra valenciana, y tendremos el nuevo quebrado $\frac{16}{320}$ avos de libra aragonesa igual á $\frac{15}{240}$ de libra valenciana cuyos términos siendo antes iguales tambien quedan iguales; porque cuando una especie inferior se reduce á superior, la superior queda igual á la inferior (núm. 108 pág. 207) por lo tanto $\frac{16}{320}$ ℔ aragonesa igual á $\frac{15}{240}$ ℔ valenciana.

Luego despejamos el quebrado (núm. 191 pág. 236) multiplicando los dos términos por (320×240) con lo que tendremos $\frac{\frac{16\times320\times240}{320}}{\frac{15\times320\times240}{240}}=\frac{16\times240}{15\times320}$ por destruírsenos en el numerador el 320 y en el denominador el 240; en el quebrado despejado $\frac{16\times240}{15\times320}$ nos quedan los dos términos tambien iguales (núm. 191 pág. 236) por haber aumentado sus términos por una misma tercera, y así (16×240) libras aragonesas equivalen á (15×320) libras valencianas. Ahora el quebrado $\frac{16\times240 \text{ ℔ aragonesas}}{15\times320 \text{ ℔ valencianas}}$ lo reducimos á la menor espresion, y nos sale el quebrado reducido $\frac{4 \text{ ℔ aragonesas}}{5 \text{ ℔ valencianas}}$ cuyos términos tambien han de quedar iguales por no alterarse el valor de un quebrado (núm. 163 pág. 228) cuando sus terminos se disminuyen por una misma medida; así 4 ℔ aragonesas equivalen á 5 libras valencianas. Ultimamente como sabemos que el denominador es al numerador como la unidad es al quebrado, inferiremos que si 5 ℔ valencianas equivalen á 4 de aragonesas, 1 ℔ valenciana equivaldrá á $\frac{4}{5}$ de libra aragonesa, y por lo tanto para indagar las partes alicotas que debemos tomar para trasladar las libras valencianas á libras aragonesas diremos: es evidente que si cada libra valenciana igualase á una de aragonesa 5 ℔ valencianas igualarian á

5 de aragonesas pero como una libra valenciana no iguala á una de aragonesa, sino á $\frac{4}{5}$ esto es á 1 tt9—$\frac{1}{5}$ tt por esto las 5 tt valencianas tampoco igualarán á 5 de aragonesas sino á 5 tt menos $\frac{1}{5}$ de 5 tt, esto es á 5 tt9—1 tt=4 tt9, como lo mismo hubieramos dicho si la cantidad 5 tt9 hubiese sido cualquiera otra cantidad ya mayor ya menor, diremos que las libras valencianas se trasladarán á libras aragonesas, restando de la cantidad dada de libras valencianas, su quinto. Con lo que queda probado todo lo dicho en el prinoipio dado, y se ve á las claras que las mismas partes que tomamos del denominador para inferir el numerador, las mismas deberemos tomar con la cantidad dada para inferir lo que se va á buscar.

Todo lo que acabamos de decir se reduce á los guarismos que siguen.

$$\frac{16\ d.^s}{15} = \frac{\frac{16}{320}}{\frac{15}{240}}\ tt9 = \frac{\dfrac{16\times320\times240}{320}}{\dfrac{15\times320\times240}{240}} = \frac{16\times240}{15\times320} = \frac{4\ tt\ \textit{aragonesas.}}{5\ tt\ \textit{valencianas.}}$$

$$\tfrac{1}{5}\ldots\frac{1}{4}$$

Nota. Podriamos usar de mas abreviacion.

220. *Otro egemplo.* Si tuviesemos que indagar las partes que deben tomarse para reducir las libras aragonesas, á libras valencianas, formariamos el quebrado de la misma manera que el otro, solamente que lo que era numerador será denominador, y lo que denominador numerador; y así tendremos:

$$\frac{15}{16} = \frac{\frac{15}{240}}{\frac{16}{320}} = \frac{15\times320}{16\times240} = \frac{5\ tt9\ \textit{valencianas.}}{4\ tt9\ \textit{aragonesas.}}$$

$$\tfrac{1}{4}\ldots\ldots\frac{1}{5}$$

El último quebrado nos indica que 5 tt9 valencianas equivalen á 4 de aragonesas y por lo tanto dígase: Si 1 tt9 aragonesa equivale á una de valenciana 4 tt9 aragonesas equivaldrán á 4 de valencianas; pero como una libra aragonesa equivale á $\frac{5}{4}$ de libra valenciana, ó que es lo mismo 1 tt9+$\frac{1}{4}$ tt tambien 4 tt9 aragonesas equivaldrán á 4 de valencianas mas el cuarto de las cuatro, esto es

á 4+1: luego las libras aragonesas se reducirán á libras valencianas sumando la cantidad dada de libras, con su cuarto.

Práctica... 7532 ℔ *valencianas.*	*Otra*.... 9348 ℔ *aragonesas.*
$-\frac{1}{5}$... 1506 ℔ 8 s	$+\frac{1}{4}$.. 2337 ℔
6025 ℔ 12 s *aragon*	11685 ℔ *valencianas.*

221. *Otro egemplo.* Queremos saber qué partes debemos tomar para reducir á libras mallorquinas los reales flojos navarros?

$$\frac{17\ d.^s}{18\ m.^s}=\frac{\frac{17}{240}\ ℔\ s}{\frac{18}{36}\ r.^s\ fl.^s}=\frac{\frac{17\times240\times36}{240}}{\frac{18\times240\times36}{36}}=\frac{\overset{1}{\overset{2}{17\times36}}}{\underset{1\quad120}{18\times240}}=\frac{17\ ℔\ s\ \textit{mallorquin.}}{120\ \textit{reales flojos.}}$$

17 *libras mallorquinas.*

á... 1 ℔ s .. 120 *reales flojos.*
á... $\frac{1}{10}$.... $\frac{12}{120}$ ℔... 12 ℔ s
á.. $\frac{1}{3}$.... $\frac{4}{120}$..... 4 "
á.. $\frac{1}{4}$.... $\frac{1}{120}$...... 1 "

17 *libras mallorquinas.*

Formamos el quebrado siguiendo el principio establecido, escribiendo por numerador los 17 dineros mallorquines, y por denominador los 18 maravedis navarros; despues á este quebrado $\frac{17}{18}$ avos reducimos su numerador á libras mallorquinas partiéndolo por 240 y su denominador á reales flojos partiéndolo por 36 y tenemos el segundo quebrado $\frac{\frac{17}{240}}{\frac{18}{36}}$ que nos indica, que por ser 17 dineros iguales á 18 maravedis navarros, tambien $\frac{17}{240}$ de libra mallorquina serán iguales á $\frac{18}{36}$ de real flojo navarro.

Despejamos en seguida el quebrado multiplicando sus dos términos por 240×36 y nos resulta el quebrado $\frac{17\times\frac{240\times36}{240}}{18\times\frac{240\times36}{36}}$ que por

hallar en la fraccion numerador en sus términos 240 factor igual lo borramos, y asimismo en la fraccion denominador les quitamos á sus términos el 36 factor comun, y nos queda el quebrado $\frac{17 \times 36 ₶}{18 \times 240 \text{ rs.}}$ el que reducimos á la menor espresion partiendo por 18 el un factor del denominador que es 18, y tomando la misma parte del 36 factor del numerador, despues continuamos la reduccion partiendo el cociente de 36 partido por 18, esto es 2 por 2, ó igualmente partiendo por la misma tercera el otro factor del denominador 240. Una vez tenemos el quebrado de esta manera multiplicamos sus factores diciendo $1 \times 17 = 17$ y $1 \times 120 = 120$ y nos queda el último quebrado $\frac{17 \text{ ₶ mallorquinas}}{20 \text{ reales navarros}}$ que por lo demostrado sabemos que nos indica que 120 reales flojos equivalen á 17 ₶ moneda mallorquina, y que 1 real flojo equivale $\frac{17}{120}$ de libra avos mallorquina.

Escribimos ultimamente el quebrado último debajo y ponemos al lado de su denominador 1 ₶ y decimos 1 ₶ $= \frac{120}{120}$ ₶ el décimo de $\frac{120}{120}$ ₶ es $\frac{12}{120}$ ₶ que los escribimos debajo, seguimos el $\frac{1}{3}$ de $\frac{12}{120}$ ₶ es $\frac{4}{120}$ ₶ y el $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{120}$ ₶ es $\frac{1}{120}$ que tambien escribimos el uno bajo el otro. Formada la coluna empezamos por el denominador diciendo: es evidente que los 120 reales flojos á 1 ₶ mallorquina cada real valdrian 120 ₶; luego á razon de $\frac{12}{120}$ ₶ tambien mallorquina valdrán el décimo. El décimo de 120 ₶ es 12 ₶.

Por los $\frac{4}{120}$ proseguimos así: nosotros ya sabemos que los 120 reales flojos á $\frac{12}{120}$ ₶ mallorquina valen 12 ₶ de la misma moneda: luego á razon de $\frac{4}{120}$ ₶ tambien mallorquina valdrán el tercio. El tercio de 12 ₶ es 4 ₶.

Por el $\frac{1}{120}$ ₶ decimos: ya sabemos que los 120 reales flojos á razon de $\frac{4}{120}$ ₶ valen 4 ₶, luego á razon de $\frac{1}{120}$ valdrán el cuarto. El cuarto de 4 ₶ mallorquinas es 1 ₶ mallorquina.

Despues decimos: ya sabemos ahora lo que valen los 120 reales flojos á razon de $\frac{12}{120}$ ₶ mallorquina lo que valen á razon de $\frac{4}{120}$ ₶ mallorquina y lo que valen á razon $\frac{1}{120}$ ₶ mallorquina, luego la suma de estos precios 12 ₶ + 4 ₶ + 1 ₶ = 17 libras moneda mallorquina será lo que valdrán los 120 reales á razon $\left(\frac{12}{120} + \frac{4}{120} + \frac{1}{120}\right)$ ₶ mallorquina $= \frac{17}{120}$ ₶ mallorquina que es exactamente lo que vale cada un real. Como tomando las mismas partes de cualquiera cantidad dada de reales flojos que hemos tomado de los 120 reales flojos para que nos salieren las 17 ₶ mallorquinas

nos saldrian los reales dados á razon de $\frac{17}{120}$ ₶ mallorquina diremos que:

Los reales flojos navarros se reducen á libras mallorquinas, sumando el décimo de la cantidad dada de reales, con el tercio de este decimo y el cuarto de este tercio; v. gr.

	7535 *reales flojos.*
$\frac{1}{10}$	753 ₶ 10 ℔
$\frac{1}{3}$	251 „ 3 „ 4 *dineros.*
$\frac{1}{4}$	62 „ 15 „ 10 „
	1067 ₶ 9 ℔ 2 *d.s moneda mallorq.*

222. Siguiendo este principio se podrán resolver cuantas operaciones de cambio nacional se propongan, como hemos visto en la resolucion de los egemplos anteriores, y á su imitacion pueden hacerse los demas que se quieran proponer.

DEL MULTIPLICAR COMPUESTO.

223. Para resolver las reglas de Multiplicar compuesto hay varios métodos, como el de la reduccion á las especies inferiores, el de especies inferiores á la superior valiéndose de los quebrados, el de proporciones, el de partes alicotas y otros. Entre todos el que es menos engorroso y mas comun, es el de partes alicotas, cuyo método esplica el Autor con bastante claridad, y presenta una multitud de egemplos desde la página 92 á la página 151 que á pesar de que podriamos presentar mucha parte de los problemas que lleva, hechos por el mismo método con muchos menos guarismos, bastará saber lo que él dice en las páginas arriba dichas, para satisfacer al teórico y al práctico.

DE LOS INTERESES DE MONEDAS Á TANTO POR *ciento, por mil, &c. por una cantidad cualesquiera.*

224. El cociente de una regla de partir nos indica las veces que el divisor está contenido en el dividendo, y por lo mismo por cada unidad que habrá en el cociente nos indicará que el dividendo contiene una vez al divissor, y así si queremos saber cuanto debemos pagar cada mes por 2000 ℔ que nos prestaron á interés de 1 p.$\frac{o}{o}$ al mes, no haremos otra cosa que partir las 2000 ℔ por 100 y el cociente nos indicará lo que debemos pagar, porque como cada unidad del cociente nos indicará que el divisor 100 estará contenido una vez en las 2000 ℔, luego si está contenido 20 veces nos indicará que el 2000 contiene al 100, 20 veces, y como segun lo dicho es lo que debemos averiguar para pagar 1 por cada 100, de los que contiene el 2000; es claro que representándonos esto el cociente debe decirnos lo que se pide.

225. Se sigue de aquí que cuando nos pedirán lo que debemos recibir, pagar, &c. por cierta cantidad á 1 por ciento, á 1 por mil, &c. (1) ó por cualquiera otra cantidad *z* bastará partir la cantidad que hemos entregado, recibido, &c. por la que se hace pagar el 1 p.$\frac{o}{o}$, el 1 p.$\frac{o}{oo}$, en una palabra el uno por *z* y el cociente nos indicará lo que se pide; v. g. Hemos tomado prestados 1464 pesos por un año con la condicion de volver á mas de los referidos 1464 pesos, 1 por cada 24 de los que hemos recibido; así queremos saber cuántos pesos debemos añadir? Segun lo dicho partiremos los 1464 pesos por 24 y el cociente 61, nos indicará que debemos añadir 61 pesos.

226. Así como hemos dicho que habiamos de pagar 1 peso por cada 24 de los 1464 que nos dejaron, hubiesemos dicho á 5 ó á cualquier otra cantidad, por egemplo *x*, por cada 24, hariamos la operacion como hemos dicho partiendo el 1464 por 24 y sabriamos lo que nos darian á 1 por 24, y despues diriamos si 1464 pesos á 1 por cada 24 nos dan 61 pesos, á 5 nos darán 5 veces 61 y á *x* nos darian 61 veces *x*. Asimismo en el primer egemplo así como hemos dicho á 1 p.$\frac{o}{o}$ hubiésemos dicho á 7 6

(1) Para indicar estas voces *por ciento* lo ponemos así p.$\frac{o}{o}$, para decir *por mil* así p.$\frac{o}{oo}$, para decir *por diez mil* así p.$\frac{oo}{oo}$, &c.

á n p.$\frac{o}{o}$ despues de resuelta la operacion como si fuese á 1. p.$\frac{o}{o}$ hariamos este raciocinio: si 2000 ℔ á 1 p.$\frac{o}{o}$ nos dan 20 ℔ á 7 p.$\frac{o}{o}$ nos darán 7 veces 20 ℔; esto es 140 ℔, y á n nos darian n veces 20 ℔, esto es 20 ℔ $\times n = 20n$ ℔. Pero como (Teor. 1.° núm. 100 pág. 202) cuando se multiplica el dividendo de una regla de partir por una tercera, se multiplica el cociente por la misma tercera, es evidente que en los egemplos propuestos y en cualesquiera otros si en vez de multiplicar el cociente hubiésemos multiplicado el dividendo habriamos obtenido el mismo resultado. y así:

Regla general. Cuando el interes que se establece para pagarse por cada ciento, por cada mil, en una palabra por cada x de los que contiene una cantidad cualesquiera n, sea mayor ó menor que 1, se multiplicará la cantidad prestada por el tanto establecido y el producto partido por el *ciento*, por el *mil*, por el x, el cociente indicará lo que se pide.

En esto y en lo que habemos dicho (núm. 115 pág. 210) se funda todo lo que dice Poy desde la página 151 nota CV, hasta la página 157 nota CVII; y así véanse los problemas que propone.

ABREVIACIONES.

227. Para tomar el $\frac{1}{2}$ p.$\frac{o}{o}$ de una cantidad de libras en las plazas que cuentan por libras de 20 ß y sueldos de 12 dineros, como Cataluña, Valencia, Mallorca, &c. bastará tomar la mitad de todos los guarismos menos de los dos últimos de la derecha y serán libras, escribir al lado de esta mitad las decenas de libras que haya y serán sueldos, y despues las unidades de libras multiplicadas por un dinero y $\frac{1}{5}$ de dinero y serán dineros; v. g. Á $\frac{1}{2}$ p.$\frac{o}{o}$ cuánto corresponde pagar por 23458 ℔?

	234(58 ℔
Hemos de pagar....	117 ℔ 5 ß 9 *d.* $\frac{3}{5}$

Separamos las dos notas últimas y decimos, la mitad de 2 es 1, la mitad de 3 es 1, y sobra 1 que con el 4 son 14 la mitad de 14 es 7, y ponemos señal de libras. Despues decimos 5 decenas son 5 ß y 8 unidades son 8 dineros y $\frac{8}{5}$ iguales á 9 dineros y $\frac{3}{5}$ de dinero. Así decimos que hemos de pagar 117 ℔ 5 ß 9 dineros $\frac{3}{5}$.

Se funda esto en que como cuando separamos las dos últimas notas del 23458 ℔ ʃ, el 234 nos indica el número de libras que habriamos de pagar á razon de 1 p.$\frac{o}{o}$, luego á $\frac{1}{2}$ p.$\frac{o}{o}$ habremos de pagar la mitad, y por esto la tomamos. En cuanto á las decenas se funda en que como una decena de libra tiene 200 ʃ porque 10×20 ʃ=200 ʃ, tomando el 1 p.$\frac{o}{o}$ habriamos de pagar 2 ʃ por cada decena y á $\frac{1}{2}$ p.$\frac{o}{o}$ la mitad, esto es 1 ʃ; luego si por cada una decena de libra nos corresponde pagar á $\frac{1}{2}$ p.$\frac{o}{o}$ 1, habremos de pagar tantos sueldos cuanto sea el número de decenas de libras, luego si hay 5 decenas como en el egemplo propuesto deberemos pagar 5 ʃ. Despues en las unidades de libra, como 1 ℔ es igual á 240 dineros vemos que si hubiésemos de pagar el 1 p.$\frac{o}{o}$ de 1 ℔ nos corresponderia pagar $2\frac{40}{100}$ din.=2 dineros y $\frac{2}{5}$ de dinero, luego habiendo de pagar el $\frac{1}{2}$ p.$\frac{o}{o}$ nos corresponde pagar la mitad, esto es 1 dinero y $\frac{1}{5}$ de dinero, luego &c.

228. Cor. 1.° Con lo que acabamos de decir se ve que para tomar el 1 p.$\frac{o}{o}$ de una cantidad cualquiera de libras catalanas, valencianas, ó mallorquinas, se podrá practicar la operacion multiplicando las unidades de libra por 2 y $\frac{2}{5}$ y serán dineros, las decenas por 2 y serán sueldos, y despues pondremos las demas notas y serán libras, v. g. Quiero saber cuánto nos deben entregar cada dos meses por 7835 ℔ ʃ que dejamos á un comerciante, bajo el pacto que nos daria cada año el 6 p.$\frac{o}{o}$ de interés.

	7835 ℔ ʃ
Nos deben entregar.	78 ℔ 7 ʃ 0 *din.*ˢ

Siendo dos meses sexta parte de un año, discurrimos de esta manera, si en un año nos dan 6 ℔ por cada 100 de las 7835 ℔, en 2 meses nos darán el sexto de interés, que es el 1 p.$\frac{o}{o}$ de las 7835 ℔. Para indagarlo empezamos por la derecha, y decimos 5 veces 2 y $\frac{2}{5}$ son 10 y $\frac{10}{5}$=12 que son dineros iguales á un sueldo que lo llevamos, 2 por 3, 6 y 1 son 7, que son sueldos y los escribimos, 78 son 78 ℔ ʃ.

Por lo regular los comerciantes cuando toman el $\frac{1}{2}$ p.$\frac{o}{o}$ como desprecian los quebrados de dinero, por cada libra de ardites que encuentran al lugar de las unidades ponen 1 dinero sino llegan á 5 las libras, y si hay 5, 6 mas hasta el nueve ponen 1 mas, si hay sueldos los desprecian en el cálculo si estos son pocos, ó sino ponen un dinero mas, y en lo demas hacen lo que hemos practicado

(núm. 227 pág. 265), v. gr. Si han de tomar el ½ p.% de 3742 ℔, dicen la mitad de 37 es 18 y son libras y nos sobra 1 que con el 4, 14 y son sueldos 2 ß á ½ p.% son 2 dineros. Así 3742 ℔ á ½ p.% corresponde pagar 18 ℔ 14 ß 2 dineros y desprecian los ⅖ de dinero.

229. *Otro egemplo.* Cuánto ha de recibir el corredor por la venta que ha hecho de ciertos quintales de arroz, de los cuales ha sacado 9385 ℔ 3 ß 8 dineros (1)?

	9 3(8 5 ℔ 3 ß 8 d.s á ½ p.%
Ha de recibir. . . .	*4 6 ℔ 1 8 ß 6 d.s despreciando $\frac{11}{25}$ de dinero.*

Digo la mitad de 9 es 4, y la de 13 es 6 ℔, 1 que sobra con el 8 son 18 ß, y 5 ℔ corresponden 6 dineros. Y se despreciarán los 3 ß 8 dineros.

230. Si las libras fuesen aragonesas, para tomar el 1 p.% practicaríamos en un todo lo que se ha dicho (núm. 228 pág. 266) sobre las libras catalanas, valencianas y mallorquinas, excepto que así como el guarismo de la coluna de unidades, lo multiplicábamos por 2 y ⅖ y eran dineros, aquí lo multiplicaremos por 3 ⅕ y tambien serán dineros; v. g. Á 5 p.% cuánto darán 7394 ℔ 16 ß moneda de Aragon?

	7 3 9 4 ℔ 16 ß
	×5
	3.6 9(7 4 ℔ ß
Darán.	3 6 9 ℔ 1 4 ß 1 2 *d.s* ⅘ *dineros jaqueses.*

Multiplicamos las 7394 ℔ 16 ß por 5 y del resultado 36674 ℔ tomamos el 1 p.% de esta manera, empezamos por la coluna de unidades y decimos 4 veces 3 y ⅕ son 12 y ⅘ que serán dineros, despues seguimos con las decenas, 7 por 2 son 14 que son sueldos, y escribimos las demas notas 369 que decimos serán libras.

(1) El corredor recibe de todo lo que vende el ½ p.%, y el comerciante por la comision el 2 p.% (por el curso regular).

Toda esta operacion está demostrada, excepto el porque multiplicamos las unidades de libra por 3 y $\frac{1}{5}$ y el producto son dineros. Se funda en que como cada libra aragonesa tiene 320 dineros, tomando el 1 p.$\frac{o}{o}$ nos resultan $3\frac{20}{100}$ dineros $= 3\frac{1}{5}$ dineros, y por lo tanto vemos que por cada libra debemos pagar 3 dineros y $\frac{1}{5}$ de dinero.

DEL CÁLCULO DE VALES REALES.

(Corresponde á la página 156 entre las líneas 9 y 10).

231. Los Vales Reales que en el dia están en circulacion nos vienen con los nombres de Vales Reales comunes, de Vales Reales consolidados, y de Vales Reales no consolidados. Los Vales Reales consolidados tienen el 4 por ciento de interés al año, y los Vales Reales comunes y los Vales Reales no consolidados no tienen interés alguno; pero sí los comunes tienen la ventaja de que presentándolos á renovar se entrega por cada Vale Real comun, si es de 150 pesos uno de 50 pesos consolidado, y uno de 100 sin consolidar, si de 300 pesos uno de 100 pesos consolidado y uno de 200 sin consolidar, y si de 600 pesos uno de consolidado de 200 pesos y otro de no consolidado de 400 pesos. Las creaciones de estas tres especies de Vales Reales se reducen á tres, que son primero de Enero, primero de Mayo, y primero de Setiembre.

232. Como antes de la invasion francesa en nuestra España, los Vales Reales comunes tambien tenian el 4 por ciento de interés, que correspondia á un real de vellon diario á los vales de 600 pesos, $\frac{1}{2}$ real á los de 300 pesos, y $\frac{1}{4}$ de real á los de 150 pesos contando solamente 361 dias en un año resultó, que desde que dejaron de pagarse los intereses, cada plaza para negociarlos hace los cálculos de diferente manera como se va á ver.

BARCELONA.

233. Esta plaza los negocia á razon de tanto por ciento de pérdida, solo que abona despues, sean de la creacion que fueren, los intereses de un año; v. gr. Un Vale Real de 600 pesos de cualesquier creacion y á cualesquier dia del año á razon de 78 p.$\frac{o}{o}$ de daño, cuánto importará?

Un Vale Real de 600 pesos su valor en libras catalanas, moneda que usa esta plaza.	840 tt s
Daño de 78 p.$\frac{o}{o}$.	655 „ 4 „
	184 „ 16 „
Abono de un año de intereses.	33 „ 11 „ 2
Importa.	218 tt 7 s 2

Reducimos primeramente los 600 pesos á libras catalanas y encontramos que son 840 tt, luego buscamos el daño multiplicando las 840 tt por 78 y partiendo el producto 65520 tt por 100 y el resultado 655 tt 4 s lo restamos de 840 tt. Á la diferencia 184 tt 16 s añadimos el abono de un año de intereses que son 33 tt 11 s 2 dineros catalanes, y la suma 218 tt 7 s 2 dineros nos indica que un Vale de 600 pesos á 78 p.$\frac{o}{o}$ daño vale en Barcelona 218 tt 7 2 dineros.

234. *Nota.* Hemos añadido (como tambien añadiremos en los otros egemplos) para el abono de un año de intereses 33 tt 11 s 2 dineros porque es estilo entre los comerciantes de esta ciudad el añadir tal cantidad; pero si hubiésemos de hacer la cuanta con toda exactitud añadiriamos 33 tt 9 s 4 dineros y un quebrado que es el número de moneda catalana que corresponde á los intereses de un año á un Vale de 600 pesos, esto es á 361 reales vellon.

235. *Otro egemplo.* Cuánto importarán 6 Vales Reales de 600 pesos, 4 de 300 y 8 de 150 al cambio todos de 84 p.$\frac{o}{o}$ daño sean de la creacion que fuesen? Importarán 1679 tt 11 s 8 dineros catalanes.

236. *Otro egemplo.* 12 Vales Reales de 600 pesos y 32 de 150 pesos de cualesquier creacion y á cualesquier dia del año al cambio de 78 p.$\frac{o}{o}$ daño cuántos duros valdrán? Valdrán 2329 duros 5 sueldos y 10 dineros catalanes.

237. *Advertencia.* Cuando los Vales Reales se renuevan, si al tiempo de endosarlos á favor de otro no llegan á tener el año vencido, se abona por interés 1 real vellon diario por cada Vale de 600 pesos, medio real por cada uno de 300 pesos, y un cuartillo de real por cada uno de 150, en los dias que hay desde el dia de la renovacion al dia del descuento. El tanto por ciento siempre es por la que se dice regla cortada que es como nosotros habiamos practicado en los otros egemplos; v. gr. Se pide cuál era el importe ó resultado, de un Vale Real de 600 pesos de

creacion primero de Setiembre de 1815, en el dia 10 de Marzo de 1816 que su cambio ó daño estaba en aquel dia á 77½ p.%

Un Vale Real de 600 pesos capital, su valor en libras catalanas.	840 tt		ʃ
Daño 77½ p.%.	651 "		"
	189 "		"
Intereses por 191 dias á 1 real. . .	17 "	15 "	1
S. E. y O.	296 tt	15 ʃ	1 d.

Como desde el dia primero de Enero al dia 10 de Setiembre van 191 dias, por eso se abonan al valor del Vale quitado al daño los intereses de 191 dias que equivalen haciendo la reduccion á 17 tt 15 ʃ 1 dinero moneda catalana.

238. Una vez hecho el cálculo del valor del Vale segun el estilo mas comun entre el comercio habriamos presentado la cuenta en esta forma.

Barcelona 10 Marzo 1816.

El Sr. N. cede al Sr. M. un Vale Real de 600 pesos de creacion de 1.º Setiembre al cambio de 77½ p.%

600 pesos en Vales al daño de 77½ p.% su limp.º p.º	189 tt		ʃ
Intereses.	17 "	15 "	1
	206 tt	15 ʃ	1

MADRID.

239. Esta plaza los negocia á razon de tanto por ciento de pérdida, en la que se incluyen tambien todos los intereses vencidos desde la última renovacion de cada creacion hasta el dia de su negociacion, como por egemplo:

Un Vale Real de 600 pesos de la creacion de 1.º Enero, (cuya última renovacion fue en 1.º Enero de 1814), al daño de 78 p.% de pérdida, considerando su negociacion en el dia 1.º de Octubre de 1818, cuánto importará?

Un Vale Real de 600 pesos, su valor sin interés R.on						9035 rs.	10 m.	
Intereses desde 1.º Enero 1814, hasta 1.º Enero 1815.						361 »	»	
Id.	Id.	Id.	de 1815,	Id.	1816.	361 »	»	
Id.	Id.	Id.	de 1816,	Id.	1817.	361 »	»	
Id.	Id.	Id.	de 1817,	Id.	1818.	361 »	»	
Id.	Id.	Id.	de 1818,	hasta 1.º Octub.	1818.	273 »	»	
						10752 »	10 »	
Daño de 78 p.%						8386 »	18 »	
Importarán. R.on						2365 rs.	26 m.	

CADIZ.

240. Esta plaza los negocia á razon de tantos pesos fuertes por cada Vale de 600 pesos, sin contar interés alguno, sea de la creacion que fuera, contando los Vales de 300 pesos por medio Vale, y los de 150 pesos por un cuarto de Vale.

VALENCIA.

241. Esta plaza los negocia á razon de tanto p.% de pérdida sin bonificacion de intereses, sean de la creacion que fueran, como por egemplo:

Un Vale Real de 600 pesos de cualesquier creacion, y á cualesquier dia del año á razon de 78 p.% de daño, cuánto importará?

Un Vale Real de 600 pesos, su valor en libras valencianas, ó pesos que es lo mismo.	600 tt	9
Daño de 78 p%	468 tt	9
Importa. Pesos.	132 tt	9

NOTA.

Los Vales Reales ultimamente establecidos con el nombre de consolidados, y no consolidados, se negocian del modo siguiente.

242. Los Vales no consolidados como no tienen intereses en todas las plazas se negocian del mismo modo que es, á razon de tanto por ciento de pérdida, igual en todo á lo que se ha practicado en el artículo de Valencia por los Vales Reales regulares.

243. Los Vales Reales consolidados se negocian en la mayor parte de las Plazas á razon de tantos duros por cada Vale de 50 pesos del mismo modo que se hace en Cadiz por los regulares, contando el de 100 pesos por dos Vales, y el de 200 pesos por cuatro.

244. En Barcelona se negocian estos á razon de tanto por ciento de pérdida, con su total abono de sus intereses vencidos hasta el dia de su negociacion, y se hace la regla ó el cálculo conforme está demostrado por los Vales regulares.

DEL PARTIR COMPUESTO.

(Despues de la línea 7 de la página 164 se colocará lo que sigue.)

245. Aunque son muy ciertas las reglas que da el Autor para resolver los ocho egemplos que él propone y los demas que se les asemejan, con todo no son generales las referidas reglas para resolver todos los problemas de la primera especie de partir compuesto que nos pueden proponer, por egemplo, v. gr.

246. Un comerciante quiere emplear 8954 ₶ 15 ℔ en papel superfino de Capellades, que la bala vale 75 ₶. Pídese, cuántas balas comprará? Si resolvemos este problema segun las reglas que el Autor da (pág. 162), habemos de partir primeramente las 8954 ₶ por 75 y el resíduo que nos salga lo habremos de reducir á la especie segunda añadiendo los 15 ℔ como vemos en la resolucion.

8 9.5 4. tt 1 5 ß | 7 5 tt
1 4 5 | 1 1 9 *balas de papel* 7 ß 11 $\frac{15}{75}$ *dinero.*
7 0 4
2 9
2 0

5 9 5 ß
7 0
1 2

8 4 0 *dineros.*
9 0
1 5

El cociente ya nos dice que no es lo que buscamos porque ya nos presenta dificultad en leerlo y no satisface al intento. Si en vez de reducir el resíduo 29 á sueldos, lo redujésemos como el mismo Autor lo hace en los problemas 115 y siguientes á resmas multiplicándolo por diez, porque cada bala de papel tiene 10 resmas, tendriamos que 29 multiplicado por 10 resmas serian 290 resmas, á cuyo producto no podriamos añadir los 15 ß por ser cantidades inconnexas; por lo tanto se ve con este problema solamente que serán precisas el saber algunas otras reglas para resolver los egemplos que nos pueden proponer.

247. *Regla.* Siempre que en una regla de partir compuesto de primera especie dividendo y divisor sean moneda, aumentaremos ó reduciremos los dos á la especie inferior del dividendo, y por la misma medida que habremos aumentado el tal dividendo, y resolveremos despues la operacion como si fuese una regla de partir simple, por egemplo si resolvemos el egemplo anterior tendremos que aumentar los dos términos por 20 y despues resolver la cuestion como una regla de partir simple, como se verá.

```
8954 tt 15 ß     75 tt
   20             20
———————          ————
1790.9.5.       |1500
 2909            ————————————————————————————————————
 14095           119 balas 3 resmas 96 cuadern. 1000/1500 = 2/3.
   595
    10 resmas.
   ———————
   5950
   1450
    100.
 ———————————
 145000 cuadernillos.
  10000
   1000
```

Cuando hemos multiplicado 8954 por 20 y hemos añadido los 15 ß, como á estos los considerábamos como $\frac{15}{20}$ tt hemos multiplicado tambien añadiendo á aquel producto 15, los 15 ß por 20, y así hemos tenido 179095 tt despues hemos multiplicado por la misma medida 20 el divisor 75 el que ha dado por resultado 1500 tt; por consiguiente no ha alterado el cociente este aumento que habemos dado al dividendo y al divisor por haberse aumentado los dos por una misma tercera. Mas aunque á las cantidades 179095 y 1500 hubiésemos puesto señal de sueldos nos hubiera dado el mismo cociente, porque entonces partiriamos 179095 tt y 1500 tt por 20 lo que (Teor. 6.° núm. 105. pág. 205) en nada lo puede alterar. En lo demas de la operacion hemos seguido las leyes del partir simple.

248 Tambien podriamos resolver este egemplo y otros que le sean semejantes, esto es las reglas de partir compuesto de primera especie que sus dos términos dividendo y divisor son moneda, reduciendo las especies inferiores del dividendo (núm. 113 pág. 209) á quebrado de la especie superior del mismo dividendo, en cuyo caso no habremos de aumentar antes el dividendo ni el divisor; porque dado caso que nos sobre resíduo y este lo queramos tras-

ladar á las especies inferiores, lo haremos como se verá en el problema propuesto.

```
8 9.5.4 tt 1 5 $     |75
.1 4 5               119 balas 3 resmas 96 cuadern. 50/75=2/3.
  7 0 4
    2 9 3/4
    1 0
  ---------
  2 9 7 3/4 resmas.
    7 2 3/4
  1 0 0
  ---------
7 2 5 0 cuadernillos
  5 0 0
    5 0
```

Partiendo las 8954 tt por 75 nos dan por cociente 119 balas y nos sobran 29 tt. Bajamos luego á su lado los 15 $ reducidos á quebrado de libra, que son $\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$, y tenemos que el verdadero resíduo es 29 $\frac{3}{4}$ tt pero como tambien suponemos que este dinero se ha de emplear, es claro que segun lo demostrado (núm. III pág. 209) se nos transformará en la misma especie del cociente, por lo tanto el resíduo 29 $\frac{3}{4}$ balas de papel partidas por 75. La operacion la continuamos como se ve, y cualquiera la puede entender.

249. *Otro egemplo.* Por 735 tt 17 $ 6 compré en Barcelona no me acuerdo cuántos quintales de cierta mercaduria, pero sé que cada un quintal me costó 24 tt; y así búsquese cuántos quintales compré? Si se halla que compré 30 quintales, 2 arrobas, 16 libras 9 onzas y $\frac{3}{4}$ de onza peso catalan, se dirá no haber padecido equivocacion.

250. *Otro egemplo.* Un tendero empleó en Cadiz 956 pesos 6 reales plata 8 cuartos por una pieza de cierta ropa, que le vino á 12 reales plata el palmo. Pregúntase cuánto tenia de largo? Tenia 159 varas 1 palmo y $\frac{7}{8}$ de palmo.

251. *Otro egemplo.* Compró Salvador tantas canas de paño, á razon de 165 reales de ardites cada una, que le costaron 2359

duros 3 pesetas. Pregunto, cuántas canas de paño compró? Compró 268 canas 1 palmo y $\frac{1}{11}$ de palmo.

(*De la página 164 hasta concluir el partir compuesto se añadirá lo que sigue*).

252. Con tal que en la resolucion de los problemas de la segunda especie de partir compuesto se tenga presente lo que acabamos de decir sobre la primera especie, no se tendrá dificultad en entender lo que dice el Autor. Aunque lo mismo podriamos decir sobre la tercera especie por no ser otra cosa que un mixto de la primera y segunda, con todo nos detendremos en esplicar algunos de los problemas que ofrecen algun tanto de dificultad en formar el divisor, por egemplo el problema 606 (1) página 179 que dice: *El mismo tendero quiere emplear 5711 tt 4 ♃ en paño que vale á 8 tt 12 ♃, en bayeta que vale á 4 tt 7 ♃, y en grana que vale á 18 tt 16 ♃. Pregúntase queriendo $\frac{1}{4}$ mas de paño, y $\frac{1}{3}$ menos de bayeta que de grana, cuántas canas le entregarán de cada especie?*

Divisor.	$+\frac{1}{4}$ . . . *Paño.* . .	$1\frac{1}{4} \times$ 8 tt 12 ♃ =	10 tt 15 ♃
	$-\frac{1}{3}$ . . . *Bayeta.* .	$\frac{2}{3} \times$ 4 » 7 » =	2 » 18 »
	. . . . . *Grana..* .	1 × 18 » 16 » =	18 » 16 »
		Divisor.	32 tt 9 ♃

(1) Antes que se vea este problema es preciso advertir que el problema 598 pág. 174, cuando dice el Autor en la línea 1 de la pág. 175. *Para saber á cuánto volverá á vender la libra, súmense 7 ♃ 2 $\frac{6}{41}$ con 7 ♃ 8 $\frac{6}{41}$ y la mitad de esta suma con su cuarto, espresará que Diego volverá á vender la libra de dichos cochinos á 9 ♃ 3 $\frac{71}{164}$ avos, para ganar el cuarto del precio que le costaron*, comete un error; pues que no siendo iguales los pesos de los dos cochinos es evidente que multiplicando el peso de los dos, por la mitad de la suma de 7 ♃ 2 $\frac{6}{41}$ y 7 ♃ 8 $\frac{6}{41}$ deben dar un resultado muy diferente de lo que darian multiplicando el peso de cada uno por su respectivo precio, contra lo demostrado en otros lugares. Así bajo la hipótesis de que la libra de cada uno, Diego la vendió al mismo precio, para saber á cuánto volverá á vender la libra para ganar el cuarto del precio que le costaron, súmense las 76 tt 8 ♃ coste de los dos cochinos, con su cuarto 19 tt 2 ♃ y la suma 95 tt 10 ♃ pártase por la suma del peso de ambos que es 205 y el cociente indicará que ha de vender la libra de dichos cochinos á 9 ♃ 3 $\frac{33}{41}$ para ganar el cuarto del precio que le costaron.

El cociente que nos saldrá partiendo las 5711 ℔ 4 ʃ por la suma 32 ℔ 9 ʃ debe ser un número tal de canas que multiplicadas por 1 nos debe dar el número de canas de grana, multiplicadas por $\frac{2}{3}$ el número de canas de bayeta, y multiplicadas por 1 $\frac{1}{4}$ el número de cana paño que compramos por las 5711 ℔ 4 ʃ á los precios referidos. La razon es obvia porque si observamos de la manera que hemos formado el divisor, veremos que hemos dicho, si de paño quiere el tendero $\frac{1}{4}$ mas de canas que de grana es claro que suponiendo que de grana quiere una cana, de paño querrá no solamente una cana sino una cana mas $\frac{1}{4}$ de cana, esto es 1 $\frac{1}{4}$ canas; despues hemos continuado diciendo, si de bayeta quiere $\frac{1}{3}$ menos de canas que de grana, queriendo de grana una cana, de bayeta querrá 1 cana menos un tercio de cana, esto es $\frac{2}{3}$; luego se ve que segun la condicion del problema por cada una cana que ha de comprar de grana, ha de comprar $\frac{2}{3}$ de cana de bayeta, y 1 $\frac{1}{4}$ de paño; luego tambien costando la grana á 18 ℔ 16 ʃ la cana, la bayeta á 4 ℔ 7 ʃ y el paño á 8 ℔ 12 por cada una vez que gastará 18 ℔ 16 ʃ en grana, debe gastar las dos terceras partes de 4 ℔ 7 ʃ en bayeta ó que es lo mismo $\frac{2}{3}$×4 ℔ 7 ʃ=2 ℔ 18 ʃ, y en paño debe gastar 8 ℔ 12 ʃ mas su cuarto, esto es $\frac{5}{4}$×8 ℔ 12 ʃ=10 ℔ 15 ʃ. Ahora la suma de estos productos 10 ℔ 15 ʃ+2 ℔ 18 ʃ+18 ℔ 16 ʃ=32 ℔ 9 ʃ es un número tal de libras que nos representa el valor de una cana de grana, el de $\frac{2}{3}$ de cana de bayeta y el de 1 $\frac{1}{4}$ canas de paño, y siendo esta suma la que hacemos servir de divisor, es claro que cada unidad del cociente nos debe espresar todo lo que espresa el divisor; luego &c.

En cuanto á la práctica la omitiremos, pues que no se ha de hacer mas ahora que partir las 5711 ℔ 4 ʃ por 32 ℔ 9 ʃ, y el cociente 176 que nos saldrá, multiplicado por 1 nos dará las canas de grana que debe comprar el tendero, multiplicado por $\frac{2}{3}$ el número de canas de bayeta, y multiplicado por 1 $\frac{1}{4}$ el número de canas de paño.

253. Una vez se tenga entendido este problema no habrá dificultad en comprehender los problemas 601, 602, 603, 604 y 605. Para mayor claridad y para que se entienda lo que dice Poy en el problema 604 página 178 cuando esplica la manera de formar el divisor, y despues cuando ha hallado el cociente para buscar el número de canas de bayeta que el tendero ha comprado, parece que no hace lo mismo que en el divisor, pues que primeramente al valor de un cana de bayeta 6 ℔ 15 ʃ añade el tercio 2 ℔ 5 ʃ

y á la suma 9 ℔ añade la mitad 4 ℔ 10 ʒ, y es la parte del valor de la bayeta que hace entrar en el divisor que es lo mismo que si dijésemos que cada unidad del cociente nos representará 1 cana de bayeta mas el tercio de una cana, mas la mitad de esta suma 1 cana y $\frac{1}{3}$ de cana que es $\frac{2}{3}$ de cana cuya suma total son 2 canas, y despues cuando tiene las unidades del cociente 103 canas, 440, 494 avos de palmos en vez de añadir el tercio de estas canas y á la suma de ellas con su tercio añadir la mitad, para obtener las canas de bayeta añade primeramente la mitad 51 canas 4 palmos $\frac{220}{494}$ y á la suma 154 canas 5 palmos $\frac{166}{494}$ añade su tercio 51 canas 4 palmos $\frac{220}{494}$ y le sale la misma suma que le habria salido antes, esto es 206 canas 1 palmo 286.494 avos. Vamos pues á probar porque le debe salir lo mismo que le habria salido haciéndolo como realmente debia hacerse.

254. *Proposicion.* Si á una cantidad se le debe añadir una parte, y á la suma del todo y la parte se ha de añadir otra parte, será indiferente el añadir primeramente al todo la parte que habiamos de tomar de la suma del todo y la parte, y á la suma del todo y de esta parte añadir la parte que tomábamos solamente del todo. Mas claro si á 1 añadimos el tercio y á la suma 1 $\frac{1}{3}$ añadimos mitad de esta suma que es $\frac{2}{3}$ nos dará 2, y tambien nos debe salir el mismo resultado si á uno añadimos primeramente la mitad y á la suma 1 $\frac{1}{2}$ añadimos el tercio de esta suma que es $\frac{1}{2}$, con lo que tendremos $1\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=2$

Demost. Cuando en una regla de multiplicar hay dos, tres, ó mas factores sabemos que nos es indiferente (núm. 64 pág. 189) ponerlos antes ó despues, pues que siempre nos dan el mismo producto, es así que cuando añadimos un tercio por egemplo á una cantidad que sea x multiplicamos la tal cantidad por $\frac{4}{3}$ y si al resultado añadimos por egemplo la mitad es lo mismo que si lo multiplicásemos por $\frac{3}{2}$; luego tendremos $\frac{x}{1}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{2}$ que por lo demostrado debe ser igual á $\frac{x}{1}\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}$; luego &c.

255. Vamos ahora á formar el divisor del problema 606 página 179 que dice: *Un comerciante quiere emplear* 8650 ℔ *en diferentes mercadurias, esto es en azucar que vale á razon de* 28 ℔ 16 ʒ *el quintal, en cacao que vale á* 56 ℔, *y en canela cuyo quintal vale* 75 ℔. *Pregunto queriendo* $\frac{1}{4}$ *mas de cacao que de azucar, y* $\frac{2}{3}$ *menos de canela que de cacao, cuántos quintales comprará de cada especie?*

Divisor.	....	*Azucar*....	1×28 tt 16 s	$= 28$ tt 16 s
	$+\frac{1}{4}$.	*Cacao*.....	$1\frac{1}{4} \times 56$ "	$= 70$ " "
	$-\frac{2}{5}$	*Canela*....	$\frac{3}{4} \times 75$ "	$= 56$ " 5 "
			Divisor...	155 tt 1 s

Para formar el divisor suponemos primeramente que de azucar quiere el comerciante 1 quintal, y discurrimos de esta manera: si de azucar quiere 1 quintal, queriendo $\frac{1}{4}$ mas de cacao que de azucar, de cacao querrá no solamente 1 quintal sino 1 quintal mas su cuarta parte, esto es $1\frac{1}{4}$, y si de canela quiere $\frac{2}{5}$ menos que de cacao queriendo de este 1 quintal y $\frac{1}{4}$ de quintal igual á $\frac{5}{4}$ quintal de canela, querrá dos quintas partes menos, y como el $\frac{1}{5}$ de $\frac{5}{4}$ es $\frac{1}{4}$, los $\frac{2}{5}$ serán $\frac{2}{4}$; así de canela querrá $\frac{5}{4}$ menos $\frac{2}{4}$, esto es $\frac{3}{4}$ de quintal, por lo tanto ya tenemos que segun las condiciones del problema por cada 1 quintal que quiere comprar el tal comerciante de azucar, quiere comprar 1 quintal y $\frac{1}{4}$ de quintal de cacao, y $\frac{3}{4}$ de quintal de canela, luego siendo el precio de un quintal de azucar 28 tt 16 s, el de un quintal de cacao 56 tt, y el de un quintal de canela 75 tt por cada 28 tt 16 s que gastará en azucar, deberá gastar 56 tt mas el $\frac{1}{4}$ de 56 tt ó que es lo mismo $1\frac{1}{4}$ ó bien $\frac{5}{4}$ multiplicados por 56 tt que son 70 tt en cacao, y en canela los $\frac{3}{4}$ de 75 tt ó que es lo mismo 75 tt menos su cuarto, ó lo que tambien es igual $\frac{3}{4} \times 75$ tt. Si sumamos pues estos productos 28 tt 16 s $+$ 70 tt $+$ 56 tt 5 s es claro que la suma 155 tt 1 s nos debe representar el valor de un quintal de azucar, mas el de $1\frac{1}{4}$ quintales de cacao, mas los $\frac{3}{4}$ de un quintal de canela; luego siendo la tal suma la que ha de ser el divisor nos debe dar un número por cociente que multiplicado por 1 nos dará los quintales de azucar, multiplicado por $1\frac{1}{4}$ los de cacao, y multiplicado por $\frac{3}{4}$ los de canela, con cuyos datos sabremos el número de quintales de cada una de las tres especies que el tal comerciante comprará por las 8650 tt y será lo que se pide.

256. El problema 608 página 181 que dice: *Pedro quiere emplear* 4856 tt 18 s *en tres calidades de indiana, á saber, en indiana de* 14 *reales* 8 *dineros la cana, de* 16 *reales y de* 24 *reales* 6 *dineros. Pídese: queriendo tal número de canas de indiana de* 16 *reales la cana, que sea el triplo de las canas de* 14 *reales* 8 *dineros*

y $\frac{1}{3}$ menos de las de 24 reales 6 dineros, cuántas canas comprará de cada calidad? Para hallar el divisor haremos lo siguiente:

Divisor.	. . . . . . *Primera*	*calidad.*	$4\frac{1}{2} \times 24$ r.s 6 d.	=	109 r. 3 d.
	. — $\frac{1}{3}$ *Triplo. Segunda*	*id.*	3×16 " "	=	48 " "
	. . . *Tercera*	*id.*	1×14 " 8 "	=	14 " 8 "
			Divisor.		171 r. 11 d.

Supongamos que la indiana de primera calidad es la de 24 reales 6 dineros, que la de segunda es la de 16 reales, y que la de tercera es la de 14 reales 8 dineros; igualmente supongamos que de indiana de tercera calidad quiere Pedro 1 cana, y por lo tanto queriendo el triplo de las de segunda calidad que de las de tercera, por cada una que querrá de tercera, de segunda querrá tres, ó que es lo mismo que si dijesemos por cada una vez que Pedro gastará 14 reales 8 dineros con una cana de tercera, gastará 48 reales con tres de segunda. Despues para hallar las que quiere al mismo respecto de las de primera calidad decimos, si de segunda calidad quiere $\frac{1}{3}$ menos de canas que de las de primera, es evidente que si de primera quisiese Pedro comprar una cana queriendo $\frac{1}{3}$ menos de la segunda calidad, comprará $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$; pero como á $\frac{2}{3}$ para subir á 1 le falta la mitad; porque $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}=1$ se saca por consecuencia que de primera calidad quiere una mitad mas de canas que de segunda, y que por lo mismo que si de segunda quiere 3 de primera querrá 3 mas la mitad de 3 que es $1\frac{1}{2}$ y así decimos que querrá segun la hipótesis $4\frac{1}{2}$, ó que es lo mismo que si dijésemos por cada vez que Pedro gastará 48 reales con tres canas de 16 reales, gastará 109 reales 3 dineros con 4 canas y media de 24 reales 6 dineros. Sumamos últimamente los productos 109 reales 3 dineros + 48 reales + 14 reales 8 dineros; hacemos servir la suma de divisor, y haciendo el mismo análisis que hemos hecho en los otros problemas, sacamos por última consecuencia que el cociente que nos saldrá multiplicado por 1 el producto nos indicará las canas que ha de comprar Pedro de 14 reales 8 dineros, multiplicado por 3 las que ha de comprar de 16 reales y multiplicado por $4\frac{1}{2}$ las que ha de comprar 24 reales 6 dineros, con cuyos resultados tendremos lo que se pide.

257. Sobre esto de mas y menos se suelen hacer algunas preguntas curiosas, por egemplo. Si uno me preguntase si soy $\frac{1}{5}$ mas alto que Vd., cuánto es Vd. menos alto que yo? Al momento le responderia que soy $\frac{1}{6}$ menos alto que él; pues que no hago otra cosa que poner por numerador la misma unidad, y por denominador la suma del numerador y denominador de la parte que él es mas alto, esto es $1+5$.

Lo fundo esto en que si por egemplo yo tengo una cana de alto, siendo el tal señor $\frac{1}{5}$ mas alto que yo tendrá 1 cana mas $\frac{1}{5}$ de cana, ó lo que es igual $\frac{6}{5}$ de cana, y como los $\frac{6}{5}$ de cana para bajar á 1 cana que es mi medida se le ha de restar $\frac{1}{6}$, por consiguiente veo que soy $\frac{1}{6}$ menos alto que él, y es &c.

258. Ahora se me presenta otro y me dice, señor si tengo en el bolsillo $\frac{2}{5}$ menos de dinero que Vd. en el suyo, cuánto mas dinero lleva Vd. en su bolsillo que yo en el mio? Para responderle no hago mas que tomar el quebrado $\frac{2}{5}$ que es la parte que tiene menos, pongo el mismo 2 por numerador y por denominador la diferencia que va del denominador al numerador, esto es $5-2=3$ y tengo el quebrado $\frac{2}{3}$, con cuyo dato le respondo: Si Vd. lleva $\frac{2}{5}$ menos de dinero en su bolsillo que yo en el mio, yo llevo en mi bolsillo $\frac{2}{3}$ mas de dinero que Vd. en el suyo.

La razon es obvia, porque si el dinero que llevo en el bolsillo lo represento por la unidad, es claro que si yo tengo 1 él tendrá 1 menos $\frac{2}{5}$ de 1, esto es $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$, y como los $\frac{3}{5}$ para subir á 1, ó á $\frac{5}{5}$ que es lo mismo, se les ha de añadir sus dos terceras partes, es claro que tengo $\frac{2}{3}$ mas de dinero en el bolsillo que él; luego &c.

259. Si observamos, que cuando pretendemos inferir qué parte es una cosa respecto de otra, cuando solo sabemos qué parte *mas* ó *menos* es esta respecto de aquella, no hacemos otra cosa que suponer á la cosa que pretendemos inferir su parte que es la unidad, y á la otra si es alguna ó algunas partes *mas* ó *menos* que aquella que es la unidad *mas* ó *menos* las partes de la unidad valor de la que buscamos, y desde luego si esta es *mas* miramos qué *parte* ó *partes* habemos de tomar para bajar á la unidad, y con ellas conocemos lo que es *menos* esta respecto de aquella, y si menos qué *parte* ó *partes* habemos de tomar paraque suba á la unidad y con ellas conocemos lo que es *mas* esta respecto de aquella: nos resulta por regla general que si la parte que se exige es positiva pasará á la especie á la que se compara mudándole la

señal, y colocándole por numerador el mismo que tenia, y por denominador la suma de numerador y denominador; porque en este caso añadimos á la unidad algunas partes, y como aquella se pone en forma de quebrado nos resulta por numerador del quebrado nuevo la suma del denominador y numerador; y por consiguiente como el número de partes que tomamos son siempre las mismas que las que lleva el numerador; pues que son las que hemos añadido al quebrado aparente; pero si aumentadas cada una de ellas en la denominacion del numerador y denominador; luego &c.

Como igual raciocinio hariamos en el caso opuesto, deduciremos tambien como á regla general, que si la parte que se exige es negativa pasará á la especie que se compara mudándole la señal y colocando por numerádor el mismo que tenia, y por denominador la diferencia que resulta quitando del denominador el numerador.

260. Cor. 1.º Si por lo demostrado cuando nos dan dos especies ó cantidades que la una es alguna parte mas que la otra, y se pretende saber lo que es menos esta que aquella, no tenemos que hacer otra cosa que mudar la señal, y formar otro quebrado, cuyo numerador es el mismo y el denominador la suma que resulta añadiendo al numerador el denominador, y así facilmente resolveremos este problema que sigue y otros que le sean semejantes.

261. *Problema.* Pedro quiere comprar paño y bayeta, de bayeta quiere $\frac{7}{8}$ mas que de paño: pregúnto cuánto paño quiere menos que bayeta? $\frac{7}{15}$ menos.

No hemos hecho otra cosa que así como decia mas $\frac{7}{8}$ de bayeta, poner al paño la señal menos acompañado del quebrado $\frac{7}{15}$ que es un quebrado que tiene el mismo númerador que $\frac{7}{8}$ y por denominador la suma del numerador y denominador del mismo $\frac{7}{8}$ que es $7+8=15$.

262. Cor. 2.º Cuando nos dan dos especies ó cantidades que la una es alguna parte menos que la otra, para hallar lo que es esta mas que aquella no tenemos que hacer otra cosa que mudar la señal, y hacer acompañar á esta un quebrado, cuyo numerador es igual al de la fraccion dada, y el denominador es la diferencia que resulta quitando del denominador de la misma el numerador, y así facilmente resolveremos cuantos problemas se nos propongan semejantes al que sigue.

263. *Problema.* Juan ha comprado grana é indiana, de grana ha comprado $\frac{7}{18}$ menos que de indiana, así se quiere saber cuánta indiana ha comprado mas que grana? Ha comprado $\frac{7}{11}$ mas.

Lo que hemos hecho ha sido, así como decia $-\frac{7}{18}$, hemos mudado la señal menos en mas, luego hemos formado el quebrado poniendo el mismo numerador 7, y por denominador el 18 menos el 7 que es 11.

Escolio. Como toda la dificultad de los últimos problemas que pone Poy en la tercera especie de partir compuesto consiste en saber formar el divisor, atendiendo á la teoría dada no solo se nos presentarán fáciles aquellos, sino otros problemas semejantes aunque sean mas complicados.

264. *Problema.* Un comerciante compra paño de tres calidades con la condicion que de la primera especie quiere $\frac{1}{4}$ mas que de la segunda y $\frac{2}{5}$ menos que de la tercera, y quiere saber bajo estas condiciones por cada una cana que le darán de paño de primera calidad, cuántas le darán de segunda, y cuántas de tercera. Asimismo quiere saber por cada una que le darán de segunda cuántas le darán de primera y cuántas de tercera. Igualmente pretende saber por cada una que le darán de tercera, cuántas deben darle de primera y cuántas de segunda? Atendiendo á la doctrína dada facilmente podrá responderse, que segun las condiciones propuestas en el problema por cada 1 cana de paño que le darán de primera calidad, le darán $\frac{4}{5}$ de segunda y 1 y $\frac{2}{3}$ de tercera, como se puede ver por las notas que siguen.

	Primera.	$+\frac{1}{4}$ . . $-\frac{2}{5}$	1	*cana.*
$-\frac{1}{5}$	*Segunda.*		$\frac{4}{5}$	"
$+\frac{2}{3}$	*Tercera.*		$1\frac{2}{3}$	"

Segundo. Que por cada una cana que le darán de segunda calidad, le darán 1 cana y $\frac{1}{4}$ de cana de primera y 2 canas $\frac{1}{12}$ de cana de tercera; como se puede ver por estas notas:

	Primera.	$+\frac{1}{4}-\frac{2}{5}$	$\frac{5}{4}$	*de cana.*
	Segunda.		1	"
$+\frac{2}{3}$	*Tercera.*		$2\frac{1}{12}$	"

Tercero. Que por cada una cana que le darán de tercera calidad, le darán $\frac{3}{5}$ de cana de primera y $\frac{12}{25}$ de cana de segunda como se puede ver por estas notas.

	. . . *Primera.* .	$+\frac{1}{4}$.	$-\frac{2}{5}$ . .	$\frac{3}{5}$	*de cana.*
$-\frac{1}{5}$	*Segunda.*			$\frac{12}{25}$	"
	Tercera.			1	"

Con lo que queda dicho puede muy bien interpretarse lo que quieren decir las notas, y al mismo tiempo puede darse la demostracion.

265. *Problema.* Un confitero compra azucar, cacao y pimienta, con la condicion que de cacao quiere $\frac{7}{8}$ mas que de azucar, y $\frac{8}{17}$ menos que de pimienta. Se pregunta bajo este pacto por cada 1 quintal que le darán de azucar, cuántos le darán de cacao y cuántos de pimienta? Se pregunta al mismo tiempo por cada 1 quintal que le darán de cacao, cuántos le darán de azucar y cuántos de pimienta? Igualmente se pregunta por cada 1 quintal que le darán de pimienta, cuántos le darán de azucar, y cuántos de cacao? Si puedes responder que por cada 1 quintal que le darán al confitero de azucar, le darán 1 quintal y $\frac{7}{8}$ de quintal de cacao y 3 quintales y $\frac{63}{64}$ avos de quintal de pimienta, habras cumplido tu encargo en la primera pregunta. Asimismo si encuentras que por cada quintal que le darán de cacao, al mismo confitero le darán $\frac{8}{15}$ de quintal de azucar, y 2 quintales y $\frac{1}{8}$ de quintal de pimienta, sabrás que no te has equivocado en lo que hayas practicado para indagar lo que debes responder en la segunda pregunta. Igualmente si no hallas dificultad en indagar que por cada 1 quintal que al mismo confitero le darán de pimienta, le darán $\frac{8}{17}$ de quintal de cacao y $\frac{64}{255}$ avos de quintal de azucar, á mas de saber lo que debes responder en la tercera, te hallarás en disposicion (con tal que penetres lo que hemos dicho sobre el partir) de resolver problemas mucho mas dificiles que el que sigue.

266. *Problema.* Pedro quiere emplear 3369 ℔ en cacao, que vale á 64 ℔, en pimienta que vale á 50 ℔, y en azucar que vale á 34 ℔. Pregúntase, queriendo tal número de quintales de cacao que sea $\frac{2}{5}$ mas que los de azucar, y $\frac{3}{4}$ mas que los de pimienta, cuántos quintales comprará de cada especie, cuánto empleará en cacao, cuánto en azucar, cuánto en pimienta y cuánto en las tres cosas juntas?

$+\frac{2}{3}$ . . . $+\frac{3}{4}$ . . . . Cacao. . . $1\frac{2}{3} \times 64$ ℔ $= 106$ ℔ $\frac{2}{3}$

$-\frac{3}{7}$ . . . . Pimienta. $\frac{20}{21} \times 50$ " $= 47$ " $\frac{13}{21}$

. . . . Azucar. . 1×34 " $= 34$ "

Dividendo. 3369 ℔ ϑ	**Suma.** . . .	188 ℔ $\frac{6}{21}$. **Divisor.**
×21		×21
70749		3954
31209	**Azucar.**	17 q.s 3 @ 14 ℔ 10 ɑ $\frac{322}{659}$
3531	. . . .	
×4	$-\frac{1}{21}$	0 " 3 " 10 " 7 " $\frac{235}{659}$
14124 @	**Pimienta.**	17 " 0 " 4 " 3 " $\frac{87}{659}$
2262	. . . .	
×26	$+\frac{3}{4}$	12 " 3 " 3 " 2 " $\frac{230}{659}$
58812 ℔ ɑ	**Cacao.**	29 q.s 3 @ 7 ℔ 5 ɑ $\frac{317}{659}$
19272		
3456		
×12		
41472 ɑ		
1932		

Valor del Azucar.

17 q.s 3 @ 14 ℔ 10 ɑ $\frac{322}{659}$
á . . . 34 ℔ ϑ

Valen. 608 ℔ 7 ϑ 3 $\frac{54}{1318}$ *avos de dinero.*

Valor de la Pimienta.

17 q.s 0 @ 4 ℔ 3 ɑ $\frac{87}{659}$
á . . 50 ℔ ϑ

Valen. 852 ℔ 0 ϑ 11 $\frac{862}{1318}$.

Valor del Cacao.

29 q.s 3 @ 7 ℔ 5 ɑ $\frac{317}{659}$
á . . 64 ℔ ϑ

Valen. 1908 ℔ 11 ϑ 9 $\frac{402}{1318}$.

Valor de las tres cosas juntas.

Azucar.	608 ℔	7 ϑ	3 $\frac{54}{1318}$.
Pimienta.	852 "	0 "	11 $\frac{862}{1318}$.
Cacao.	1908 "	11 "	9 $\frac{402}{1318}$.
	3369 ℔	0 ϑ	0 $\frac{0}{1318}$.

Lo primero que debe hacerse en esta y semejantes operaciones es formar el divisor, y por lo tanto discurrimos para formar el divisor de la operacion propuesta del modo siguiente. Supongamos que de azucar quiere Pedro 1 quintal, y así decimos si de azucar quiere un quintal, queriendo de cacao $\frac{2}{3}$ mas que de azucar, de cacao querrá 1 quintal mas $\frac{2}{3}$ de quintal, esto es 1 quintal y $\frac{2}{3}$ de quintal; y si de cacao quiere $\frac{3}{4}$ mas que de pimienta, es cierto que segun lo dicho de pimienta querrá $\frac{3}{7}$ menos que de cacao, pues que por lo demostrado no tenemos mas que poner el mismo numerador, y sumar el numerador con el denominador cuando pasa de mas á menos como en el presente caso; y hariamos lo contrario en el denominador si pasase de menos á mas. Si segun lo que acabamos de decir, de pimienta quiere Pedro $\frac{3}{7}$ menos que de cacao, queriendo de cacao 1 quintal y $\frac{2}{3}$ de quintal, de pimienta querrá 1 quintal y $\frac{2}{3}$ de quintal, ó lo que es igual $\frac{5}{3}$ de quintal, menos los $\frac{3}{7}$ de estos $\frac{5}{3}$ de quintal, que verificando la resta por ser $\frac{3}{7}$ de $\frac{5}{3}=\frac{15}{21}$ diremos $\frac{5}{3}-\frac{15}{21}=\frac{35}{21}-\frac{15}{21}=\frac{20}{21}$, y por lo tanto ya tenémos que por cada 1 quintal y $\frac{2}{3}$ de quintal que quiere Pedro de cacao, quiere $\frac{20}{21}$ avos de quintal de pimienta, y 1 quintal de azucar.

Despues proseguimos diciendo: si el cacao vale á 64 tt el quintal, la pimienta á 50 tt, y el azucar á 34 tt; es evidente que por cada vez que Pedro empleará $1\frac{2}{3}\times64$ tt $=106\frac{2}{3}$ tt en cacao, solo empleará $\frac{20}{21}\times50$ tt $=47\frac{13}{21}$ tt en pimienta, y en azucar 1×34 tt $=34$ tt; luego si sumamos estas cantidades $106\frac{2}{3}$ tt, $47\frac{13}{21}$ tt y 34 tt, la suma $188\frac{6}{21}$ tt nos debe espresar el valor de 1 quintal y $\frac{2}{3}$ de quintal de cacao, el de $\frac{20}{21}$ avos de quintal de pimienta, y el de 1 quintal de azucar. Con esto ya tenemos que si partimos los 3369 tt que Pedro quiere emplear en las tres mercaderias dichas, por las $188\frac{6}{21}$ tt, el cociente debe reunir las condiciones del problema, y es así, porque segun lo dicho cada una de sus unidades nos debe espresar los valores, que hemos visto espresaba el divisor; pero como se nos hace indiferente el tomar la mercaderia ó su precio: diremos que el cociente multiplicado por 1 y $\frac{2}{3}$ nos debe espresar los quintales de cacao, multiplicado por $\frac{20}{21}$ los quintales de pimienta, y multiplicado por 1 los quintales de azucar, que comprará de cada una de las tres especies por las referidas 3369 tt.

Como para multiplicar una cantidad por 1 no se hace mas que copiar la misma cantidad; siendo el cociente 17 quintales 3 arrobas 14 libras 10 onzas $\frac{322}{659}$ avos de onza, habiéndolo de multi-

plicar por 1 para obtener la cantidad que Pedro comprará de azuçar, diremos que esta es la cantidad que le deben entregar.

Como lo mismo es $1\times\frac{20}{21}=\frac{20}{21}$ que $1-\frac{1}{21}$ de $1=\frac{20}{21}$, porque cuando decimos $1\times\frac{20}{21}=1\times\frac{1}{21}\times20=\frac{1}{21}\times20$, consideramos el $\frac{1}{21}$ repetido 20 veces, y cuando decimos 1, por ser $1=\frac{21}{21}=\frac{1}{21}\times21$, consideramos el $\frac{1}{21}$ repetido 21 veces, y por lo mismo restando la vez de mas que está repetido, debe dar por resíduo el mismo producto que da $1\times\frac{20}{21}$, luego $1-\frac{1}{21}$ de $1=1\times\frac{20}{21}$: luego habiendo de multiplicar los 17 quintales 3 arrobas 14 ℔ 10 ℥ — $\frac{322}{659}$ por $\frac{20}{21}$ para obtener la cantidad de pimienta, tendremos igual resultado si restamos de los referidos quintales su $\frac{1}{21}$ avos. Así lo hacemos en el cociente, y tenemos que de pimienta comprará 17 quintales 4 libras 3 onzas $\frac{87}{659}$ avos de onza.

Como cada una unidad del cociente primero se habria de multiplicar por 1 y $\frac{2}{3}$ para obtener el cacao; siendo las unidades que nos representan la pimienta $\frac{1}{21}$ menos que las que representan el azucar, tendremos que lo mismo será multiplicar la cantidad de azucar por 1 $\frac{2}{3}$ por ser $1\times1\frac{2}{3}=1\frac{2}{3}$ para obtener el cacao, que multiplicar la cantidad de pimienta por $1\frac{3}{4}$, por ser $\frac{20}{21}\times1$ y $\frac{3}{4}=\frac{20}{21}\times\frac{7}{4}=\frac{140}{84}=\frac{5}{3}=1$ y $\frac{2}{3}$, para obtener el mismo cacao; pero como lo mismo es multiplicar una cantidad por 1 y $\frac{3}{4}$, que añadir á la tal cantidad sus $\frac{3}{4}$, por esto añadimos á la cantidad que representa la pimienta sus $\frac{3}{4}$, y obtenemos la cantidad de 29 quintales 3 arrobas 7 libras 5 onzas $\frac{317}{659}$ avos de onza, que es la partida de cacao que deben entregar á Pedro.

Despues para saber el dinero que empleará Pedro en azucar, multiplicamos los 17 quintales 3 arrobas 14 libras 10 onzas $\frac{322}{659}$ avos de onza por 34 ℔, valor de 1 quintal de azucar: para saber el que empleará en pimienta multiplicamos los 17 quintales 4 libras 3 onzas $\frac{87}{659}$ avos de onza por 50 ℔, valor de un quintal de pimienta: y para indagar el que empleará en cacao multiplicamos los 29 quintales 3 arrobas 7 libras 5 onzas $\frac{317}{659}$ avos de onza por 64 ℔, que es el valor de 1 quintal de cacao. Ultimamente sumando los tres productos tenemos lo que empleará en las tres cosas juntas.

Con todo lo dicho tenemos que Pedro comprará 17 quintales 3 arrobas 14 libras 10 onzas $\frac{322}{659}$ avos de onza de azucar: 17 quintales 4 libras 3 onzas $\frac{87}{659}$ avos de onza de pimienta: y 29 quintales 3 arrobas 7 libras 5 onzas $\frac{317}{659}$ avos de onza de cacao. Y que el mismo sugeto empleará 852 ℔ 10 ʒ 11 $\frac{862}{1318}$ avos de dinero en pimienta,

608tt793 $\frac{654}{1318}$ avos de dinero en azucar, 1908tt1189 $\frac{402}{1318}$ avos de dinero en cacao, y 3369 tt en las tres cosas juntas.

Este mismo problema podiamos haberlo resuelto de otros varios modos, y siempre habríamos obtenido iguales resultados.

267. Concluyamos las adiciones al partir con una pregunta que acostumbra á hacerse, que segun veremos, ella y sus semejantes se reducen en poner el numerador por denominador, y este por numerador, y así se tiene luego la respuesta, por egemplo: Si pregunto á uno, si soy $\frac{4}{5}$ de Vd. (hablando de alto) cuánto será Vd. respecto de mí? Me debe responder $\frac{5}{4}$.

La razon es obvia porque siendo el tal señor, por egemplo 1; yo seré los $\frac{4}{5}$ de 1; por consiguiente él será tambien respecto de $\frac{4}{5}$ todas las partes que se hayan de tomar para que den uno, esto es, el $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{5}$ repetido 5 veces, y es &c.

Corolario. De esto se infiere que para responder á tales preguntas, no se habrá de hacer otra cosa que buscar el número recíproco.

Escolio. Véase cual es el recíproco de un quebrado; y se hallará ser cierto lo que se ha dicho al principio de este número.

Nota. Como toda cantidad puede considerarse multiplicada por 1, y dividida tambien por 1; resultará que toda cantidad puede considerarse como un quebrado, cuyo numerador será la tal cantidad, y el denominador la unidad; así $2=\frac{2}{1}$, $3=\frac{3}{1}$, $4=\frac{4}{1}$, &c; luego segun lo dicho tendremos que si mis dineros son un triplo de los que tiene Pedro; los dineros de Pedro solamente son $\frac{1}{3}$ de mis dineros.

DE LAS FRACCIONES DECIMALES.

268. Cuántas operaciones acabamos de resolver de quebrados, y de sumar, restar, multiplicar y partir compuesto, podemos practicarlas como si fuesen cantidades enteras valiéndonos del sistema decimal. Este sistema tan hermoso como sencillo nos presenta las operaciones tan fáciles de calcular como los enteros. Su sublimidad, limpieza, concision y los cálculos mas sublimes manifiestan cuan fundada es la preferencia que les dan los comerciantes estrangeros respecto de los quebrados ó fracciones comunes. La Francia habiendo adaptado el nuevo sistema decimal, es la que mas logra de su utilidad y puede patentizar sus ventajas; pero nuestros humanos entendimientos sumergidos en el confuso caos formado por las varias divisiones de las monedas, pesas y medidas de nuestra España, y por la variedad de las proporciones y formas que tienen las mismas en cada una de las provincias de la península, á mas de considerar con dolor los funestos efectos que resultan de un sistema tan vago é incoherente, solamente pueden manifestar (adaptando en las decimales la monstruosidad de este sistema) los crepúsculos de un cálculo tan delicado.

NOTA.

Como suponemos que cualquiera que aprenda este tratado estará perfectamente instruido en todos los capítulos dados hasta aquí, omitiremos el esplicar todo lo que corresponda á la doctrina dada.

DEFINICION.

269. Llamamos fraccion decimal aquella cuyo numerador es cualquier guarismo, y su denominador es la unidad acompañada de uno, dos ó mas ceros.

ADVERTENCIAS.

270. 1.ª Á los numeradores de estas fracciones se les denomina de varias maneras segun qué denominadores llevan, así la fraccion $\frac{3}{10}$ se llamará 3 décimas, este mismo numerador dividido por 100

se llamaria 3 centésimas, si por mil 3 milésimas, si por diez mil tres diezmilésimas, y así en adelante cienmilésimas, millonésimas, diezmillonésimas, cienmillonésimas, &c.

271. 2.ª Estos quebrados se escriben del mismo modo que los enteros, poniendo á la derecha de las unidades las décimas, á la derecha de estas las centésimas, despues las milésimas, luego las diezmilésimas &c, y se omiten los denominadores. Para diferenciar los enteros de las decimales se pone despues de las unidades una coma, y si no las hay se pone en lugar de estas un cero y luego la coma, así si queremos espresar 53 enteros y 13 centésimas que es igual á $53\frac{13}{100}$ lo pondremos de esta manera 53, 13: y si tuviésemos que espresar 325 milésimas igual á $\frac{325}{1000}$ lo pondriamos así 0, 325.

272. 3.ª Se puede y debe tomar como á regla general que en órden á la separacion de notas para decimales, siempre se han de separar tantas cuántos sean los ceros que acompañan á la unidad denominador, si hay mas notas que ceros nada hay que advertir, si estas son iguales al número de ceros se separarán todas poniendo *antes* de la coma un cero para denotar las unidades como queda dicho, y si hay menos guarismos que ceros se pondrá primero el cero en lugar de las unidades, luego se pondrán tantos ceros cuanta sea la diferencia que reste del número de guarismos que haya en el numerador, al número de ceros que acompañen á la unidad denominador y en seguida el numerador. Cuanto acabamos de decir se verá en estos egemplos.

$\frac{397}{100} = 3, 97.$ $\frac{935}{1000} = 0, 935.$ $\frac{35}{10000} = 0, 0035.$

273. *Corolario* 1.º De lo dicho se ve que las notas en las decimales caminando de la derecha á la izquierda siguen la misma direccion que las cantidades enteras, esto es que las cifras van aumentando en un valor décuplo mayor; pero caminando de izquierda ácia la derecha cada cifra significa segun el lugar que ocupa y la que ocupa, v. gr. el lugar de décimas aunque se le pongan tres ó cuatro notas despues en nada han aumentado su valor, de lo que se sigue que en esta direccion se diferencian de los enteros.

274. *Cor.* 2.º Que la coma que se pone para separar los enteros de las decimales nos manifiesta el denominador; pues que no hay

mas que añadir á la unidad tantos ceros cuantas son las notas separadas para decimales, así el denominador de 0, 0375 será uno con cuatro ceros, que son 10000; porque hay cuatro notas despues de la coma.

275. *Cor.* 3.º Que las fracciones decimales son mucho mas útiles que las fracciones comunes para el cálculo; porque á mas de resultar con mayor brevedad y limpieza los problemas no se ha de atender sino al numerador, y no es preciso practicar operaciones auxiliares antes de resolver los problemas que se piden.

276. *Escolio.* Para aclarar el nombre que debe darse á cada una de las unidades decimales, pondremos aquí una tabla con un número cualquiera de cifras y á su lado el nombre que le corresponda segun el lugar que ocupe.

&c.	*millares.*	*centenas.*	*decenas.*	*unidades.*	*décimas.*	*centésimas.*	*milésimas.*	*diezmilésimas.*	*cienmilésimas.*	*millonésimas.*	*diezmillonésimas.*	*cienmillonésimas.*	*milmillonésimas.*	*diezmilmillonésimas.*	*cienmilmillonésimas.*	*billonésimas.*	*diezbillonésimas.*	*cienbillonésimas.*	*milbillonésimas.*	*diezmilbillonésimas.*	*cienmilbillonésimas.*	*trillonésimas.*	*dieztrillonésimas.*	*cientrillonésimas.*	&c.
&c.	5	7	8	9,	3	7	2	4	6	7	3	5	8	9	7	9	8	2	3	0	0	7	8	9	&c.

Las abreviaciones &c. de una y otra parte indican que así como en las cantidades enteras se espresa un número tan grande como se quiera, en las cantidades decimales puede espresarse tan pequeño como se pretenda.

MÉTODO QUE ENSEÑA DE QUE MODO SE PREPARAN *las cantidades decimales para leerlas, y al mismo tiempo enseña como deben leerse las mismas.*

277. Como las cantidades decimales unas veces van solas, otras veces acompañadas de enteros, es preciso advertir.

1.º Que tambien las dividiremos en dignidades y clases como queda dicho (en la página 4) cuando se trata de las cantidades enteras, y en un todo seguiremos el sistema allá indicado.

2.° Que decimales y enteros se considerarán como dos cantidades, en la primera notaremos el número de dignidades y clases que haya en la cantidad decimal, y despues observaremos el mismo órden en los enteros.

3.° Que para evitar toda equivocacion las notas de preparacion que ponemos abajo para leer las cantidades enteras en las decimales las pondremos arriba.

4.° Que divididas así las cantidades es muy facil el leerlas, los enteros por las reglas dadas y las cifras decimales denominándolas cada una segun el lugar que ocupe. Advierto que como este método de leer las decimales es tan engorroso, hay otro método fundado en que numerador ó dividendo, y denominador ó divisor aumentados por una misma tercera nos dan quebrados ó cocientes iguales; y es que se lee primeramente toda la cantidad como si fuesen enteros, y despues se la denomina con el nombre que corresponda á la unidad acompañada de tantos ceros cuantos son las notas de decimales; v. gr. Si hay por suposicion ocho notas será la unidad con ocho ceros que son 100,000.000 y diremos tantos cienmillonésimas y así de las demas. Tambien podremos leerlas como cantidades enteras añadiendo al fin el nombre de las unidades decimales de la última especie, y se funda en la misma razon.

278. *Egemplo.* Divídase en dignidades y clases poniendo las señales correspondientes y léase la cantidad siguiente: 625350. 3432359, 634795273529529003527.

Preparacion. 6 253 503 432 359, 634 795 273 529 529 003 527

Preparada así la cantidad se lee del modo siguiente: 6 bicuentos, 253 mil 503 cuentos, 432 mil 359 unidades y 634 tricuentos 795 mil 273 bicuentos, 529 mil 529 cuentos 3 mil 527 miltrillonésimas.

279. Este método de leer las decimales es muy facil; porque una vez numerada la cantidad no hay mas que objetarse la unidad antes de las decimales y considerar todos las demas ceros, como ya está numerada, y tendriamos uno con tres ceros que son mil y luego la señal tricuentos ó trillones que leeriamos mil tricuentos en enteros, y en decimales miltrillonésimas; sígase el mismo método en las demas.

280. *Otro egemplo.* Así esta cantidad 42,3²526'270'925'534 la leeremos de este modo: 42 enteros y 3 bicuentos 526 mil 270 cuentos 925 mil 534 diezbillonésimas. Se vé muy claro que son diezbillonésimas; porque uno con cero 10, y luego la señal billones ó bicuentos.

281. *Otro egemplo.* Siguiendo la misma doctrina leeremos á esta cantidad 0,0003 tres diezmilésimas, á esta otra 5,030 cinco enteros y tres centésimas, ó bien cinco enteros ó 30 milésimas. Que 0, 03 sea igual á 0, 030 ó bien sus iguales $\frac{3}{100}=\frac{30}{1000}$ se demuestra por lo que se ha dicho tratando de los quebrados comunes que numerador y denominador aumentados ó disminuidos por una misma tercera los quebrados resultantes son iguales.

Otro egemplo. Numérense y léanse las cantidades siguientes: 9534, 795237896 y 895372734, 395273 00 37543296.

NOTACION.

282. Aplíquense los principios dados hasta aquí de decimales, y los esplicados (en la página 5), y no se tendrá dificultad en escribir las cantidades del mismo modo que se nombren ó dicten.

REDUCCION DE FRACCIONES COMUNES,
á fracciones decimales.

283. Para reducir una fraccion comun á decimal tómese el numerador del quebrado por dividendo, y divídase por el denominador: si el quebrado es impropio despues de los enteros colocaremos una coma, y al resíduo que nos sobre añadiremos ceros advirtiendo que por cada cero que se añada ha de ponerse una nota decimal al cociente: si el quebrado es propio como será menor el dividendo que el divisor pondremos al cociente un cero antes de la coma, y se practicará con el dividendo lo que acaba de decirse del resíduo del quebrado impropio.

ADVERTENCIAS.

284. 1.ª No á todos los quebrados comunes que reduzcamos á decimales les hallaremos un cociente exacto, y así á estos quebrados colocado el numerador por dividendo y el denominador por divisor proseguiremos la particion hasta las seis ó siete notas decimales

Lo primero que debe hacerse en esta y semejantes operaciones es formar el divisor, y por lo tanto discurrimos para formar el divisor de la operacion propuesta del modo siguiente. Supongamos que de azucar quiere Pedro 1 quintal, y así decimos si de azucar quiere un quintal, queriendo de cacao $\frac{2}{3}$ mas que de azucar, de cacao querrá 1 quintal mas $\frac{2}{3}$ de quintal, esto es 1 quintal y $\frac{2}{3}$ de quintal; y si de cacao quiere $\frac{3}{4}$ mas que de pimienta, es cierto que segun lo dicho de pimienta querrá $\frac{3}{7}$ menos que de cacao, pues que por lo demostrado no tenemos mas que poner el mismo numerador, y sumar el numerador con el denominador cuando pasa de mas á menos como en el presente caso; y hariamos lo contrario en el denominador si pasase de menos á mas. Si segun lo que acabamos de decir, de pimienta quiere Pedro $\frac{3}{7}$ menos que de cacao, queriendo de cacao 1 quintal y $\frac{2}{3}$ de quintal, de pimienta querrá 1 quintal y $\frac{2}{3}$ de quintal, ó lo que es igual $\frac{5}{3}$ de quintal, menos los $\frac{3}{7}$ de estos $\frac{5}{3}$ de quintal, que verificando la resta por ser $\frac{3}{7}$ de $\frac{5}{3}=\frac{15}{21}$ diremos $\frac{5}{3}-\frac{15}{21}=\frac{35}{21}-\frac{15}{21}=\frac{20}{21}$, y por lo tanto ya tenémos que por cada 1 quintal y $\frac{2}{3}$ de quintal que quiere Pedro de cacao, quiere $\frac{20}{21}$ avos de quintal de pimienta, y 1 quintal de azucar.

Despues proseguimos diciendo: si el cacao vale á 64 tt el quintal, la pimienta á 50 tt, y el azucar á 34 tt; es evidente que por cada vez que Pedro empleará $1\frac{2}{3}\times 64\text{tt}=106\frac{2}{3}\text{tt}$ en cacao, solo empleará $\frac{20}{21}\times 50\text{tt}=47\frac{13}{21}\text{tt}$ en pimienta, y en azucar $1\times 34\text{tt}=34\text{tt}$; luego si sumamos estas cantidades $106\frac{2}{3}$ tt, $47\frac{13}{21}$ tt y 34 tt, la suma $188\frac{6}{21}$ tt nos debe espresar el valor de 1 quintal y $\frac{2}{3}$ de quintal de cacao, el de $\frac{20}{21}$ avos de quintal de pimienta, y el de 1 quintal de azucar. Con esto ya tenemos que si partimos los 3369 tt que Pedro quiere emplear en las tres mercaderias dichas, por las $188\frac{6}{21}$ tt, el cociente debe reunir las condiciones del problema, y es así, porque segun lo dicho cada una de sus unidades nos debe espresar los valores, que hemos visto espresaba el divisor; pero como se nos hace indiferente el tomar la mercaderia ó su precio: diremos que el cociente multiplicado por 1 y $\frac{2}{3}$ nos debe espresar los quintales de cacao, multiplicado por $\frac{20}{21}$ los quintales de pimienta, y multiplicado por 1 los quintales de azucar, que comprará de cada una de las tres especies por las referidas 3369 tt.

Como para multiplicar una cantidad por 1 no se hace mas que copiar la misma cantidad; siendo el cociente 17 quintales 3 arrobas 14 libras 10 onzas $\frac{323}{659}$ avos de onza, habiéndolo de multi-

plicar por 1 para obtener la cantidad que Pedro comprará de azucar, diremos que esta es la cantidad que le deben entregar.

Como lo mismo es $1\times\frac{20}{21}=\frac{20}{21}$ que $1-\frac{1}{21}$ de $1=\frac{20}{21}$, porque cuando decimos $1\times\frac{20}{21}=1\times\frac{1}{21}\times20=\frac{1}{21}\times20$, consideramos el $\frac{1}{21}$ repetido 20 veces, y cuando decimos 1, por ser $1=\frac{21}{21}=\frac{1}{21}\times21$, consideramos el $\frac{1}{21}$ repetido 21 veces, y por lo mismo restando la vez de mas que está repetido, debe dar por resíduo el mismo producto que da $1\times\frac{20}{21}$, luego $1-\frac{1}{21}$ de $1=1\times\frac{20}{21}$: luego habiendo de multiplicar los 17 quintales 3 arrobas 14tt 10 onz. $\frac{322}{659}$ por $\frac{20}{21}$ para obtener la cantidad de pimienta, tendremos igual resultado si restamos de los referidos quintales su $\frac{1}{21}$ avos. Así lo hacemos en el cociente, y tenemos que de pimienta comprará 17 quintales 4 libras 3 onzas $\frac{87}{659}$ avos de onza.

Como cada una unidad del cociente primero se habria de multiplicar por 1 y $\frac{2}{3}$ para obtener el cacao; siendo las unidades que nos representan la pimienta $\frac{1}{21}$ menos que las que representan el azucar, tendremos que lo mismo será multiplicar la cantidad de azucar por 1 $\frac{2}{3}$, por ser $1\times1\frac{2}{3}=1\frac{2}{3}$ para obtener el cacao, que multiplicar la cantidad de pimienta por $1\frac{3}{4}$, por ser $\frac{20}{21}\times1$ y $\frac{3}{4}=\frac{20}{21}\times\frac{7}{4}=\frac{140}{84}=\frac{5}{3}=1$ y $\frac{2}{3}$, para obtener el mismo cacao; pero como lo mismo es multiplicar una cantidad por 1 y $\frac{3}{4}$, que añadir á la tal cantidad sus $\frac{3}{4}$, por esto añadimos á la cantidad que representa la pimienta sus $\frac{3}{4}$; y obtenemos la cantidad de 29 quintales 3 arrobas 7 libras 5 onzas $\frac{317}{659}$ avos de onza, que es la partida de cacao que deben entregar á Pedro.

Despues para saber el dinero que empleará Pedro en azucar, multiplicamos los 17 quintales 3 arrobas 14 libras 10 onzas $\frac{322}{659}$ avos de onza por 34tt, valor de 1 quintal de azucar: para saber el que empleará en pimienta multiplicamos los 17 quintales 4 libras 3 onzas $\frac{87}{659}$ avos de onza por 50tt, valor de un quintal de pimienta: y para indagar el que empleará en cacao multiplicamos los 29 quintales 3 arrobas 7 libras 5 onzas $\frac{317}{659}$ avos de onza por 64tt, que es el valor de 1 quintal de cacao. Ultimamente sumando los tres productos tenemos lo que empleará en las tres cosas juntas.

Con todo lo dicho tenemos que Pedro comprará 17 quintales 3 arrobas 14 libras 10 onzas $\frac{322}{659}$ avos de onza de azucar: 17 quintales 4 libras 3 onzas $\frac{87}{659}$ avos de onza de pimienta: y 29 quintales 3 arrobas 7 libras 5 onzas $\frac{317}{659}$ avos de onza de cacao. Y que el mismo sugeto empleará 852tt10∋11 $\frac{862}{1318}$ avos de dinero en pimienta,

292. *Egemplo.* Redúzcase el quebrado comun $\frac{7}{25}$ á fraccion decimal y despues hágase la prueba.

Operacion. . . 70 ⌊25 200 0,28 0	*Prueba.* . . . $0,28 = \frac{28}{100} = \frac{7}{25}$.

Despues de reducido el quebrado comun $\frac{7}{25}$ á quebrado decimal nos ha salido igual á $0,28 = \frac{28}{100}$ que para probar si era exacto al quebrado dado lo hemos reducido á la menor espresion, tomando el cuarto del numerador y denominador, y nos han salido los mismos $\frac{7}{25}$.

293. *Otro egemplo.* Practíquese lo mismo con el quebrado $\frac{12}{13}$.

Operacion. 120 ⌊13 30 $0,92307\frac{9}{13}$ 40 100 9	*Despejando el quebrado.* *Prueba.* $\frac{92307\frac{9}{13}}{100000} = \frac{1200000}{1300000} = \frac{12}{13}$

294. Para hacer la prueba hemos aplicado á $0,92307\frac{9}{13}$ su denominador correspondiente que habiendo cinco notas decimales habia de ser la unidad con cinco ceros, que son 100000; pero como nos ha resultado una fraccion periódica hemos apreciado el resíduo 9 que dividido por el divisor 13 nos han resultado á mas de los decimales $\frac{9}{13}$ de $\frac{1}{100000}$ por consiguiente hemos tenido esta espresion $\frac{92307\frac{9}{13}}{100000}$ que despejando el quebrado, multiplicando por 13 el numerador y denominador nos ha producido $\frac{1200000}{1300000}$ que borrando cinco ceros del numerador y otros tantos del denominador, ó que es lo mismo partiendo por cien mil uno y otro nos ha quedado el quebrado propuesto $\frac{12}{13}$ por consiguiente la operacion estaba bien hecha.

Nota. Si no se aprecia el resíduo último de las fracciones periódicas, la prueba es imposible que salga.

Quien esté bien penetrado de los principios dados, no tendrá dificultad en demostrar toda la práctica que piden tales operaciones.

DE LA REDUCCION DE LAS ESPECIES INFERIORES *á quebrado decimal de la especie superior.*

295. Para reducir las especies inferiores á quebrado decimal de la especie superior, redúzcanse primeramente á quebrado de la especie superior, y trasládese despues este á quebrado decimal.

2.º Se trasladarán las especies inferiores á fraccion de la especie superior, reduciéndolas á la última especie si hay muchas, y el resultado dividiéndolo por tantos enteros cuantos encierre de la especie inferior cada uno de la especie superior.

3.º Se reducirá este quebrado resultante á fraccion decimal por el método esplicado.

296. *Egemplo* 1.º Redúzcanse 15 sueldos 3 dineros á quebrado decimal de libra.

```
15ß 3 = 183 d.s = 183/240
--------------------------
1830     |240
 1500     0,7625 tt ß
   600
   1200
      0
```

Reduciendo los sueldos á dineros nos salen 183 dineros, que trasladados á quebrado de libra nos salen $\frac{183}{240}$ de libra, y reduciendo este quebrado á fraccion decimal, resulta que $\frac{183}{240}$ de libra es igual á 0, 7625 de libra de ardites.

297. *Egemplo* 2.º Dada la partida de 1832 pesos 5 reales vellon 10 maravedises, se pide que se trasladen las especies inferiores que aquí son los reales y maravedises, á fraccion decimal de la especie superior que en esta cantidad son los pesos.

```
5 r.s 10 m.s = 180 m.s = 180/512 pes.
-------------------------------------
1800     |512
 2640     0,3515625
   800
   2880
    3200
     1280
      2560
         0
```

Trasladados los reales y maravedis todo á maravedis resultan 180 maravedis que divididos por 512 que son los maravedises que encierran un peso, resulta el quebrado $\frac{180}{512}$ de peso, y reducido este á decimales nos queda igual á 0, 3515625 de peso que añadidos á los 1832 pesos; nos indica que 1832 pesos 5 reales 10 maravedises son iguales á 1832,3515625 pesos.

La primera parte de esta operacion se funda en la misma esencia del quebrado, y la segunda en lo demostrado.

298. *Egemplo* 3.º Observando el mismo método traslàdense 3 arrobas 14 libras 10 onzas á fraccion decimal de quintal, y respóndase qué fraccion decimal es del quintal castellano, qué del catalan, qué del valenciano, qué del aragonés y qué del mallorquin.

Si puedes responder que 3 arrobas 14 libras y 10 onzas trasladadas á fraccion decimal del quintal castellano son 0, 89625 de quintal, que del catalan ó mallorquin 0, 8926282 &c. de quintal, que del valenciano peso menor 0, 8736111 &c. de quintal, y que del mismo valenciano peso mayor ó del aragonés 0, 8530092 &c. de quintal, habrás cumplido con tu deber.

299. *Egemplo* 4.º Siguiendo la misma doctrina traslàdense á decimales de libra 19 sueldos 9 dineros, á decimales de peso 11 reales vellon 18 maravedises, á decimales de duro 35ϑ3 dineros catalanes y á decimales de vara 3 palmos 10 dedos $\frac{3}{8}$ medida castellana.

Si hallas que 19 sueldos 3 dineros = 0, 9625 de libra moneda catalana, valenciana ó mallorquina, que 11 reales 18 maravedises = 0, 765625 de peso, que 35 sueldos 3 dineros catalanes = 0, 94 de duro, y que 3 palmos 10 dedos y $\frac{3}{8}$ de dedo medida castellana = 0, 96875 de vara; sabrás que esto es lo que habias de buscar.

300. Para probar si esta práctica sale exacta nos valdremos de la regla general para hallar el valor de un quebrado: y así quiero saber segun he dicho en el primer egemplo si 15 sueldos 3 dineros son iguales á 0, 7625 de libra.

Para probarlo es preciso acordarse que lo mismo es decir 0, 7625 que $\frac{7625}{10000}$ esto supuesto búsquese el valor de este quebrado.

$\frac{7625}{10000}$ = 15ϑ3 *din.*ˢ

7625 ℔
20
15(2500ϑ | 1(0000
12 | 15ϑ3
3(0000 *dineros.*

No hay mas que acordarse de las instrucciones dadas en el partir simple y en la primera operacion de quebrados, y no se tendrá dificultad en responder que es cierto que 15ϑ3 dineros son iguales á 0, 7625 de libra, y á este tenor pueden probarse todas las demas, advirtiendo que en las fracciones periódicas no debe despreciarse el resíduo si se quiere que salga exacta la operacion.

301. Esta prueba nos enseña que cuando nos den un quebrado decimal de una especie superior, podemos buscar su valor en especies inferiores; pero no es preciso atender al denominador si se ha observado que siempre separamos en cada producto tantas notas, cuantos ceros lleva el divisor, los cuales siendo iguales al número de notas que hay separadas para decimales en el dividendo, haremos lo propio si en cada producto separamos tantas notas cuantas son las notas decimales que lleva la cantidad multiplicando; mas como quitados los ceros del divisor nos sobra la unidad, el cociente tendremos siempre que serán las notas que nos sobran á la parte de la izquierda; luego cuando reduciremos una cantidad decimal de especie superior á enteros y decimales de la especie inferior no haremos otra cosa sino multiplicar las decimales de la especie superior por el número de especies inferiores, que hacen una superior, y separando en el producto tantas notas para decimales cuantas lleva la cantidad multiplicando, las notas de la parte izquierda de la coma nos denotarán los enteros y las de la derecha las decimales de la especie inferior.

302. *Egemplo.* Quiero saber si 23,71875 canas reduciendo las decimales á especies inferiores serán iguales á 23 canas 5 palmos 3 cuartos de palmo.

0,71875
8
5,75000 *palmos.*
4
3,00000 *cuartos.*

Multiplico las decimales 0, 71875 por 8, porque 8 palmos hacen una cana, y á el producto separando las cinco notas para decimales me resultan 5,75000 palmos, que son el número de palmos y decimales de palmo que hacen las 0,71875 canas. Despues las 0, 75000 palmos las multiplico por 4 que son los cuartos que tiene un palmo, y separadas las cinco notas me quedan 3 cuartos sin ninguna décima. Ahora añadiendo el número de canas que son 23 á los 5 palmos 3 cuartos, veo que las 23, 71875 canas son iguales á las referidas 23 canas 5 palmos 3 cuartos.

Aunque la observacion que hemos hecho es una verdadera demostracion, no obstante tambien podremos decir que la razon de esto es, porque así como multiplicando las canas cuando nos las dan en números enteros, por 8 que son los palmos que hacen una cana, el producto es el entero de palmos que hacen las canas que multiplicamos: así multiplicando las decimales de cana tambien

por 8, el producto serán las decimales de palmo que encierran las decimales de cana. Lo mismo diriamos respecto de cualquiera otra especie que hubiésemos reducido á la especie inferior.

303. *Corolario.* Siguiendo la teoría de la demostracion que acabamos de dar, y acordándonos como se reducen las especies inferiores á superiores en los números enteros, facilmente reduciremos los enteros y decimales de especie inferior, á enteros y decimales de la especie superior, y dar la razon de la práctica.

Para resolver esta operacion partiremos los enteros y decimales de la especie inferior, por el número de enteros de especie inferior que hacen un entero de la especie superior, y al cociente separando para decimales tantas notas cuantas sean las decimales del dividendo nos espresará los enteros y decimales, ó bien las decimales solas de la especie superior, á que equivalen los enteros y decimales inferiores dados.

304. *Egemplo.* Redúzcanse 6, 72 de palmo á decimales de cana.

6,72	8
6 7	0,84
32	
0	

Partimos 6, 72 de palmo por 8 que son los palmos que hacen una cana y el cociente 0, 84 nos indica las decimales de cana que hacen las decimales de palmo; paraque no quede dificultad esplicaremos la práctica. Decimos seis enteros divididos por 8 les cabe á cero, 8 por cero es cero á 6 van 6 que bajando á su lado las 7 décimas hacen 67 décimas que divididas por 8 les cabe á 8, 8 por 8 son 64 á 67 van 3 que con el 2 hacen 32 que son centésimas; porque ,3 igual ,30 y 2 son 32 centésimas que partidas por 8 les cabe á 4 centésimas, y así decimos que 6, 72 de palmo hacen 0, 84 de cana.

No obstante queda una dificultad y es cuando nos sobrará resíduo qué es lo que haremos? Entonces continuaremos la particion como si redujésemos una fraccion comun á decimal, y es claro que por cada cero que añadamos habrá una nota mas para decimales al cociente; porque si el dividendo se aumenta por una tercera, es preciso aumentar el divisor ó disminuir el cociente por la misma si se quiere un cociente igual al que hubiere dado la division primera.

Esto supuesto vamos á buscar la razon porque cuando dividimos decimales por enteros, se han de separar para decimales tantas notas, cuantas son las decimales del divisor. La misma operacion hecha á la larga nos lo demostrará 6, 72 partido por 8 es igual á $\frac{672}{100} \backslash \frac{8}{1} = \frac{84}{100} = 0,84$ es así que el denominador del dividendo

es la señal de las decimales del dividendo, el denominador del divisor es la unidad, luego el denominador del cociente ha de ser la misma cantidad ó señal de las decimales del dividendo por no influir la unidad cuando hace oficio de divisor; luego llevando el cociente un denominador igual al dividendo tambien si quitamos los denominadores de dividendo y cociente, habremos de separar para decimales en los numeradores igual número de notas en cada uno.

Adviértase que la particion de quebrados la hemos hecho como realmente debe hacerse, partiendo el numerador del dividendo por el numerador del divisor, y el denominador del dividendo por el denominador del divisor.

Es preciso que el maestro cuide que sus discípulos demuestren y practiquen cuántas operaciones hemos hecho, y otros egemplos que á discrecion puede proponerles, y radicados en estos principios no tendrán dificultad en resolver las operaciones siguientes.

DEL SUMAR.

305. Las decimales se suman de la misma manera que si fuesen números enteros colocando las décimas bajo décimas, centésimas bajo centésimas &c. se hace la suma empezando de la derecha ácia la izquierda, y poniendo la coma en la misma línea para espresar las decimales se tendrá la suma total; v. gr.

306. Queremos sumar 35,0035 con 936,37 con 7,318 con 935,0795304 con 706,30537 con 0,36 con 7,5 con 312,1363: egecutaremos la operacion como hemos dicho y aquí se ve.

35,0035
936,37
7,318
935,0795304
706,30537
0,36
7,5
312,1363
2940,0727004

El fundamento de esta operacion es que como haciendo la colocacion dicha y sumando en coluna, sumamos todas las unidades de una misma especie, y todas las sumas parciales las reunimos al mismo tiempo que las vamos sacando en una sola, resulta que en esta tenemos la suma total.

La razon ó el porque se suman las decimales del mismo modo que los números enteros y no como los quebrados es, porque estos pueden y han de mirarse como números enteros, pues que tambien consisten en unidades, decenas, centenas, &c.

307. Si queremos sumar los quebrados comunes valiéndonos de esta operacion, los reduciremos primeramente á decimales como ya queda esplicado, y despues sumaremos las partidas nuevas como lo hemos hecho en el problema anterior.

Egemplo. Se han de sumar $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$ y $\frac{3}{9}$.

Resolucion.	$\frac{3}{4}$=0,75
	$\frac{5}{6}$=0,833333 &c.
	$\frac{7}{8}$=0,875
	$\frac{3}{9}$=0,333333 &c.
	2,791666 &c.

Quien se acuerde de las instrucciones dadas hasta aquí no tendrá dificultad en indagar como salen estas igualdades y las que verá en el problema siguiente, ó sino que repase y lo sabrá.

308. Las reglas de sumar que llaman compuesto se resuelven como si fuesen simples reduciendo en cada una de las partidas las especies inferiores á quebrado decimal de la especie superior como ya queda esplicado, y despues sumando las partidas nuevas se tiene la suma total. Si en la suma total se quieren reducir las decimales de especie superior á las especies inferiores, seguiremos tambien la doctrina dada, y así obsérvese el egemplo siguiente.

9354 tt 17 ℥ 6 =	9354,875 tt ℥
295 » 15 » 0 =	295,75 »
7533 » 12 » 6 =	7533,625 »
17184 tt 5 ℥ 0 =	17184,250 tt ℥
	20
	5,000 ℥

Así vemos que lo mismo es seguir un método que otro, pues las dos sumas son iguales.

309. Las decimales se restan del mismo modo que si fuesen enteros: escritas las decimales de una misma especie bajo una misma coluna se pone la coma tambien en el resíduo debajo de la misma.

Para escusar tropiezos en la práctica se procura que en ambas partidas haya un mismo número de figuras decimales, añadiendo los ceros necesarios á la partida que tuviere menos decimales.

310. *Egemplo* 1.° De 637,345 hemos de restar 29,203956.

Resolucion. . .	637,345...
	−29,203956
	608,141044

Añadimos tres ceros á continuacion de las notas decimales del minuendo, y hacemos la resta como si fuesen enteros.

La demostracion es la misma que se ha dado en el restar enteros.

311. *Egemplo* 2.° De $\frac{13}{16}$ hemos de quitar $\frac{2}{5}$.

Resolucion. $\frac{13}{16}$ =	0,8125
−$\frac{2}{5}$ =	−0,4000
	0,4125

Reducimos los dos quebrados $\frac{13}{16}$ y $\frac{2}{5}$ á decimales, y hacemos la substraccion como en los enteros, añadiendo á la partida subtraendo tres ceros; y en nada aumentamos su valor, pues que tambien aumentamos (si se observa el lugar que ocupa la coma) por la misma medida el denominador.

312. *Egemplo* 3.° De 3453 canas 2 palmos 1 cuarto, hemos de restar 2936 canas 7 palmos 3 cuartos.

Por el método comun.		*Por el decimal.*
3453 c.s 2 p.s 1 c.s	=	3453,28125
−2936 » 7 » 3 »	=	−2936,96875
516 c.s 2 p.s 2 c.s		516,31250 *canas.*
		8
		2,50000 *palmos.*
		4
		2,00000 *cuartos.*

Para resolver esta regla de restar por el sistema decimal reducimos primeramente las especies inferiores de minuendo y subtraendo á fraccion decimal de la especie superior, hacemos la substraccion, y despues de hecha trasladamos en el resíduo las decimales de especie superior á las especies inferiores.

Escolio. De estas operaciones de sumar y restar se ve, que lo mismo piden las fracciones decimales, que piden los números enteros.

DEL MULTIPLICAR.

313. Las decimales se multiplican como los enteros sin hacer caso alguno de la coma, y luego al producto se separan con la coma tantos guarismos de derecha á izquierda, como decimales hay en ambos factores juntos.

314. *Egemplo.* Hemos de multiplicar 32,096 por 5,12

1.ª *Resolucion.* . . .	2.ª *Resolucion.* . .
32,096 ×5,12 ——— 64192 32096 160480 ——— 164,33152	32,096 ×5,12 ——— 164,33152

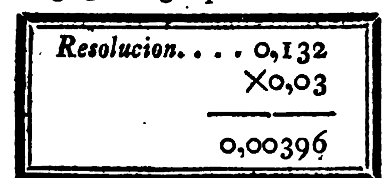
Multiplicamos 32096 por 512 y nos sale por producto 16433152; como hay tres decimales en el multiplicando y dos en el multiplicador, separamos cinco figuras á la derecha del producto hallado con una coma, el cual con esto es 164, 33152 y el que corresponde en realidad.

Adviértase que de las dos operaciones que hay aquí, la primera es resuelta por el método que llaman á la larga y la segunda por el método breve, del cual usaremos en la resolucion de las demas operaciones.

La razon ó el porque en las operaciones de multiplicar deben separarse tantos guarismos para decimales en el producto, cuantos hay en los dos factores juntos es porque si se multiplicáran espresando los denominadores, habria en el denominador del producto tantos ceros como en los denominadores del multiplicando y multiplicador; es

así que en las fracciones decimales el número de ceros del denominador es igual al de guarismos decimales del numerador, luego es claro que en el denominador del producto, ha de haber tantos ceros como guarismos hayan de separarse para decimales en el numerador, los que siendo iguales al número de notas decimales de los dos factores juntos; es evidente que deben separarse para decimales igual número de guarismos ó notas en el producto.

315. *Egemplo* 2.° Hemos de multiplicar 0, 132 por 0, 03.


Resolucion. . . 0,132
×0,03
0,00396

Multiplicamos el 132 por 3 y sale por producto 396, como hay tres guarismos decimales en el multiplicando y dos en el multiplicador es preciso anteponer dos ceros para poder separar cinco notas, y nos resulta 0,00396.

Aquí puede proponerse una dificultad, y es, porqué no se ponen despues los ceros y ya tendriamos separadas las notas? La razon es obvia, si los ceros que se han de poner antes se colocasen despues aumentariamos la cantidad por tantas veces diez como ceros deberian colocarse antes, pues como ya hemos insinuado que si lo que ha de disminuirse no se disminuye, se aumenta la cantidad por el mismo valor: denotándonos el denominador las notas que deben separarse para decimales en el numerador, si en este hay menos notas que aquel y lo queremos quitar, debiendo separar tantas notas cuantos son los ceros que acompañan á la unidad denominador las suplimos con ceros; es así que si los colocamos despues del numerador aumentamos el quebrado, y si los ponemos antes en nada lo aumentamos ni disminuimos; luego debiendo conservar el quebrado el mismo valor, los ceros deberán colocarse antes y no despues.

316. Si el sistema decimal hace perder un valor décuplo á cada nota que esté despues de otra caminando de izquierda ácia la derecha, será muy facil el multiplicar una cantidad por 10, 100, 1000 &c. ó que es lo mismo la unidad acompañada de ceros; pues que no habrá mas que retirar la coma de tantas notas, cuantos sean los ceros que acompañen á la unidad. El mismo sistema enseña la demostracion y práctica de las operaciones que vamos á resolver.

317. *Egemplo* 1.° Multiplíquense 3,7953 por 100.

Resolucion. . . 3,7953 × 100 = 379,53.

Egemplo 2.° Se han de multiplicar 53,00345 por 10000.

Resolucion. 53,00345×10000=530034,5.

Escolio. Cuantas maneras de multiplicar abreviado hemos enseñado en el multiplicar números enteros, podrán aplicarse en el multiplicar decimales.

318. Si queremos valernos del multiplicar decimales, para resolver los problemas de multiplicar quebrados comunes, los reduciremos primeramente á decimales, y despues haremos con estas nuevas cantidades la misma operacion que en los problemas antecedentes.

Egemplo. $\frac{3}{4}$ multiplicados por $\frac{1}{2}$ qué producto nos dan?

Resolucion. $\frac{3}{4}$=0,75
×$\frac{1}{2}$=×0,5
———
0,375

319. Los problemas de multiplicar números denominados pueden resolverse, como los de multiplicar simple; reduciendo primeramente las especies inferiores del multiplicador á quebrado decimal de la especie superior del mismo multiplicador si el problema es de primera especie: las inferiores á superiores del multiplicando si es de segunda; y ambas especies inferiores de multiplicando y multiplicador á sus superiores respectivas si es de tercera.

En cada una de las cuestiones que aquí estarán resueltas, la (1.ª) será hecha por el método comun, y la (2.ª) por decimales, valiéndonos en su resolucion del multiplicar breve.

PRIMERA ESPECIE.

(1.ª)

1 *peso*. . 345 *quintales* ==
×6 *p.ˢ* 2 *r.ˢ p.ª* 8 *c.ˢ* ==

2070
2 *reales*. . 86 » 2 »
8 *cuartos*. 21 » 4 » 8 »

2177 *p.ˢ* 6 *r.ˢ p.ª* 8 *c.ˢ*

(2.ª)

345 *quintales*.
×6,3125 *pesos*.

2177,8125 *pesos*.
×8

6,5000 *r.ˢ plata*.
16

8,0000 *cuartos*.

SEGUNDA ESPECIE.

(1.ª)

632 *q.ˢ* 3 @ 6 ℔ 6 a— ==
1 *quintal*. ×25 ℔ ʒ ==

15800
2 @. . . . . 12 ℔ 10 ʒ
1 ». . . . . . . 6 » 5 »
6 ℔ 6 a— . . 1 » 11 » 3

15820 ℔ 6 ʒ 3

(2.ª)

632,8125 *quintales*.
×25 ℔ ʒ

15820,3125 ℔ ʒ
20

6,2500 ʒ
12

3,0000 *dineros*.

TERCERA ESPECIE.

(1.ª)

1 *real*. . 95 *q.ˢ* 2 @ 10 ℔ *peso cast.*
1 *ql.* . ×13 *r.ˢ* 12 *m.ˢ* $\frac{3}{4}$

1235 *r.ˢ*
8 *m.ˢ* $\frac{1}{4}$. 23 » 25 *m.ˢ* $\frac{3}{4}$
4 » $\frac{1}{4}$. 11 » 29 » $\frac{3}{4}$
2 @. . . . 6 » 23 » $\frac{3}{8}$
10 ℔. . . 1 » 11 » $\frac{10}{40}$

1278 *r.ˢ* 22 *m.ˢ* $\frac{1}{10}$

(2.ª)

95,6 *quintales*.
13,375 *reales*.

1278,6500 *reales*.
34

22,1 *maravedis*.

Adviértase que en cada una de las tres operaciones que están aquí hechas por decimales, despues de hecha la operacion de multiplicar, ya está concluida la operacion, solo si reducimos en el primer egemplo las 0,8125 de peso á reales plata y cuartos; en el segundo las 0,3125 de libra de ardites á sueldos y dineros, y en el tercero las 0,65 de real á maravedises para denotar que es igual el resolver las cuestiones tanto por el sistema decimal, como por el método comun.

DEL PARTIR.

320. Las cantidades decimales se parten una por otra, añadiendo primeramente á la que tiene menos notas decimales tantos ceros, cuantos se necesitan paraque en el dividendo y divisor haya igual número de figuras decimales, se borra la coma y se hace la particion como si fuesen números enteros.

321. *Egemplo.* Se ha de partir la cantidad 29,3 por 0,36.

2930	36
50	$81\frac{14}{36}$
14	

Añadimos un cero al dividendo paraque en ambas partidas haya igual número de figuras decimales, borramos luego la coma y hacemos la particion como si fuesen cantidades enteras, y nos sale por cociente $81\frac{14}{36}$ avos.

322. Como el objeto de las decimales es escusar los quebrados comunes, en lugar de poner el resíduo dividido por el divisor continuamos la operacion por decimales, como aquí se figura.

2930	36
50	81,3888 &c.
140	
320	
320	
320	
32	

Despues de haber sacado el cociente 81 ponemos la coma y añadimos un cero al resíduo que es 14, y continuamos la particion partiendo el 140 por el divisor 36, los cuales nos dan por cociente 3; despues hacemos la multiplicacion y resta, y al resíduo que nos sale añadimos otro cero: repetimos la operacion hasta las cuatro notas decimales, las que pueden ser tantas en este y semejantes casos, como quiera el que resuelve la operacion.

323. *Otro egemplo.* Hemos de partir 9,52 por 2,3.

952	230
320	4,139 &c.
900	
2100	
30	

Añadimos un cero al divisor porque hay una nota decimal menos que en el dividendo, despues borramos las comas, y luego resolvemos la operacion del mismo modo que en el otro egemplo.

La preparacion que primeramente hacemos de añadir ceros despues de las notas decimales, en nada aumentan su valor segun queda dicho. En segundo lugar despues de igualar por medio de ceros las notas decimales del dividendo con las del divisor borramos las comas: esta otra preparacion en nada altera el cociente, pues que de cada nota que adelantamos la coma aumentamos la cantidad por diez, sabemos (Teor. 5.° pág. 204) que dividendo y divisor aumentados ó disminuidos por una misma medida dan igual cociente, es así que tenemos por la preparacion igual número de figuras decimales en cada una de las partidas dividendo y divisor; luego borrando la coma aumentamos ambas partidas por una misma cantidad, luego por el teorema dicho el cociente resultante debe ser igual al que saldria haciendo la primera division.

Como por medio de estas operaciones transformamos las operaciones de quebrados á operaciones numéricas, una vez demostrada la transformacion, el mecanismo de la regla de partir está demostrado en el partir enteros.

Los ceros que añadimos despues al resíduo, no alteran en nada el valor del cociente, porque ya se pone la coma al cociente que hace que este tenga un valor diez veces menor; es así que con cada cero que añadimos al dividendo lo multiplicamos por diez, y no añadiendo ninguno al divisor aumentamos por la misma medida el cociente; luego si con la coma que hemos puesto antes de hacer la particion del resíduo por el divisor partimos el cociente por diez, compensamos el exceso que dimos al dividendo.

324. Por lo regular en la práctica á no ser que el dividendo conste de menos notas decimales que el divisor, no se igualan el número de notas decimales con ceros, sino que se parten ambas cantidades como si fuesen enteros, y se separan en el cociente para decimales tantas notas, cuantas el dividendo tiene mas que el divisor.

325. *Egemplo.* 0,975 divididas por 0,39 cuál es el cociente?

0,975	0,39
195	2,5
0	

Partimos las 0,975 por 0,39 y nos sale por cociente 25, y como en el dividendo hay una nota decimal mas que en el divisor, separamos una nota para decimales en el cociente.

La razon ó el porque en las reglas de partir decimales se han de separar tantas notas en el cociente, cuantas tenga mas el dividendo que el divisor, es porque como el cociente multiplicado por el divisor nos ha de dar el dividendo, se infiere que el dividendo es un producto cuyos factores son el divisor y el cociente; y como por lo demostrado en el multiplicar se han de separar en el producto tantas notas para decimales cuantas haya en ambos factores; luego es evidente que siendo el dividendo un producto conocido, el divisor uno de los factores dados y conocidos, y el cociente el otro factor que se busca; habiendo un número de decimales determinado en el dividendo y divisor, para verificarse lo dicho es preciso que las decimales del cociente sean tantas, cuantas tenga mas el dividendo que el divisor.

Mas claro puede demostrarse si acudimos al partir quebrados poniendo en cada una de las cantidades dividendo y divisor sus denominadores correspondientes, y hacemos la operacion partiendo los numeradores entre sí é igualmente los denominadores, como se verá en el mismo egemplo que hemos propuesto 0,975 partidas por 0,39 esta espresion es igual á $\frac{975}{1000} \diagdown \frac{39}{100} = \frac{25}{10}$ vemos que haciendo la particion nos resultan $\frac{25}{10} = 2,5$ esta la hacemos, partiendo el 975 por 39 y el mil por ciento; es evidente que los denominadores siempre serán la unidad acompañada de tantos ceros, cuanto sea el número de decimales del numerador, es así que para partir los denominadores siendo estos perfectas potencias de 10, bastará quitar tantos ceros del denominador del dividendo, cuantos lleve el denominador del divisor; luego es claro que para denominador del cociente nos resultará la unidad acompañada de tantos ceros, cuantos tenga mas el denominador del dividendo que el del divisor; luego siendo el número de ceros acompañados de la unidad (en el denominador) los que indican las notas que se han de separar en el numerador, se ve á las claras, quien atienda á los denomina dores el porque deben separarse para decimales en el numerador del cociente, la diferencia que reste quitando de las decimales del dividendo las del divisor.

Cor. 1.° De aquí se sigue que siendo los denominadores iguales, como nos darán por cociente la unidad, no deberemos separar en el numerador ninguna cifra para decimales, luego si en todas las operaciones hacemos que los denominadores sean iguales, como todos nos darán por cociente la unidad, no influyendo esta en la particion cuando es divisor no deberemos atender sino á los numeradores.

Cor. 2.° Si hacemos que en las particiones decimales, las decimales del dividendo igualen á las del divisor, las reglas de partir decimales se transformarán en reglas de partir enteros.

Escolio. Como puede haber algun tanto de dificultad en la doctrina del corolario antecedente, obsérvense las siguientes igualdades y no se tendrá dificultad en conocer como las reglas partir decimales se transforman en reglas de partir enteros.

Egemplo. 0,32 se han de partir por 0,456. Como $0{,}32=0{,}320=\frac{320}{1000}$ y $0{,}456=\frac{456}{1000}$, tendremos que 0,32 partidas por 0,456 serán iguales á $\frac{320}{1000}\diagdown\frac{456}{1000}$ como los denominadores son iguales podemos borrarlos; porque aumentamos el dividendo y divisor por una misma medida, luego borrándolos nos quedan 320 divididos por 456 que son enteros: lo mismo diriamos de cualquier otro egemplo.

326. Así como vimos en la multiplicacion, que para multiplicar una cantidad decimal por 10, 100, 1000, 10000, &c. bastaba retroceder la coma de tantas notas, como ceros acompañaban á la unidad multiplicador; como la multiplicacion es totalmente opuesta á la division, podremos inferir que así como en la multiplicacion retrocedemos la coma de tantas notas, como ceros lleva la unidad multiplicador, en la particion deberemos adelantar la coma de tantas notas, cuantos sean los ceros que acompañan á la unidad divisor.

327. *Egemplo.* Divídase 35,13 por 100.

$$35{,}13\diagdown 100=0{,}3513.$$

Como acompañan al número 100 dos ceros á la unidad, adelantamos en el dividendo la coma de dos notas, y así la debemos poner antes del 35.

328. *Otro egemplo.* Observando el mismo método pártanse 9357,32 por 1000.

$$9357{,}32\diagdown 1000=9{,}35732.$$

Como á la unidad divisor le acompañan tres ceros, adelantamos la coma de tres notas, y la colocamos despues del nueve.

Á mas de poder fundar esta operacion de partir por 10, 100, 1000, &c. en el principio establecido, tambien podremos fundarla en que como para dividir una fraccion por cualquier cantidad basta multiplicar su denominador por la misma cantidad, pues habiéndose de partir una fraccion decimal por 10, 100, 1000 &c. si multiplicamos su denominador por 10, ó alguna de sus potencias, no haremos otra cosa que aumentar el denominador de tantos ceros cuantos son los que acompañan á la unidad denominador; habiéndose estos aumentado en un número tal que igualan á los ceros del divisor, tambien las notas para decimales en el numerador segun la hipótesis establecida tendrán que aumentarse en igual número, que es lo que se habia de probar.

329. Los quebrados comunes se parten como si fuesen cantidades enteras, reduciéndolos primeramente á decimales, y despues partiendo estas nuevas cantidades siguiendo los principios establecidos.

Egemplo. 3 quintos divididos por $\frac{6}{8}$ qué cociente nos dan?

$$\left.\begin{array}{l}\frac{3}{5}=0{,}6\\ \frac{6}{8}=0{,}75\end{array}\right\}\ldots\ldots=600 \quad \underline{|75}\quad$$
$$0 \qquad 0{,}8$$

Reduciendo los $\frac{3}{5}$ á decimales nos resultan $0{,}6=0{,}60$ y los $\frac{6}{8}=0{,}75$ partiendo despues estas nuevas cantidades 0,60 por 0,75 dan por cociente 0, 8.

330. Tambien podremos resolver los problemas de partir números denominados, ó de partir compuesto, siguiendo la misma doctrina que en los problemas de partir enteros, ó de partir simple, si reducimos las especies inferiores á quebrado decimal de la especie superior; así en las reglas de partir compuesto de primera especie reduciremos las especies inferiores del dividendo á quebrado decimal de la especie superior del mismo dividendo; en las de segunda las inferiores del divisor á decimales de la superior del mismo divisor, y siendo la tercera un mixto de la primera y segunda observaremos en el dividendo lo que hemos dicho en las de primera especie, y en el divisor lo dicho en la segunda.

Hecha esta reduccion, y preparando antes las cantidades, aplicaremos en estas todas las observaciones hechas en el partir números enteros.

331. *Egemplo.* Compré por 35.432 tt 17 ʃ 6 dineros un número de quintales de cierta mercadería, que cada un quintal me costó 29 libras de ardites, se pregunta cuántos quintales compré?

Advertimos que la operacion (núm. 1.º) en cada una de las tres especies que siguen la resolveremos por el método comun, y la señalada con el (número 2.º) por el método decimal.

```
1.º . . . . 35432 tt 17 ʃ 6 \ 29 tt. . . . . . Método comun.
               20              240
            -------          -------
            708.657          ( 6960
               12            ---------
            -------          1221 quint.s 3 @ 7 tt 4320/6960 = 18/29.
            8503890
            15438
             15189
              12690
               5730
                  4 @
             -------
              22920
               2040
                 26.
             -------
              53040 tt
              4320
------------------------------------------------
2.º . . . . 35432,875 tt     ( 29          Método decimal.
              64             ----------
               63            1221,823 quintales.
                52
                238
                  67
                   95
                    8
```

En la operacion (número 1.º) partimos las 35432 libras 17 sueldos 6 dineros coste del número de quintales que compramos

por 29 libras valor de uno, y nos dice el cociente que compramos 1221 quintales 3 arrobas 7 libras $\frac{18}{29}$ avos de libra.

En la operacion (número 2.º) reducimos primeramente los 17 sueldos 6 dineros iguales á $\frac{7}{8}$ de libra de ardites á quebrado decimal de libra, y nos resultan 0,875 ℔ que añadidas á las 35.432 ℔ nos dan 35432,875 ℔, cuya cantidad partida por las 29 libras valor de un quintal nos da por cociente 1221,823 quintales cantidad casi igual á la primera, y si añadimos los $\frac{8}{29}$ de $\frac{1}{1000}$ que es el último resíduo que nos sobra, veremos por el siguiente cálculo que es un cociente exacto, é igual al primero.

$$0{,}823\tfrac{8}{29} \text{ quintales.}$$
$$\times 4$$
$$3{,}293\tfrac{3}{29} \text{ @}$$
$$\times 26$$
$$7{,}(620\tfrac{20}{29}) = \frac{620\frac{20}{29}}{1000} = \frac{18000}{29000} = \frac{18}{29} \text{ ℔ @}$$

Como ya tenemos 1221 enteros de quintal igual á los primeros no nos resta saber otra cosa sino si las $0{,}823\frac{8}{29}$ de quintal son iguales á 3 arrobas 7 libras $\frac{18}{29}$ de libra, lo que obtenemos multiplicando las $0{,}823\frac{8}{29}$ de quintal por 4 número de arrobas que tiene un quintal y nos salen $3{,}293\frac{3}{29}$ de arroba, despues reduciéndo las $0{,}293\frac{3}{29}$ de arroba á libras, multiplicándolas por el número de libras que tiene una arroba que son 26, dan por producto $7{,}620\frac{20}{29}$ de libra; en fin despejamos el quebrado $0{,}620\frac{20}{29} = \frac{620\frac{20}{29}}{1000}$ multiplicando numerador y denominador por 29, y nos resulta $\frac{18000}{29000}$ que reduciéndolo á la menor espresion borrando tres ceros del numerador, é igual número del denominador, da el quebrado $\frac{18}{29}$. Tomamos ahora los resultados, y vemos que $0{,}823\frac{8}{29}$ de quintal son iguales á 3 arrobas 7 libras $\frac{18}{29}$ de libra.

SEGUNDA ESPECIE.

332. *Egemplo.* Por 2935 pesos en Cataluña compré 37 quintales 2 arrobas 13 libras, peso catalan de cierta mercaderia. Se pregunta á cuánto me vino el quintal?

1.° *Método comun.* 2995 *pesos.*	37 q.s 2 @ 13 tt.	
4	4	
11980	150	
26	26	
311480	3913	
37570	79 *pesos* 8 r.s 10 d.s $\frac{182}{3913}=\frac{2}{43}$.	
2353		
14		
32942 *reales.*		
1638		
24		
39312 *dineros.*		
182		

Diremos que cada quintal cuesta 79 pesos 8 reales 15 dineros 2.43 avos de dinero moneda catalana.

Esta operacion (número 1.°) la hemos hecho por el método comun; la que seguirá la resolveremos por el método decimal, reduciendo las 2 arrobas 13 libras á quebrado decimal de quintal, y juntadas con los 37 quintales ya tendremos el divisor, en lo demas seguiremos la doctrina practicada.

2995000 *pesos*	37625
361250	79 *pesos* 8 r.s 10 d.s $\frac{1750}{37625}=\frac{2}{43}$.
22625	
14	
316750	
15750	
24	
378000	
1750	

Como las 2 arrobas 13 libras del divisor han salido iguales á 0,625 de quintal, en lugar del divisor 37 quint. 2 @ 13 tt hemos

puesto este otro divisor que le es igual 37,625 de quintal: como en el dividendo habia 2995 enteros sin haber ninguna nota decimal, queriendo borrar la coma del divisor ha sido preciso añadir tres ceros al dividendo para obtener igual cociente; porque como por lo demostrado tenemos que retrocediendo la coma de tres notas aumentamos el divisor por mil, luego tambien por lo demostrado para que nos rèsulte un cociente igual al que ha salido haciendo la primera division, es preciso aumentar por la misma medida mil el dividendo, ó que es lo mismo añadirle tres ceros.

Tambien podriamos obtener (aunque con mas trabajo en una operacion semejante á la que hemos practicado) el verdadero cociente sin añadir ningun cero al dividendo, con tal que aumentásemos el cociente que nos resultaria, por la misma tercera que habriamos multiplicado el divisor; porque cuando aumentamos el divisor de una regla de partir sin inmutar el dividendo, disminuimos por la misma medida el cociente; luego si á este le aumentamos por la misma tercera que lo hemos disminuido, será lo mismo que sino se hubiese inmutado el divisor.

Aunque èl resíduo que nos ha sobrado partiendo 2995 por 37,625, ó que es lo mismo 2995000 por 37625 hubiéramos podido, añadiéndole ceros, continuar la operacion por decimales; no obstante como èn nuestra España la variedad de monedas, pesas, medidas y las divisiones de estas nos causan tanta confusion, es preciso hasta tanto que se arregle una medida universal como en Francia, y la division por decimales y sus partes; reducir en casos semejantes las decimales de especie superior á las especies inferiores, en cuyas operaciones nos podremos ahorrar algun tanto de trabajo practicando en el resíduo último lo que hacemos con los enteros, cuyo método hemos seguido en la operacion antecedente, y podrá practicarse en casos semejantes.

TERCERA ESPECIE.

333. Hemos dicho que la tercera especie de partir números denominados era un mixto de primera y segunda; ó que es lo mismo que si hubiésemos dicho que llamamos problemas de tercera especie de partir compuesto á aquellos en los cuales dividendo y divisor constan de varias especies. Así para resolver estos problemas trasladaremos las especies inferiores del dividendo á fraccíon decimal de la especie superior del mismo dividendo, y las inferiores del divisor á decimales de la superior del mismo divisor,

igualaremos las notas decimales de dividendo y divisor poniendo ceros á la que conste de menos notas, borraremos las comas y resolveremos la cuestion por los principios dados en el partir enteros. Esto supuesto haremos el egemplo siguiente primero por el método comun y despues por el decimal.

334. *Egemplo.* Supuesto que en Castilla me daban 7235 quintales 2 arrobas 10 libras peso castellano de cierta mercaderia por 95347 pesos 10 reales vellon 12 maravedis moneda castellana, quiero saber cuánto me hubiera costado cada quintal?

(1.º) *MÉTODO COMUN.*

95347 *p.s* 10 *r.s* 12 *m.s*	7235 *q.s* 2 @ 10 ℔.
× 100	× 4
9534768 *p.s* 11 *r.s* 10 *m.s*	28942
2299168	× 25
128488	
× 15 *r.s* 2 *m.s*	723560
1927320 *r.s*	13 *p.s* 2 *r.s* 22 *m.s* $\frac{665840}{723560} = \frac{16646}{18089}$.
2 *m.s* . . 7558 » 4 *m.s*	
11 » 10 »	
1934889 *r.s* 14 *m.s*	
487769 »	
34 »	
16584160 *m.s*	
2112960	
665840	

Así digo que cada quintal me hubiera costado 13 pesos 2 reales 22 maravedis 16646.18089 avos de otro maravedí.

(2.º) SISTEMA DECIMAL.

```
 95347,6875 p.s     | 72356000
  2299,16875        |----------------------------------------------
   12848875         | 13 p.s 2 r.s 22 m.s 66584000/72356000 = 16646/18089.
     × 15 r.s 2 m.s
 ----------------
  192733125
2 m.s .....755816 r.s 6 m.s
 ----------------
  193488941 r.s 6 m.s
   48776941 "
         34
 ----------------
 1658416000
  211296000
   66584000
```

Hemos hecho la operacion (número 2.º) reduciendo los reales y maravedis á fraccion decimal de peso, y nos ha salido que 10 reales 12 maravedis eran iguales á 0,6875 de peso que unidas con los 95347 pesos, la suma ha sido 95347,6875 y ya hemos obtenido el dividendo; despues para formar el divisor hemos reducido á decimales de quintal las 2 arrobas 10 libras peso castellano, las cuales han sido iguales á 0,6 de quintal, las hemos juntado 7235 y el agregado 7235,6 ha sido el divisor.

Como en el dividendo 95347,6875 habia tres notas mas que en el divisor 7235,6 hemos añadido á este tres ceros, y luego borrando las comas de ambos términos hemos hecho la particion como está figurada.

335. Advierto que seria molesto el poner mas problemas, pero con todo el maestro no olvidará que aquí puede dar un repaso á todos los que hay antes de la página 180, haciendolos resolver á sus discípulos primeramente por el método comun y despues por el sistema decimal. Aunque la práctica sea casi el alma de la aritmética, no olvidará nunca el maestro de hacer demostrar á sus discípulos cuántas operaciones hagan.

336. Desde los mas remotos tiempos conocieron los hombres cuan útil les seria que todas las naciones siguiesen un sistema de uniformidad en las medidas, y á este fin el sábio egípcio Eratóstenes discurrió que siendo una la estension en todos los lugares del orbe, debia ser igual la unidad que determinase sus partes, y por lo mismo, que sola la naturaleza podia determinar esta unidad. Comunicó este pensamiento á sus amigos, y poniéndolo desde luego en práctica ayudados de la Astronomía y Geometría les resultó que la superficie de la tierra era esférica; luego dijeron, el meridiano debe ser un verdadero círculo máximo de esta esfera, y siendo iguales las 360 partes ó grados de este círculo, es evidente que hallado el valor de uno se tendrá el valor de todos los demas. En efecto midieron á uno de estos y hallaron doscientos mil del módulo que habian elegido por medida original, cuyo número multiplicado por 360 les dió setenta y dos millones por longitud de todo el meridiano, y la setenta y dos millonésima parte de este número es la que quedó elegida entre los egípcios por unidad de todas sus medidas, y á la que dieron el nombre de *devak.*

337. Con el objeto de tener prototipos existentes construyeron el *mekias* ó nilómetro en que estaban grabados los 18 *devakhs* ó *drakhs*, y asimismo construyeron la gran pirámide de *Menfis* cuya longitud tenia 400 *devakhs* que componian el estadio. Aquí fue donde acudieron todas las naciones á buscar patrones para disfrutar de la medida que habian sacado de la naturaleza aquellos sábios egípcios, de manera que segun espresiones de un sábio, «fue tanta su trascendencia que si no consiguió ser admitida por universal, llegó á ser universalmente conocida como á término de comparacion sobre todas las demas.»

338. Pero la casualidad ó el capricho de algunos hombres introdujeron desde luego tanta diversidad de medidas en las diferentes naciones que pueblan el orbe, de manera que en el dia forman un sistema tan monstruoso y lleno de arbitrariedad, que á su variedad se contemplan oprimidas la agricultura, las artes, el comercio, la navegacion, y la geografía. Así los sábios de todas las naciones clamaban por un sistema uniforme de pesos y medidas, á fin de salir del intrincado laberinto en que se hallaban metidos. «La nacion francesa en los primeros años de su revolucion, cuando con tanta energia y arrojo concibió varios proyectos estraordinarios

tuvo tambien la gloria de ser la primera en promover la egecucion de este voto universal de todos los sabios; decretó la abolicion del antiguo sistema de pesos y medidas, substituyéndoles á imitacion de los egipcios, otras sacadas de la misma naturaleza y tan constantes é invariables como ella." Como este era un punto que interesaba á todas las naciones, acudieron á la Francia los mas célebres cosmógrafos de Europa para juntarse con los célebres Dalambre, y Mechain á fin de que saliesen mas exactas las prolíjas y delicadas operaciones que habian de hacerse para hallar tan interesantes resultados.

339. Animados estos sabios con tan noble zelo midieron el arco del meridiano comprehendido entre los paralelos de Dunquerque y Barcelona con todo el rigor geométrico, y comparados sus datos, con los que llevaron, de sus medidas hechas en el Perú, Godin, La-Condamine y Bouguer salieron del error en que habian caido los antiguos de que la tierra era esférica (1) y hallaron que era achatada ácia los polos, y el achatamiento era de un $\frac{1}{334}$. Tomaron desde luego la diezmillonésima parte de uno de los cuadrantes del meridiano terrestre que corresponde á 3,5889216 pies españoles, la que eligieron por unidad de medida, y la que todas las naciones deberian adaptar á fin de que fuese universal.

340. Á esta unidad se le dá el nombre de *metro* de una voz griega que significa medida, principio de donde se deriva todo el nuevo sistema; y las unidades secundarias que resultan de la multiplicacion y division de esta unidad son términos multíplices ó submultíplices de 10 conforme el sistema de numeracion. Despues para unidad de las medidas agrarias se tomó un cuadrado cuyo lado es 10 metros, y se le llama *ara* nombre derivado del verbo latino *arare* que significa arar. Á la unidad de solidez se le ha llamado *stere*, y convinieron en entender por esta palabra el valor de un metro cúbico, esto es una medida que tuviese un metro de ancho, de largo y de alto. Á la unidad de medida de capa-

(1) No es estraño que los antiguos no hubiesen conocido la verdadera figura de la tierra, pues que cuando ellos la determinaron no conocian sino una pequeña parte del globo, no conocian la brújula, ni los cuadrantes murales y movibles, ni los quintantes, sextantes y octantes de reflexion marinos, ni las lentes acromáticas, ni la teoria de los péndulos, ni los aerimetros, barómetros, termómetros, en una palabra estaban destituidos de todos los instrumentos y datos necesarios para poder hallar lo que determinaron. Pero si hemos de decir la verdad la figura real y verdadera de la tierra aun no la conocemos, á pesar de haber adelantado en el dia la Astronomía y Geografia en un grado infinitamente superlativo, y de haberse trabajado muchísimo para determinarla.

cidades se le ha llamado *litre*, que es lo mismo que si dijesemos decímetrocúbico, esto es una medida que tiene una décima parte de un metro de largo, de ancho y de alto. Cuando tuvieron las unidades de medida tomaron un centímetrocúbico de agua destilada, y un peso igual á este, al que se ha llamado *grama* es la unidad de los pesos. La unidad de moneda se llama franco, su peso es de cinco gramas, y su valor es el de una pieza que contiene nueve partes de plata y una de cobre.

341. Una vez ya se tienen conocidas las unidades generadoras reuniendo á estas antes los nombres *deca* que quiere decir diez, *hecto* ciento, *kilo* mil, y *myria* diez mil, se tienen unidades diez, cien mil &c. veces mayores; y poniendoles las voces *deci*, que significa décima, *centi* centésima, y *mili* milésima, se tienen unidades diez, ciento, mil &c. veces menores. Así todo el nuevo sistema de que se valen los franceses en orden á pesos y medidas y su correspondencia con las medidas castellanas se reduce á lo que sigue.

MEDIDAS LINEALES.

De Francia equivalen á medidas...	*de España.*	
Cuadrante del meridiano (100 *grados terrestres*)	35889216	pies.
1 grado (10 *myriámetros*)	358892,16	"
1 myriámetro (10 *kilómetros*)	35889,216	"
1 kilómetro (10 *hectómetros*)	3588,9216	"
1 hectómetro (10 *decámetros*)	358,89216	"
1 decámetro (10 *metros*)	35,889216	"
1 metro (10 *decímetros*)	3,5889216	"
1 decímetro (10 *centímetros*)	0,35889216	"
1 centímetro (10 *milímetros*)	0,035889216	"
1 milímetro	0,0035889216	"

MEDIDAS DE SUPERFÍCIE.

De Francia equivalen á medidas...	*de España.*	
1 myriara (10 *kiliaras*)	89446,87	Estadales cuadrados de 12 pies.
1 kiliara (*hectaras*)	8944,687	"

1 hectara (10 *decaras*)	894,4687	"
1 decara (10 *aras*)	89,44687	"
1 ara (10 *deciaras*)	8,944687	"
1 deciara (10 *centiaras*)	0,8944687	"
1 centiara (10 *miliaras*)	0,08944687	"
1 miliara	0,008944687	"

MEDIDAS DE CAPACIDAD.

De Francia equivalen á medidas.	*de España.*	
	ÁRIDOS.	*LÍQUIDOS.*
1 kilolitre (10 *hectolitres*)	17,9909 faneg.	61,9653 cánt.
1 hectolitre (10 *decalitres*)	1,79909 "	6,19653 "
1 decalitre (10 *litres*)	0,179909 "	0,619653 "
1 litre (10 *decilitres*)	0,0179909 "	0,0619653 "
1 decilitre (10 *centilitres*)	0,00179909 "	0,00619653 "
1 centilitre	0,000179909 "	0,000619653 "

PARA LA LEÑA.

STERE *igual al cubo del metro.*

PESAS.

De Francia equivalen á medidas...	*de España.*	
1 baro (10 *decíbaros*)	21,734736	quintales.
1 decíbaro (10 *myriagramas*)	2,1734736	"
1 myriagrama (10 *kilogramas*)	0,21734736	"
1 kilograma (10 *hectogramas*)	0,021734736	"
1 hectograma (10 *decagramas*)	0,0021734736	"
1 decagrama (10 *gramas*)	0,00021734736	"
1 grama (10 *decigramas*)	0,000021734736	"
1 decigrama (10 *centigramas*)	0,0002173473 6	libras.
1 centigrama (10 *miligramas*)	0,2003073333	granos.

342. "Entre las grandes ventajas (dice D. Isidoro de Antillon en sus lecciones de Geografia astronómica, natural y política) que resultarian de la adopcion del nuevo sistema de medidas son muy considerables: 1.ª su invariabilidad, respecto á ser á su tipo fun-

damental la estension del meridiano: 2.ª lo que simplifica las operaciones de la geografia y navegacion, la progresion decimal desde el metro hasta el cuadrante del meridiano; cuya progresion adoptada en todas las divisiones y subdivisiones de las unidades fundamentales hace que no se dude del número de unidades menores de que se compone cada unidad mayor: 3.ª la facilidad que dan dichas divisiones á las operaciones aritméticas de los números denominados que se egecutan con la misma sencillez que las de los enteros, y á la averiguacion del número de unidades cuadradas y cúbicas inferiores, de que consta cada unidad superior de la clase correspondiente, sin necesidad de tomar la pluma; y 4.ª el bien y comodidad que resultaria al comercio y á las ciencias de que las espresiones del cálculo fuesen las mismas en todas las naciones civilizadas, y tan universales como los principios de las matemáticas."

PRIMERA PARTE DEL ALGEBRA.

343. Entre los muchos descubrimientos con que puede honrarse la matemática, el mas portentoso, cuando no sea el mas fundamental, es sin duda alguna el álgebra. Haber inventado símbolos ó caractéres que representen todas las cantidades, sea la que fuere su naturaleza; dar reglas seguras para combinarlas y valuarlas, de modo que en un caso solo vengan cifrados otros infinitos, aunque se diferencien del primero en alguna circunstancia particular, trasladar á la clase de reales, cantidades de suyo imposibles; calcular el mismo infinito, todos estos que parecen prodigios los egecuta el álgebra con igual acierto que facilidad (1).

344. *El álgebra es la ciencia que trata del cálculo de las cantidades consideradas en general.* Estas cantidades las espresa por medio de las letras del alfabeto, ya sean mayúsculas, ya minúsculas; de manera que por medio de una letra v. gr. por *a* espresa una cantidad sea de la especie que quiera, como numérica, de peso, de medida, de estension, de movimiento &c.; en una palabra por medio de la *a* ó de cualquiera otra letra, espresa una cosa en cuanto es susceptible de aumento ó de disminucion. Y para evitar muchas

(1) *Bails* en el prólogo al segundo tomo de su obra grande, ELEMENTOS DE MATEMÁTICAS.

voces, se usan en ella varios signos, con los cuales se espresa el agregado, la diferencia, el producto, el cociente, la igualdad, desigualdad, potencia y raiz de la cantidad.

El álgebra se divide en dos partes: la primera trata del modo de egecutar las operaciones de sumar, restar, &c. con las cantidades espresadas por letras: y la segunda del modo de servirse de este cálculo para la resolucion de los problemas.

345. La cantidad se divide en incomplexa y complexa. Cantidad incomplexa ó monomia es la que no está ligada ó unida á otra, como $3x$. Cantidad complexa es la que se compone de dos ó mas cantidades incomplexas ligadas con signo intermedio, ya sea positivo, ya negativo, como $3x-y+z$. Cuando la cantidad literal consta de un solo término, este se llama *monomio*; si de dos incomplexos, *binomio*; si de tres, *trinomio*; si de cuatro, *cuatrinomio*, &c.; y si de muchos, *polinomio*.

346. Cada cantidad incomplexa literal consta de signo, coeficiente, letra y esponente. Á cualquier término le antecede este signo $+$, ó este $-$. Coeficiente es la cifra ó caracter, que precede á la letra, y la multiplica, como $3a=3\times a$. En cuanto á la letra no hay dificultad; pero cuando en un término se hallan muchas, es del caso disponerlas por órden alfabético. Esponente es el guarismo que sigue encima de la letra hácia la derecha, y quita su repeticion, como $x^2=xx$. Una letra al lado de otra indica que se multiplican entre sí; así $ab=a\times b$.

347. Un solo coeficiente sirve para todas las letras, que se hallan en su propio término; pero el esponente se refiere solamente á la letra encima de la cual está colocado.

348. *El álgebra como no es otra cosa que la escritura de la lengua de la cantidad*, debe atender no solo al valor absoluto de las cantidades sino al modo como estas influyen en la cuestion que intenta resolver; en cuyo caso solo halla dos clases de cantidades que influyan en ella; cantidades que conspiran al fin que se propone el calculador, y cantidades que conspiran á un fin opuesto. Á las que conspiran al fin que se propone les antepone este signo $(+)$ que ya hemos dicho significa mas, y sirve para espresar la suma de dos cantidades, y á las que conspiran al fin opuesto les antepone este otro $(-)$ que ya hemos dicho quiere decir menos, y es propio del restar é indica que puesto entre dos cantidades la siguiente está restada de la precedente. Á las cantidades que llevan la señal mas se les da el nombre de cantidades positivas, y á las que la señal menos el de negativas.

349. «Acerca de las cantidades negativas, dice D. José Mariano Vallejo, se han dicho muchos desatinos, porque se les ha llamado cantidades falsas y se ha dicho que no existian &c.; pero en la idea de cantidad negativa no entra otra sino la de conspirar al fin contrario al que el calculador se propone, debiendo advertirse que una misma cantidad puede ser positiva en una cuestion y negativa en otra; por egemplo: si nos proponemos averiguar en cuanto tiempo se llenará un estanque de agua, en que por un lado entra agua y por otro sale, tendremos que atender no solo al agua que entra sino tambien al agua que sale; y como el agua que entra conspira al fin que nos proponemos, esta será la positiva, y la que sale que conspira á vaciar el estanque que es lo contrario de llenarle, será la negativa.»

350. «Propongámonos al contrario averiguar el tiempo en que se vaciaria un estanque, en que sabemos que por una parte entra agua y por otra sale; y tendremos que atender tambien en este caso al agua que entra y al agua que sale; pero como esta conspira al fin opuesto será la negativa.»

351. «Dije al principio, dice el Dr. Tomas Vicente Tosca, que las cantidades negativas son menores que nada, lo que parece paradoja, y seria destruir la idea de la cantidad si se entendiese con todo rigor: lo que los algébricos quieren significar por cantidades menores que nada, se da bastantemente á entender con los egemplos siguientes.»

352. 1.º «Supóngase que un hombre no tiene bienes, y que debe 100 escudos; y que otro hombre no tiene tampoco bienes algunos, pero que debe nada: es cierto tiene el primero peor fortuna que el segundo: pero este tiene nada; luego el primero tiene menos que nada. Tambien si al que no tiene bien alguno, y debe 100 escudos, le dan 100 escudos con que paga la deuda, aumenta sus bienes; pero sus bienes aun despues de este aumento son nada: luego antes del aumento, sus bienes eran menos que nada.»

353. 2.º «Supóngase que hay 5 leguas desde *C* hasta *A*, y que de *C* á *B* hay 3 leguas. Supóngase tambien que hallándose un hombre en *C* quiere ir ácia *A*. Si este hombre camina hasta *A*, es verdadero decir ha abanzado 5 leguas, y asi que su abance es mas que nada. Si dicho hombre fuere detenido en *C* su abance seria nada; pero si viniese á *B* diriamos en lenguage ordinario, que ha vuelto atrás; y segun estilo del álgebra se dice haber abanzado menos que nada; y que su abance es —3 leguas, y que estas —3 leguas es una cantidad menor que nada.»

354. Los demas signos de que se vale el Álgebra ya los hemos dado á conocer en la página 182 número 20.

355. El último que hemos dado ($\pm$) que hemos dicho se llamaba signo de ambigüedad, nos indica que la cantidad á que afecta puede ser positiva y negativa, y usando de este signo se demuestran á un tiempo las propiedades de unas y otras.

356. Se llaman términos semejantes aquellos que tienen unas mismas letras y esponentes, aunque los signos sean contrarios; así son términos semejantes $+3ax^5$ y $+7ax^5$, tambien lo son $-3n$ y $+7n$, é igualmente lo son $\pm 7nx^3$ y $\pm 5nx^3$.

357. Cuando se escribe un término literal, sin anteponerle signo, se le sobreentiende $+$; y así $5a^4 = +5a^4$: cuando sin coeficiente, se le sobreentiende 1; y así $-m^2 = -1m^2$: cuando sin esponente, tambien se le sobreentiende 1; por consiguiente $3n = +3n^1$.

358. Este término incomplexo $+4n^2$ se lee así: mas cuatro *ene* dos. Este $-3m^5$ así: menos tres *eme* cinco. Este término x se lee profiriendo solamente *equis*; y es igual á este $+1x^1$. Este $-z$ se lee así: menos *zeta*, y es igual á este $-1z^1$.

359. Este término complexo $4n^2-3m^5$ se lee así: cuatro *ene* dos, menos tres *eme* cinco. Este $-z+x$ así: menos *zeta*, mas *equis*. Este $6m+n^3$ así: seis *eme*, mas *ene* tres.

360. Cuando en un término literal se halla repetida alguna letra, quítese su repeticion por medio del esponente, y así en lugar de $-4nnn$, escríbase $-4n^3$. Asimismo escríbase a^5 en vez de $+aaaaa$.

361. Los esponentes de los términos ya pueden ser positivos, ya negativos, ya quebrados, y algunas veces un polinomio.

362. Cuando un término lleva un esponente positivo indica que la tal letra, ó bien sea un número, ha de repetirse tantas veces en orden á la multiplicacion como indica su esponente; y $x^3 = x \times x \times x$; y $8^4 = 8 \times 8 \times 8 \times 8$.

363. Cuando un término lleva un esponente negativo se transforma este en positivo poniendo el tal término por denominador de la unidad: así $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$ y $9z^{-4} = 9 \times \frac{1}{z^4}$.

364. Cuando un término lleva un quebrado por esponente veremos mas adelante que tendrá el valor que sigue: así $x^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{x^3}$;

$$x^{-\frac{3}{7}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{7}}} = \frac{1}{\sqrt[7]{x^3}};\ 9xz^{\frac{2}{3}} = 9x \times \sqrt[3]{z^2} \text{ y } 3n^3 a^{-\frac{2}{8}} = 3n^3 \times \frac{1}{a^{\frac{2}{8}}} = 3n^3 \times \frac{1}{\sqrt[8]{a^2}}.$$

365. Cuando el término lleva por esponente un polinomio tiene alguno de los valores que hemos visto hasta aquí, por egemplo z^{m+n} quiere decir que z ha de repetirse tantas veces en órden á la multiplicacion como unidades compongan la suma de $m+n$; así

$$3m^{5+2}=3m^{7}\ ;\ m^{-\frac{3}{7}+\frac{1}{7}}=m^{-\frac{2}{7}}=\frac{1}{m^{\frac{2}{7}}}=\frac{1}{\sqrt[7]{m^2}}\ ;\ 5a^{3-5}=5a^{-2}=5\times\frac{1}{a^2};$$

$$\text{y}\ 8n^3x^2z^{\frac{3}{8}-\frac{1}{2}}=8n^3x^2z^{-\frac{1}{8}}=8n^3x^2\times\frac{1}{z^{\frac{1}{8}}}=8\times n\times n\times n\times x\times x\times\frac{1}{\sqrt[8]{z}}.$$

REDUCCION DE UN COMPLEXO LITERAL Á LA menor espresion.

366. Para reducir un complexo literal á la menor espresíon:

Lo 1.º Sumaré los coeficientes de los términos incomplexos semejantes, que tuvieren un mismo signo, y antepondré á la suma su propio signo, ya sea positivo, ya negativo, é inmediatamente le pospondré la letra ó letras de solo uno de aquellos incomplexos.

Lo 2.º Restaré los coeficientes de los incomplexos semejantes, que tuvieren diverso, y antepondré á la diferencia el signo del mayor, posponiendole como antes, la letra ó letras de solo un término de los que en el caso redujere.

Lo 3.º Borraré ó destruiré enteramente los términos incomplexos, que tuvieren iguales los coeficientes y las letras; pero contrarios los signos; v. gr.

367. El complexo $3n^2+6m+br^4-4m+5n^2+br^4-2br^4$ redúzcase á los menos términos que que sea posible.

$3n^2+6m+br^4-4m+5n^2+br^4-2br^4$
$8n^2+2m.$

Porque el término primero $3n^2$, y el quinto $5n^2$ son semejantes, y tienen un mismo signo, sumo los coeficientes, posponiendo á la suma la n^2 de solo uno de los dos términos reducidos, sin anteponer signo á dicha suma; porque siendo el primer incomplexo que sale, ya se le sobreentiende $+$; y por esto escribo $8n^2$, como parece.

El término segundo $6m$, y el cuarto $-4m$ tambien son semejantes: pero siendo contrarios sus signos, resto el coeficiente menor 4 del mayor 6, y antepongo á la diferencia el signo $+$ del coeficiente mayor, por cuya causa escribo $+2m$ á la derecha del primer incomplexó reducido $8n^2$.

El término tercero br^4, el sexto y el séptimo son igualmente semejantes: y porque el tercero y el sexto tienen ambos el mismo signo $+$, los reduzco sumando los coeficientes, y con esto tengo $2br^4$. El séptimo $2br^4$ tiene el signo $-$: este signo es contrario al del término antecedente reducido, que tiene $+$: luego siendo el coeficiente, y las letras del uno al coeficiente y letras del otro, y contrarios sus signos, quedan enteramente destruidos; y así el complexo reducido será $8n^2+2m$, como parece.

368. Esta práctica se funda en que como un término literal se considera multiplicado por su coeficiente, y si no lleva coeficiente ya se le sobreentiende 1, es claro que el coeficiente de cada término nos espresará las veces que este debe repetirse; luego si tenemos dos términos semejantes con un mismo signo, como cada uno de ellos deberá repetirse tantas veces como unidades lleven sus coeficientes; será lo mismo repetir solamente uno de ellos tantas veces como unidades lleve la suma de sus coeficientes. Cuando los términos son semejantes, pero con diferente signo como los que llevan el signo mas conspiran á aumentar lo que buscamos y los que el signo menos á disminuirlo, en el que tenga mayor coeficiente quedará inutilizada una parte igual con el otro; la cual no influyendo en el resultado, se omite y queda sola la parte que influye; y es &c.

369. Reduce este complexo: $-4x^2+6v^2y-8x-7x+3x^2z^4-9v^2y+13x-3x^2z^4$ á la menor espresion, y te saldrá $-4x^2-3v^2y-2x$.

370. El complexo $8n^5v+x^3z-xz^2-6n^5v-x^4z^3+4xz^2-2x^3z-4x^4z^3$, reducido á los menos terminos, es $2n^5v-x^3z+3xz^2-5x^4z^3$.

371. Este complexo $-8x+5z^3+2z^3+5x-z^3-4x+6z^3+8x+x-12z^3-7x$, reducido á la menor espresion, es $-5x$.

372. El complexo $7x^{-\frac{3}{5}}+3n^2x^{\frac{1}{7}}-3n^2x^{\frac{1}{7}}+3x^{-\frac{3}{5}}-2z^{\frac{3}{7}}-10x^{-\frac{3}{5}}+8m^{-1}x^{\frac{3}{9}}$ reducido á los mínimos términos, es $-2z^{\frac{3}{7}}+8m^{-1}x^{\frac{3}{9}}$.

HALLAR EL VALOR DE UN TÉRMINO LITERAL.

373. Para hallar el valor de un término literal:

Lo 1.º Repetiré cada letra tantas veces como unidades tuviere su propio esponente.

Lo 2.° Entre coeficiente y letra, y asimismo entre letra y letra pondré el signo de multiplicar.

Lo 3.° En lugar de cada letra substituiré su propio valor: y practicada la sucesiva multiplicacion correspondiente, tendré el valor que me pidiere; v. gr.

374. Pídese: cuanto vale $2n^5$, supuesto que n vale 3 reales de vellon?

$$2n^5 = 2nnnnn = 2 \times n \times n \times n \times n \times n = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 486 \text{ reales vellon.}$$

Escrito el incomplexo $2n^5$ á la izquierda, y seguidamente á la derecha el signo $=$ con el coeficiente 2, repite cinco veces la n, por ser 5 su esponente; y á continuacion escribe otra vez el signo $=$ con el coeficiente 2, y las cinco enes del término antecedente; pero con el signo de multiplicar entre coeficiente y letra, y entre letra y letra. Pon otra vez el signo igual con el coeficiente 2; y repitiendo como antes el signo de multiplicar, substituye en lugar de n su propio valor, que es 3 reales. Por último multiplica 2 por 3, el producto 6 por el otro 3, y así ordenadamente cada producto hasta llegar al último 3, y con esto hallarás, que $2n^5$ vale 486 reales de vellon.

375. El que tuviese $-4x^3$, al respecto que x vale 6 pesetas provinciales, cuanto tendria?

$$-4x^3 = -4xxx = -4 \times x \times x \times x = -4 \times 6 \times 6 \times 6 = -864 \text{ pesetas.}$$

Dígase que tendria -864 pesetas provinciales; esto es, deberia 864 pesetas provinciales; ó bien, si estas se suponen al interior de Castilla, 3456 reales de vellon castellano; si al de Cataluña 324 libras de ardites, ó 3485 reales, 1 maravedí, 3 séptimos de otro maravedí de vellon castellano; si al de Valencia 229 ℔ 10 ℥ valencianos; si al de Aragon 183 ℔ 12 ℥ jaqueses; si al de Navarra 1836 reales flojos; y si al de Mallorca 259 libras, 4 sueldos mallorquines.

376. Si á tu padre le debiesen $8x^4 - 9z^4$, bajo el supuesto que x vale 6 pesos fuertes, y z solamente 5, cuanto le deberian? Le deberian $10368 - 5625 = 4743$ pesos fuertes.

377. El que tuviese $7xn^{-\frac{3}{5}}+2n^{-4}-3xn^{-\frac{3}{5}}-4xn^{-\frac{3}{5}}$ al respecto que n vale 2 doblones, cuánto tendria? Reducid el polinomio dado á la menor espresion y hallareis $+2n^{-4}$; y como $2n^{-4}=2\times\frac{1}{n^4}$, buscareis su valor de esta manera; $2\times\frac{1}{n\times n\times n\times n}=2\times\frac{1}{2\times2\times2\times2}=2\times\frac{1}{16}$ $=\frac{2}{16}$ de doblon de á ocho, y como $\frac{2}{16}$ de doblon de á ocho son iguales á 2 duros, direis que tendria 2 duros.

378. Pídese cuánto vale el monomio $\pm2xz^{-1}$, supuesto que x vale 3 pesetas, y z 2? Como $\pm2xz^{-1}=\pm2\times x\times\frac{1}{z}=\pm2\times3\times\frac{1}{2}$ $=\pm\frac{6}{2}=\pm3$, dígase que vale ±3 pesetas.

379. Un artesano testó de tantos doblones como comprehende este complexo $-6n^3x^4-8v^2z+4a^3+15vz^2-7n^3x^4-4a^3+19n^3x^4$ $-18vz^2$: decidme, en el supuesto que el valor de a es 7 doblones, el de n 2, el de v 9, el de x 5, y el de z 11, de cuantos doblones testó? Reducid el polinomio dado á la menor espresion, y hallareis $6n^3x^4-8v^2z-3vz^2$. De este trinomio buscad el valor del primer incomplexo de esta manera $6n^3x^4=6nnnxxxx=6\times n\times n\times n\times x\times x\times x\times x$ $=6\times2\times2\times2\times5\times5\times5\times5=30000$, el del segundo de esta $-8v^2z=$ $-8vvz=-8\times v\times v\times z=-8\times9\times9\times11=-7128$, y el del tercero de esta $-3vz^2=-3vzz=-3\times v\times z\times z=-3\times9\times11\times11=-3267$, y en resumen tendreis $30000-7128-3267=30000-10395=19605$: decid pues que testó de 19605 doblones.

DEL SUMAR.

380. Sumar en álgebra es reunir en una sola espresion el valor de dos ó mas.

381. Para sumar cantidades literales, escríbanse todas ellas debajo en un renglon, sin variar signo alguno, y se tendrá la suma que se pidiere; v. gr.

382. De una partida me deben $3m+a^2-qr$. De otra $4n-m+$ $3a^5$. De otra $-a^2+qr-6m$. Pregunto: bajo la suposicion que m vale 6 reales, $a=4$ reales, $q=5$, $r=12$, y $n=3$, cuánto me deben?

$$3m+a^2-qr$$
$$4n-m+3a^5$$
$$-a^2+qr-6m$$

Suma.	$3m+a^2-qr+4n-m+3a^5-a^2+qr-6m$
Suma reducida	$-4m+4n+3a^5=3060$ *reales.*

Reducida la suma (núm. 366 pág. 327), y practicado lo que dijimes (núm. 373 pág. 328), dígase que me deben 3060 reales.

383. La demostracion de esta operacion se toma de la misma naturaleza del sumar, que es juntar en una muchas cantidades; pero como aquí no determinamos el valor de las cantidades, por esto las colocamos en un renglon sin variar signo alguno. La reduccion que hacemos de la suma y que algunos practican antes de escribirla ya está demostrada (núm. 368 pág. 328).

384. Antonio tiene $3a^{\frac{2}{5}}-5x^{\frac{3}{7}}\pm9x^{-\frac{2}{3}}$; Diego $8a^{\frac{2}{5}}-11a^{\frac{2}{5}}+5x^{\frac{3}{7}}$ y Juan $\pm3z^{\frac{2}{9}}x^{-3}+2z$. Pregunto cuánto tienen los tres? La suma reducida dirá que entre los tres tienen $\pm9x^{-\frac{2}{3}}\pm3z^{\frac{2}{9}}x^{-3}+2z$.

385. Pedro tiene $5n^2x+6xz^3-8n^2x$, Juan $-5x^3z^4+3n^2x-2xz^3$, y Diego $-4v^5+7x^3z^4-xz^3$. Dime, supuesto que v equivale á 7 libras moneda, x á 4, y z á 6, cuántas libras tienen entre los tres? Suma las tres partidas dadas como en en el egemplo antecedente, y tendrás el polinomio $5n^2x+6xz^3-8n^2x-5x^3z^4+3n^2x-2xz^3-4v^5+7x^3z^4-xz^3$, el cual reducido á la menor espresion será $3xz^3+2x^3z^4-4v^5$, el valor de cuyo trinomio es $2592+165888-67228=101252$, dirás pues que entre los tres tienen 101252 libras moneda.

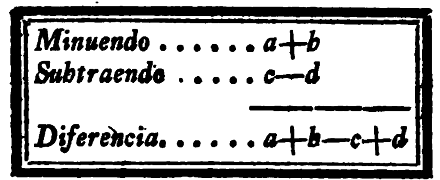
386. Un tendero compró $-5n^3x+6m^4$ de una partida, de otra $7v^2z^3+8m^4$, de otra $-13m^4-n^3x$, y de otra $6n^3x-8v^2z^3$. Pídese: en el supuesto que el valor de m es igual á 12 varas de cierta ropa $n=8$, $v=7$, $x=4$, y $z=9$, cuántas varas compró? Compró $-5n^3x+6m^4+7v^2z^3+8m^4-13m^4-n^3x+6n^3x-8v^2z^3$, ó bien $m^4-v^2z^3$, ó bien $20736-35721=-14985$ varas; esto es habia de comprar 14985 varas de dicha ropa, que aun no habia comprado.

DEL RESTAR.

387. Restar en álgebra es lo mismo que en aritmética, hallar la diferencia entre dos cantidades.

388. Para restar una cantidad literal de otra, escríbanse en un renglon el minuendo y subtraendo; pero el minuendo con los mismos signos, y el subtraendo con signos contrarios, y se tendrá la diferencia que se pidiere; v. gr.

389. Si de $a+b$ se ha de restar $c-d$, cuál será la diferencia?



Minuendo	$a+b$
Subtraendo	$c-d$
Diferencia	$a+b-c+d$

Pongo en la diferencia el minuendo $a+b$ con los mismos signos y el subtraendo $c-d$ con signos contrarios, esto es pongo $-c+d$ y hallo que la diferencia es $a+b-c+d$.

Demost. Si de $a+b$ hubiesemos de quitar c unidades diriamos $a+b-c$; pero como el valor de c está disminuido por tanto como vale d, añadiendo d al $a+b-c$, diciendo $a+b-c+d$ queda compensada la diferencia; luego &c. (1).

390. Si de a hubiesemos de restar $\pm b$, la diferencia seria $a-(\pm b)=a\mp b$, en cuyo resultado tenemos al mismo tiempo estos dos: $a-(+b)=a-b$ y $a-(-b)=a+b$.

391. Que diferencia dará si de $m\pm n\mp mb^{-\frac{3}{7}}$ resto $\mp c^{-3}\pm b\mp dx^{\frac{2}{5}}$? Dará $m\pm n\mp mb^{-\frac{3}{7}}\pm c^{-3}\mp b\pm dx^{\frac{2}{3}}$.

392. Me deben $4n-3a^2+8m^4$, y me han satisfecho $2n-3a^2-3n+2m^4$. Pregunto: supuesto que es $n=8$ pesos, $a=9$, $m=5$, cuánto me quedan á deber? Segun lo supuesto dígase, que me quedan á deber 3790 pesos.

393. En un almacen tenia $8vx^3-12v^2+9vz^4$ arrobas de cierta mercaderia, de las cuales un comerciante se llevó $9vz^4+6vx^3-11v^2$. Decidme, en la suposicion que v equivale á 8 arrobas, x á 9, y z á 7, cuántas me quedaron? Me quedaron $2vx^3-v^2$, cuyo valor es $11664-64=11600$ arrobas.

(1) *La Place* da la siguiente demostracion de la regla de los signos en esta operacion. Si de la cantidad $a+b$, se tuviese que quitar b, es evidente que se tendria a por resultado; del mismo modo si de $\pm a=\pm a+b-b$, nos proponemos quitar $+b$ viene por resta: $\pm a-b$; y si de $\pm a=\pm a+b-b$ se quita $-b$ la resta será: $\pm a+b$; lo que demuestra la regla de los signos, esto es, que se han de mudar los del subtraendo.

394. Compré $13b^2+8x^3z+7bx+5bx$ canas de cierta ropa en Mallorca, de las cuales he recibido ya $5x^3z+12bx+3x^3z+9b^2$. Pregunto, bajo el concierto que b substituye por 15 canas, x por 3, y z por 6, cuántas me faltan para el total cumplimiento? Me faltan $4b^2=900$ canas.

DEL MULTIPLICAR.

395. Multiplicar en álgebra es tomar una cantidad tantas veces como diga otra y tomarla del modo que esta diga se debe tomar (1).

396. Para multiplicar cantidades literales se han de hacer algunas consideraciones, que hemos omitido en las numéricas. Primeramente tenemos que observar que en la multiplicacion de cantidades literales pueden ocurrir tres casos, como son multiplicar un incomplexo por otro, un complexo por un incomplexo, y un complexo por otro.

397. En segundo lugar observaremos que en los tres casos dichos siempre tendremos que multiplicar un incomplexo por otro, y por lo tanto con tal que atendamos á lo que debe practicarse en este caso, aplicando las mismas reglas no hallaremos dificultad en los demas casos.

398. Para multiplicar un incomplexo por otro, hay que atender á cuatro cosas, á los signos, á los coeficientes, á las letras, y á los esponentes. En cuanto á los signos hallamos ó bien que en ambos factores han de ser positivos, como $+b\times+c$; ó bien en ambos negativos, como $-b\times-c$; ó bien en el un factor positivo y en el otro negativo, como $+b\times-c$ y tambien $-b\times+c$.

399. *Cuando ambos factores lleven signo positivo, el signo que debemos poner en el producto debe ser tambien positivo; así* $+b\times+c=+bc$.

La razon es obvia, porque como el factor multiplicador es positivo, indica que debemos tomar tantas veces el factor multiplicando como son las unidades que aquel esprime; luego siendo el multiplicando positivo debemos repetirlo tantas veces como son las unidades del multiplicador positivo, y como la suma de muchas cantidades positivas da una suma positiva, es claro que una cantidad

(1) Se añade esta última circunstancia, porque como segun hemos dicho en el ágebra no solo se atiende al valor absoluto de las cantidades sino tambien á su modo de existir; el multiplicador con sus unidades nos dice las veces que debemos tomar el multiplicando, y con su signo el modo con que lo debemos tomar.

positiva multiplicada por otra de positiva el producto debe ser positivo.

De lo dicho se ve que $+b\times+c=+bc$, porque debemos reproducir positivamente tantas veces la b como unidades lleva la $+c$.

400. *Cuando los dos factores de una regla de multiplicar llevan signo negativo; el signo del producto debe ser positivo; así* $-b\times-c=+bc$.

Se funda esto en que siendo el signo de los dos factores negativos, nos indicará en este caso la multiplicacion, que debemos quitar tantas veces el multiplicando como unidades lleve el multiplicador, y como segun lo demostrado en el restar cuando se quita una cantidad de otra se han de mudar los signos; luego siendo el multiplicando negativo; habiendolo de quitar tantas veces como unidades lleve el multiplicador, cada vez se nos transformará en una cantidad positiva; luego tambien la suma de estas cantidades positivas que será el producto, deberá ser un todo positivo.

De lo dicho se sigue $-b\times-c=+bc$; porque quitàmos tantas veces la $-b$ como unidades lleva la $-c$, y como para quitar la cantidad $-b$ de otra cualquiera cantidad, segun lo dicho en *el restar*, se le debe mudar el signo, tendremos que se nos transformará cada vez en $+b$; luego el producto bc, que nos espresará la suma de estas posiciones será tambien positivo y así diremos que debe ser $+bc$.

401. *Cuando el un factor es positivo, y el otro negativo; el signo del producto debe ser tambien negativo; así* $-b\times+c=-bc$; *y tambien* $+b\times-c=-bc$.

Supongámos que el multiplicando es negativo y el multiplicador positivo, es claro que en este caso deberemos repetir tantas veces el multiplicando como unidades lleve el multiplicador positivo; luego deberemos repetir un multiplicando negativo muchas veces, y como una cantidad negativa sumada las veces que se quiera siempre da una suma negativa; es evidente que siendo esta suma la que nos representa el producto; si la suma es negativa el producto tambien lo será.

Así $-b\times+c=-bc$; porque repetimos tantas veces la $-b$ como unidades tiene $+c$; y como la suma de cantidades negativas debe ser negativa; luego $-bc$ debe ser la suma de $-b$ repetida tantas veces como unidades lleva la cantidad general $+c$, ó lo que es igual debe ser el producto de $-b\times+c$.

Si el multiplicando es positivo y el multiplicador negativo, como en una regla de multiplicar (Cor. 2.º núm. 63. pág 188) no se altera el producto aunque el multiplicando haga veces de multiplicador, ó al contrario; tendremos que haciendo del multiplicador negativo multiplicando, y del multiplicando positivo multiplicador, valdrá la misma razon.

Así $+b\times-c=-bc$; porque haciendo de la cantidad $-c$ multiplicando y de la cantidad $+b$ multiplicador, tendremos que repetir tantas veces la $-c$ como unidades lleve la $+b$ y como la suma que dan cantidades negativas es tambien negativa; luego la suma bc que aquí llamamos producto debe ser negativa, esto es debe ser $-bc$.

Otra razon podriamos dar acerca lo dicho como se verá en el siguiente egemplo; demos que $a+d$ se ha de multiplicar por $c-b$ y tendremos que $\overline{a+d}\times\overline{c-b}=ac+cd-ab-bd$.

La razon es obvia porque si $a+d$ lo multiplicasemos solamente por c daria $ac+cd$: pero como el valor de c está disminuido por tanto como vale b; luego para compensar aquel producto se le debe quitar el producto de $b\times\overline{a+d}$ que es $ab+bd$; pero como para quitar una cantidad de otra es menester mudar los signos; luego diremos $ac+cd-ab-bd$; y es &c.

402. *Corolario.* De lo dicho se sigue que en las reglas de multiplicar cantidades literales, signos semejantes dan mas y signos contrarios dan menos.

403. Despues de establecida la definicion que hemos dado, con gran facilidad puede tambien demostrarse la regla de los signos, como se verá en las siguientes palabras de D. Josef Mariano Vallejo.

«Para demostrar, dice, nosotros la regla de los signos, nos propondremos multiplicar $+a$ por $+b$, ó para mayor sencilléz y claridad, tomaremos por multiplicador la unidad; y así indicaremos nuestra operacion de este modo: $+a\times+1$; ahora el multiplicador $+1$ nos dice con sus unidades que tomemos una vez al multiplicando, y con su signo $+$ nos dice que le debémos tomar como él sea; el multiplicando $+a$ es positivo, luego le deberemos tomar una vez positivamente, y será por consiguiente el producto $+1a$, ó $+a$, omitiendo el coeficiente 1; luego $+a\times+1=a$ lo que en cuanto á los signos da $+\times+=+$.»

«Supongamos ahora que el multiplicador sea -1, y tendremos indicada nuestra operacion de este modo: $+a\times-1$; aquí el multiplicador con sus unidades nos dice que debemos tomar una vez

al multiplicando, y con su signo que le tomemos al contrario de como él sea; el multiplicando es positivo, luego lo deberemos tomar una vez negativamente, y se tendrá: $+a\times-1=-1a=-a$; lo que en punto á los signos da: $+\times-=-$."

"Supongamos ahora que el multiplicando sea negativo tal como $-a$; si el multiplicador es $+1$; tendremos indicada la operacion de este modo: $-a\times+1$ donde el multiplicador $+1$ nos dice con sus unidades que debemos tomar una vez al multiplicando, y con su signo que lo debemos tomar como él sea; el multiplicando es negativo, luego lo deberemos tomar una vez negativamente, y será; $-a\times+1=-1a=-a$; lo que da para los signos $-\times+=-$."

"Finalmente si el multiplicador fuese -1, tendriamos indicada la operacion de este modo: $-a\times-1$; donde el multiplicador -1, nos dice con sus unidades que debemos tomar al multiplicando una vez, y con su signo que le debemos tomar al contrario de como él sea; el multiplicando es negativo; luego lo deberemos tomar positivamente, y se tendrá: $-a\times-1=+1a=a$; lo que da para los signos $-\times-=+$."

"Estos cuatro casos se convierten en estos dos, á saber: *que signos semejantes*, esto es, $+$ por $+$ ó $-$ por $-$, ó en *general* $\pm$ por $\pm$ ó $\mp$ por $\mp$, dan siempre $+$ en el producto; y *signos desemejantes*, esto es, $+$ por $-$ ó $-$ por $+$, ó en general $\pm$ por $\mp$ ó $\mp$ por $\pm$, dan siempre en el producto $-$."

404. En cuanto á los coeficientes nada hay que advertir, pues como son números se multiplican como hemos practicado en las demas cantidades numéricas.

405. En cuanto á las letras si son desemejantes se ponen las unas al lado de las otras sin poner signo alguno; porque cuando entre dos letras no hay signo alguno se les sobreentiende el signo de multiplicar; así $bn=b\times n$.

406. En cuanto á los esponentes, los de letras semejantes se suman; porque si se tiene que multiplicar, por egemplo b^4 por b^5, el esponente del b^4 nos dice que la b es cuatro veces factor, y el esponente del b^5 que la b es cinco veces factor; por lo tanto como la b en el producto debe hallarse tantas veces por factor, como se halla en los dos factores juntos, deberá encontrarse tantas veces en aquel como unidades haya en ambos factores juntos; luego la letra deberá hallarse en el producto con un esponente, igual á la suma de los esponentes de los factores multiplicando y multiplicador; así $b^4\times b^5=b^9$.

407. Con lo que tenemos dicho hasta aqui se deduce la regla siguiente:

Regla. Para multiplicar un incomplexo literal por otro, póngase primeramente al lugar del producto este signo $+$, siempre que el multiplicando, y el multiplicador tuvieren un mismo signo, y este signo $-$ si le tuvieren diverso. Multiplíquense luego los coeficientes, y el producto escríbase al ladò de dicho signo, caminando ácia la derecha. En fin á la derecha del tal producto escríbanse las letras del multiplicando y las del multiplicador con sus propios esponentes; y si se halláre repetida alguna letra de una misma especie, quítese la repeticion; esto es escríbase solamente una vez con la suma de sus esponentes; v. gr.

408. Pídese el producto de $12mn^2$ multiplicado por $4m^3$. Dígase: mas por mas da $+$, escríbase $+$ al lugar del producto. 4 veces 12 son 48, que los escribo á la derecha de este signo: m^3, mn^2 es $m^4 n^2$, cuyas letras las escribo al lado del producto hácia la derecha: con que el producto de $12mn^2$, multiplicado por $4m^3$, es $48m^4n^2$, como parece.

Multiplicando. .	$+12mn^2$
Multiplicador. .	$+\ 4m^3$
Producto . . : .	$+48m^4n^2$

409. Cuál es el producto $8a^{-2}x^{\frac{3}{5}}$ multiplicado por $-3n^{-\frac{1}{7}}a^3x^{\frac{1}{2}}$? Dígase signos contrarios dan menos, escríbase $-$ en el lugar del producto $3\times 8=24$ que los escribo á la derecha de este signo: $a^{-2}x^{\frac{3}{5}}\times n^{-\frac{1}{7}}a^3x^{\frac{1}{2}}$ es $a^{-2+3}x^{\frac{3}{5}+\frac{1}{2}}n^{-\frac{1}{7}}$, lo que es igual á $ax^{\frac{11}{10}}n^{-\frac{1}{7}}$, cuyas letras escribo al lado del 24: con que el producto de $8a^{-2}x^{\frac{3}{5}}\times -3n^{-\frac{1}{7}}a^3x^{\frac{1}{2}}$ es $-24ax^{\frac{11}{10}}n^{-\frac{1}{7}}$.

$+\ 8a^{-2}x^{\frac{3}{5}}$
$-\ 3n^{-\frac{1}{7}}a^3x^{\frac{1}{2}}$
$-24ax^{\frac{11}{10}}n^{-\frac{1}{7}}$

410. Que producto dará el monomio $-13b^{-\frac{1}{4}}z^{\frac{2}{3}}n^{-4}$ multiplicado por $-79n^{-1}b^{\frac{2}{3}}z$? Dará $1027b^{\frac{5}{12}}z^{\frac{5}{3}}n^{-5}$.

411. Compré $6a^2b$ quintales de cierta mercaderia en Mallorca, á razon de $3x$ libras mallorquinas el quintal. Pregunto, al respecto que a supone por 4 quintales, b por 9, y x por 7 libras, cuántas libras me costaron? Resolved la regla, y hallareis que me costaron 18144 libras mallorquinas.

412. El producto de $-12xz^4$, multiplicado por $-8x^2z$, cuál es? Porque $-$ por $-$ da $+$, por ser signos semejantes, digo que es $96x^3z^5$.

413. Multiplicando $-81v^4x^3z$ por $14x^2z$, qué producto saldrá? Porque — por + da —, por ser signos contrarios, dígase, que saldrá $-1134v^4x^5z^2$.

414. *Regla.* Para multiplicar un complexo literal por un incomplexo, multiplíquese cada término del multiplicando por el multiplicador; y el complexo que saliere será el producto que se pide: v. gr.

415. Pídese el producto de $8n^4-4mx+6z$ multiplicado por $6mn^2$.

$$\begin{array}{lr} & 8n^4-4mx+6z \\ & 6mn^2 \\ \hline \textit{Producto} \ldots & 48mn^6-24m^2n^2x+36mn^2z. \end{array}$$

Para resolver esta regla dirás: + por + da +, que no lo escribo, por ser al principio del producto: 6 veces 8 hacen 48, que los escribo al lugar del producto á la derecha del signo + sobreentendido. En orden á las letras del término multiplicando y del término multiplicador, dirás: n^4 y mn^2 es mn^6, cuyas letras las escribo á la derecha del producto 48. Continúa el producto ácia la derecha, diciendo: + por — da —, que lo escribo. 4 veces 6, 24: mx, mn^2 es m^2n^2x. Por último di: + por + da +: 6 veces 6, 36: z con mn^2 es mn^2z, y tendrás el producto $48mn^6-24m^2n^2x+36mn^2z$.

416. De Cadiz me dirigieron $9v^3+6vz$ varas de cierta ropa, que satisfechos todos los gastos, resultan á $3x^2$ reales de vellon por vara, Dime: en el supuesto que es $v=2$, $x=4$ y $z=21$, cual es su importe total? Es $27v^3x^2+18vx^2z=3456+12096=15552$ reales de vellon.

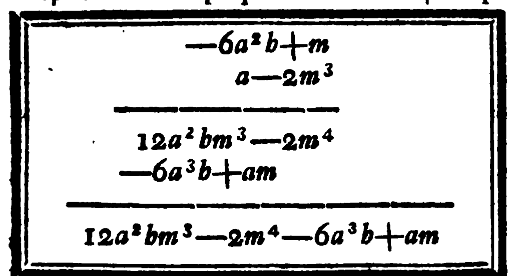
417. El cuatrinomio $13n^2v-vx^3+19xz-4v^3z$, multiplicado por el monomio $-8xz^2$, cuánto produce? Produce $-104n^2vxz^2+8vx^4z^2-152x^2z^3+32v^3xz^3$.

418. Pídese el producto de $7z^{\frac{1}{5}}n^3-9a^{-4}z^{\frac{2}{7}}$ multiplicado por $8z^{\frac{1}{8}}n^{-2}$? El producto que se pide es $56z^{\frac{13}{40}}n-72a^{-4}z^{\frac{23}{56}}n^{-2}$.

419. El trinomio $-18n^{-7}+3a^{m+n}-5z^a$ multiplicado por $-3z^a a^{m+n} n^7$, cuánto produce? El producto que se pide es $54n^0 z^a a^{m+n}-9a^{2m+2}z^a n^7+15z^{2a}a^{m+n}n^7$.

420. *Regla.* Para multiplicar un complexo literal por otro, multiplíquese todo el multiplicando por cada término del multiplicador; y la suma de los productos parciales será el total que se pidiere; v. g.

421. Multiplíquese $-6a^2b+m$ por $a-2m^3$.



$$\begin{array}{r} -6a^2b+m \\ a-2m^3 \\ \hline 12a^2bm^3-2m^4 \\ -6a^3b+am \\ \hline 12a^2bm^3-2m^4-6a^3b+am \end{array}$$

Multiplíquese el multiplicando por el incomplexo $-2m^3$ del multiplicador, y se tendrá el producto parcial $12a^2bm^3-2m^4$. Multiplíquese ahora el mismo multiplicando por el otro incomplexo a del multiplicador, y saldrá el producto parcial $-6a^3b+am$. Súmense por último los dos productos parciales y se tendrá el total $12a^2bm^3-2m^4-6a^3b+am$, que se pide. Porque el sumar literal consiste en escribir todas las partidas dadas en un renglon sin variar signo alguno; podia resolverse esta regla continuando el segundo producto parcial á la derecha del primero, y se habria tenido de un golpe el total.

422. Un comerciante de Madrid el año pasado vendió $7x^3+9x^4z-8z^2$ fanegas de trigo, á razon de $6x-2z$ pesetas la cuartera. Cuánto sacó de todas, en la suposicion que es $x=7$ y $z=9$? Sacó $42x^4+54x^5z-48xz^2-14x^3z-18x^4z^2+16z^3=4709616$ pesetas $=18838464$ reales de vellon: pues es el multiplicando $7x^3+9x^4z-8z^2=2401+194481-648=196882-642=196234$ cuarteras de trigo: el multiplicador $6x-2z=42-18=24$ pesetas: el producto $42x^4+54x^5z-48xz^2-14x^3z-18x^4z^2+16z^3=100842+8168202-27216-43218-3500658+11664=8280708-3571092=4709616$ pesetas, ó bien á 18838464 reales de vellon.

423. Cuanto resultará del polinomio ó quintinomio $5a^2vz^3-x+8vx^4+x^2z-9v^2$ multiplicado por el polinomio ó cuatrinomio $-7x+vx-x^5+4xz^3$? Resultará $-35a^2vxz^3+7x^2-56vx^5-7x^3z+63v^2x+5a^2v^2xz^3-vx^2+8v^2x^5+vx^3z-9v^3x-5a^2vx^5z^3+x^6-8vx^9-x^7z+9v^2x^5+20a^2vxz^6-4x^2z^3+32vx^5z^3+4x^3z^4-36v^2xz^3$.

424. El trinomio $-32z^{-4}n^{\frac{2}{5}}+3z+8b^2d^{-\frac{3}{7}}$ multiplicado por el binomio $7z^4n^{\frac{2}{7}}-2z^{-\frac{2}{3}}b^{-3}d^{-\frac{8}{9}}$, cuánto produce? Produce $-224z^0n^{\frac{24}{35}}+21z^5n^{\frac{2}{7}}+56b^2d^{-\frac{3}{7}}n^{\frac{2}{7}}z^4+64z^{-\frac{14}{3}}n^{\frac{2}{5}}b^{-3}d^{-\frac{8}{9}}-6z^{\frac{1}{3}}b^{-3}d^{-\frac{8}{9}}-16b^{-1}d^{-\frac{83}{63}}z^{-\frac{2}{3}}$.

425. Partir en álgebra es buscar cuantas veces una cantidad contiene á otra, y del modo que la contiene, ó bien es hallar una cantidad que multiplicada por el divisor de el dividendo.

426. Para partir cantidades literales deben hacerse algunas consideraciones que hemos omitido en las numéricas. Primeramente es preciso observar que en la particion de cantidades literales pueden ocurrir cuatro casos; partir un incomplexo por otro; partir un complexo por un incomplexo; partir un incomplexo por un complexo; y partir un complexo por otro complexo.

427. En segundo lugar observaremos que en los cuatro casos dichos, toda la dificultad consistirá en tantear uno de los términos del divisor por uno de los del dividendo para indagar el cociente; por lo tanto siempre vendrá á reducirse la operacion á partir un incomplexo por otro, y así atendiendo á lo que debe practicarse en este caso, aplicando despues algunas de las reglas dadas, con gran facilidad practicaremos los demas casos.

428. Para partir un incomplexo por otro hay que atender á cuatro cosas; á los signos, á los coeficientes, á las letras y á los esponentes. En cuanto á los signos observamos lo mismo que en el multiplicar, esto es, cuando dividendo y divisor llevan signos semejantes dan $+$ en el cociente, y cuando los llevan contrarios dan $-$.

La razon de esto se funda en que como el cociente multiplicado por el divisor (no habiendo resíduo) ha de dar indispensablemente el dividendo (Cor. 1.° número 93 pág. 200); tambien el signo del cociente debe ser tal que multiplicado por el signo del divisor nos dé el signo del dividendo; así *si los signos de dividendo y divisor son positivos, el del cociente debe ser tambien positivo*; porque si fuese negativo multiplicado por el positivo del divisor para darnos el signo del dividendo tendríamos que decir $-\times+=+$ contra lo demostrado (núm. 401 pág. 334).

429. *Si los signos de dividendo y divisor son negativos, el signo del cociente debe ser positivo*; porque si fuese negativo multiplicado por el negativo del divisor, habría de dar el negativo del dividendo, de donde resultaría que $-\times-=-$ contra lo dicho en el (núm. 400 pág. 334).

430. *Si el signo del dividendo es positivo y el del divisor negativo el signo del cociente debe ser negativo*; porque si fuese positivo, por las razones dichas, tendríamos que $+\times-=+$ contra lo probado (núm. 401 pág. 334).

431. Por último *si el signo del dividendo es negativo y el del divisor positivo; el signo del cociente debe ser tambien negativo*; porque á ser positivo nos resultaría que multiplicado por el signo positivo del divisor para darnos el negativo del dividendo tendríamos que decir $+\times+=-$ lo que es falso segun lo demostrado en el multiplicar (núm. 399 pág. 333).

Corolario. De lo dicho se sigue que $+$ partido por $+$, y tambien $-$ partido por $-$ en el cociente dan $+$; y que $+$ partido por $-$, y tambien $-$ partido por $+$ dan $-$ en el cociente.

432. La regla de los signos la demuestra Vallejo del modo siguiente.

"Supongamos, dice, que se tenga que dividir una cantidad que lleve el signo $+$ por otra que lleve tambien el signo $+$, esto es, $+a$, por egemplo, por $+b$, ó haciendo para mayor sencillez $b=1$, $+a$ por $+1$; y tendremos que indicar la operacion del modo siguiente: $\frac{+a}{+1}$; ahora en el mismo hecho de querer intentar la operacion de dividir, consideramos al dividendo como un producto, y como el signo $+$ de un producto solo puede provenir de $+$ por $+$ ó de $-$ por $-$, y aquí conocemos el signo $+$ de uno de los factores que es el divisor, resulta que solo puede provenir de $+$ por $+$; luego el signo del otro factor que es el cociente que buscamos, será $+$; y como por otra parte la unidad está contenida en otra cantidad tantas veces como unidades tiene ella, 1 estará contenido en a, a veces, y por lo mismo tendremos: $\frac{+a}{+1}=+a$, ó atendiendo solo á los signos $\frac{+}{+}=+$."

"Sea ahora $\frac{-a}{+1}$, como el dividendo lo debemos considerar como un producto, su signo provendrá de $+$ por $-$ ó de $-$ por $+$; pero como uno de estos signos ha de ser el $+$ del divisor, resulta que el del otro factor que es el cociente, será $-$; luego en virtud de esto, y de lo que acabamos de esponer en el caso anterior se tendrá: $\frac{-a}{+1}=-a$, ó con relacion solo á los signos $\frac{-}{+}=-$."

"Sea ahora $\frac{+a}{-1}$, como el $+$ del dividendo debe resultar del producto de otros dos signos, y solo $+$ por $+$, ó $-$ por $-$ pueden producirle, tendrémos que como aquí conocemos el signo de un factor que es el $-$ del divisor, provendrá en este caso de $-$ por $-$; luego el signo del otro factor será tambien $-$ y se tendrá: $\frac{+a}{-1}=-a$, ó $\frac{+}{-}=-$."

"Por último, si tenemos $\frac{-a}{-1}$, como el $-$ de arriba ha de provenir de $+$ por $-$ ó de $-$ por $+$, y aquí conocemos que uno de los factores ha de ser $-$, resulta que el otro deberá tener el otro signo que queda, esto es $+$, y será: $\frac{-a}{-1}=+a$, ó $\frac{-}{-}=+$."

"Donde vémos que el primero y cuarto caso en que los términos tenian signos semejantes, nos han dado $+$, y que el segundo y tercero en que eran desemejantes nos han dado $-$; luego es la misma regla que para la multiplicacion."

"Ahora, combinando dos de estos resultados con el signo de ambigüedad, tendremos: $\frac{\pm a}{+1}=\pm a$; $\frac{\pm a}{-1}=\mp a$; $\frac{+a}{\pm 1}=\pm a$; $\frac{-a}{\pm 1}=\mp a$; $\frac{\pm a}{\pm 1}=+a$; $\frac{\pm a}{\mp 1}=-a$; $\frac{\mp a}{\pm 1}=-a$; $\frac{\mp a}{\mp 1}=+a$."

433. En órden á los coeficientes se parten por las reglas de la aritmética, y por lo tanto nada tenemos que demostrar.

434. En cuanto á las letras, si observamos que el dividendo (Cor. 3.° núm. 95 pág. 201) no es otra cosa que un producto que se compone de dos factores, que llamamos al uno divisor y este ya lo tenemos conocido; y al otro cociente que es el que buscamos: tendrémos que habiendo de salir las letras con *sus respectivos* esponentes del dividendo (al que consideramos *como un* producto), de poner las letras que son semejantes en el cociente y divisor solo una vez, pero si con la suma de sus esponentes, y las que son diferentes las unas al lado de las otras con los mismos esponentes; podremos deducir por regla general que ya que nos dan el producto (el dividendo), y uno de los factores (el divisor); las letras del otro factor (el cociente) si son semejantes serán las mismas notadas una sola vez: pero con un esponente igual á la diferencia que va del esponente de la letra del dividendo, quitado el esponente de la propia letra del divisor: y si son diferentes en los dos términos, las del dividendo deben pasar al cociente con el mismo esponente y las del divisor con un esponente contrario; pues que en la multiplicacion es manifiesto que aquellas deben quedar las mismas, y estas deben destruirse. Este raciocinio se hará mas fácil con un egemplo: supongamos que haya de partirse a^2b por a^3x^2, es palpable que en este caso debemos buscar un cociente tal que multiplicado por el divisor a^3x^2 nos dé el dividendo a^2b; por lo tanto suponiendo que las letras de este dividendo son un producto que ha salido de poner la letra semejante a con un esponente que ha sido la suma de los esponentes de la misma letra de los dos factores divisor y cociente, inferimos que el esponente de la letra a del cociente será la diferencia que irá del espo-

nente de la letra a del dividendo quitado el esponente de la propia letra del divisor: por lo tanto siendo 2 el esponente de la letra a del dividendo, y 3 el de la del divisor diremos $2-3=-1$ y así el esponente de la letra a del cociente será -1; con lo que se verifica lo dicho $a^3 \times a^{-1} = a^{3-1} = a^2$. En cuanto á las demas letras, como la b no se halla en el factor divisor, es claro que se ha de poner la misma en el factor cociente y del mismo modo, paraque pueda hallarse en el producto (que es el dividendo) y la diferente x^2 que se halla en el divisor (uno de los factores) no hallándose en el producto (ó bien sea en el dividendo); es claro que el otro factor la debe destruir, y por lo tanto debe hallarse con esponente contrario, esto es x^{-2}; con cuyo cociente debe verificarse que el divisor multiplicado por el cociente ha de dar el dividendo como se ve $a^3x^2 \times a^{-1}bx^{-2} = a^2b$.

435. De todo lo dicho deduciremos la regla siguiente:

Regla. Para partir un incomplexo literal por otro dispónganse los términos de modo, que en ninguno de ellos se encuentre una misma letra mas de una vez. Escríbase despues al cociente este signo $+$, si en el dividendo y divisor se hallaren signos semejantes; y este signo $-$ si en ellos se hallaren signos contrarios. Pártase luego el coeficiente del dividendo por el coeficiente del divisor; y al cociente, que saliere, pospongánsele las letras que sean semejantes al dividendo y divisor: con un esponente igual á la diferencia que vaya del esponente del dividendo quitado el esponente de la letra semejante del divisor. Pónganse á continuacion las letras que sean diferentes, las del dividendo con los mismos esponentes, y las del divisor con esponentes contrarios, esto es, si son positivos se pondrán los mismos con señal negativa, y si negativos con señal positiva. Por último multiplíquese el divisor por el cociente; y restando de un golpe el producto del dividendo, y reducido éste y aquél á los ménos términos, estará concluida la operacion; v. gr.

436. Pártase $12a^8b^2$ por $3aaaaa$.

Dividendo. . . .	$+12a^8b^2$	$+3a^5$	*Divisor.*
	$-12a^8b^2$	$+4a^3b^2$	*Cociente.*
Resíduo.	0		

Dígase: mas por mas da $+$: 12 por 3 les cabe á 4: a^8b^2 menos a^5, es a^3b^2. Antes de multiplicar el divisor por el cociente, dígase otra vez: mas por mas da $+$, pero como se ha de restar da $-$, y escrito, dígase inmediatamente: 3 veces 4 son 12, que los escribo debajo del dividendo á la derecha del signo $-$: a^5, a^3b^2 es a^8b^2, cuyas letras las escribo á la derecha de -12. Redúzcase ahora á la menor espresion, diciendo: $+12a^8b^2-12a^8b^2$ es cero. Con que $12a^8b^2$ entre $3a^5$ les cabe á $4a^3b^2$.

437. Un Coronel repartió por partes iguales $56a^2bx^4$ libras jaquesas entre $7a^2x^3$ soldados. Pídese: en el supuesto que es $a=3$ $b=4$ y $x=2$, cuántas entregó á cada uno? Entregó 64.

438. Dividiendo $-8a^5$ por $-8a^3$, hallarás el cociente a^2: pero partiendo $-24x^3z^2$ por $6xz^2$, te saldrá $-4x^2$: mas $18v^4x^2z$ entre $-3xz$, encontrarás que les cabe á $-6v^4x$.

439. Dividiendo a por a segun las reglas dadas se tendrá que egecutar la operacion de este modo: $a^{1-1}=a^0$; pero si se observa que partiendo a por a se puede egecutar la operacion así: $\frac{a}{a}$ se tendrá que $\frac{a}{a}=a^0$; pero $\frac{a}{a}=1$ porque toda cantidad dividida por sí misma da la unidad, luego si $\frac{a}{a}=1$ y $\frac{a}{a}=a^0$ tambien $a^0=1$ por ser a^0 y 1 dos cosas iguales á una tercera $\frac{a}{a}$; pero por a espresamos una cantidad cualquiera; luego toda cantidad que tenga cero por esponente será igual á la unidad. De donde $b^0=1$, $x^0=1$ &c.

440. Que una cantidad que lleve por esponente cero sea igual á la unidad podría probarse así: si a^0 y 1 son dos cosas iguales, multiplicadas por a^m deberán dar productos (axíoma 6.º pág. 3) iguales; así $a^0\times a^m=a^{0+m}=a^m$ y $1\times a^m=a^m$ con lo que se ve que los productos $a^m=a^m$ son del todo iguales; luego inferimos que tambien lo habian de ser los factores.

441. Si se hubiese de partir a por a^2 segun lo demostrado daría por cociente $a^{1-2}=a^{-1}$; pero como tambien se puede poner el cociente en espresion se tendrá que a partido por a^2 el cociente es $\frac{a}{a^2}=\frac{1}{a}$; por lo tanto $\frac{1}{a}=a^{-1}$; lo que demuestra que toda cantidad se puede trasladar del divisor al dividendo mudando el signo á su esponente, é igualmente demuestra lo que hemos dicho (núm. 363 pág. 326), que cuando una letra lleva un esponente negativo puede pasar éste á positivo poniendolo por denominador de la unidad.

442. Que $\frac{1}{a}=a^{-1}$ puede demostrarse tambien en estos términos: si $\frac{1}{a}$ no fuese igual a^{-1}; tampoco multiplicándolos por una misma tercera, por egemplo a^3, sus productos serían iguales; es así que

$\frac{1}{a}\times a^3=\frac{a^3}{a}=a^2$ y tambien $a^{-1}\times a^3=a^2$: luego siendo iguales los productos $a^2=a^2$ por ser unos mismos, tambien $\frac{1}{a}=a^{-1}$; y es &c.

443. De lo que acaba de decirse, se sigue, que toda cantidad que esté por numerador de un quebrado puede pasar al denominador, y la que esté en el denominador puede pasar al numerador solo con mudar el signo de sus esponentes. Así $\frac{a^{-3}b^{-3}}{x^{-5}}=\frac{x^5}{a^3b^3}$, tambien $x^3=\frac{x^3}{1}=\frac{1}{x^{-3}}$; asimismo $\frac{a}{z^{-2}}=az^2$; igualmente $n^{-\frac{3}{8}}z^3=\frac{n^{-\frac{3}{8}}z^3}{1}=\frac{z^3}{n^{\frac{3}{8}}}$; por último $\frac{z^2n^{-4}x^{-\frac{3}{7}}}{a^{-3}p^3b^{-\frac{5}{6}}}=\frac{a^3b^{\frac{5}{6}}z^2}{n^4p^3x^{\frac{3}{7}}}$ y así en los demas.

444. Pártase $32a^{-3}x^{\frac{4}{7}}z^{\frac{1}{3}}$ por $-8a^2x^{-\frac{3}{14}}n^{\frac{4}{5}}$.

Dividendo. . $+32a^{-3}x^{\frac{4}{7}}z^{\frac{1}{3}}$	$-8a^2x^{-\frac{3}{14}}n^{\frac{4}{5}}$ . . . . . *Divisor.*
$-32a^{-3}x^{\frac{4}{7}}z^{\frac{1}{3}}$	$-4a^{-5}x^{\frac{11}{14}}z^{\frac{1}{3}}n^{-\frac{4}{5}}$ . . . *Cociente.*
Resíduo. 0	

Dígase: $+$ por $-$ da $-$: 32 partido por 8 les cabe á 4: $a^{-3}x^{\frac{4}{7}}z^{\frac{1}{3}}$ restando los esponentes de las letras semejantes $a^2x^{-\frac{3}{14}}n^{\frac{4}{5}}$ del divisor, se dirá de -3 quien quita $+2$ (núm. 388 pág. 332) quedan -5 y así se tendrá en el cociente a^{-5}; despues se continuará con los esponentes de x diciendo de $+\frac{4}{7}$ quien resta $-\frac{3}{14}$ (núm. 388 pág. 332) da por diferencia $+\frac{11}{14}$, y así al lado de la a se pondrá en el cociente la x con un esponente $\frac{11}{14}$, esto es $x^{\frac{11}{14}}$; en seguida se pondrán las letras diferentes que son la $z^{\frac{1}{3}}$ con el mismo esponente, y la $n^{\frac{4}{5}}$ con un esponente diferente que será $n^{-\frac{4}{5}}$. Antes de multiplicar el divisor por el cociente, dígase otra vez $-$ por $-$ da $+$ pero como se ha de restar da $-$, y escrito, dígase (núm. 407 pág. 336) $8a^2x^{-\frac{3}{14}}n^{\frac{4}{5}}\times 4a^{-5}x^{\frac{11}{14}}z^{\frac{1}{3}}n^{-\frac{4}{5}}=32a^{-3}x^{\frac{4}{7}}z^{\frac{1}{3}}$ que se escribirá á la derecha de este signo. Redúzcase ahora á

la menor espresion, diciendo $+32a^{-8}x^{\frac{4}{7}}z^{\frac{1}{3}}-32a^{-3}x^{\frac{4}{7}}z^{\frac{1}{3}}$ es cero. Así $32a^{-3}x^{\frac{4}{7}}z^{\frac{1}{3}}$ partido por $-8a^2x^{-\frac{3}{14}}n^{\frac{4}{5}}$ da por cociente $-4a^{-5}x^{\frac{11}{14}}z^{\frac{1}{3}}n^{-\frac{4}{5}}$.

445. Si partes $-3x^{-2}z^{\frac{2}{9}}$ por $-7z^{\frac{4}{9}}n^{-2}$ hallarás por cociente $\frac{3}{7}x^{-2}z^{-\frac{1}{9}}n^2$: pero si partes $8n^{\frac{32}{35}}x^{-8}z^{\frac{4}{9}}$ por $2n^{\frac{4}{7}}x^{-8}z^{-\frac{4}{9}}$ te saldrá $4n^{\frac{12}{35}}z^{\frac{8}{9}}$: mas $\frac{3}{7}n^{-1}x^{\frac{2}{3}}a^{-5}$ entre $-\frac{5}{6}n^{-1}x^{\frac{2}{3}}a^{-5}$, encontrarás que les cabe á $-\frac{18}{35}$.

446. *Regla.* Para partir un complexo literal por un incomplexo, pártase cada término del dividendo por el divisor, y la suma de los cocientes será el cociente que se pidiere; v. gr.

447. Pártase $18n^9-12n^4+6n^7$ por. $-6n^4$.

$18n^9-12n^4+6n^7$	$-6n^4$
$-18n^9$	$-3n^5+2-n^3$
$0\quad -12n^4+6n^7$	
$+12n^4$	
$0\quad +6n^7$	
$-6n^7$	
0	

Empiezo la resolucion de esta regla, partiendo primeramente el incomplexo $18n^9$ del dividendo por el incomplexo $-6n^4$ del divisor, diciendo: + por — da —, que lo escribo al lugar del cociente. Parto ahora el coeficiente 18 del dividendo por el coeficiente 6 del divisor, diciendo: el sexto de 18 es 3, que lo escribo al cociente á la derecha del signo —. Escribo en fin al cociente, caminando ácia la derecha, n^9 del término dividendo ménos n^4 del término divisor, y con esto tendré ya el incomplexo primero $-3n^5$ del cociente. Multiplico ahora el divisor por este incomplexo del cociente, desprendiéndome primeramente de los signos, diciendo: — por — da +; pero como se ha de restar da —, que lo escribo debajo del término dividendo $18n^9$. Me desprendo ahora separadamente de los coeficientes, diciendo: 3 veces 6, 18, que lo escribo

á la derecha de dicho signo —. Despacho en fin de una vez las letras y esponentes de este incomplexo primero del cociente y del divisor, diciendo: n^5 y n^4 es n^9, que escrito á la derecha del -18 resulta $-18n^9$. Hecha ya la particion del incomplexo primero del dividendo por el del divisor, y la multiplicacion de este por el incomplexo primero del cociente, é igualmente la substraccion, escribiendo signo contrario: falta reducir á los menos términos el incomplexo primero del dividendo, y el producto ó incomplexo que tiene en su parte inferior, lo que voy á practicar de esta manera: $18n^9-18n^9$ es cero. Á la derecha de este cero ó diferencia escribo todos los términos incomplexos réstantes del dividendo, y con el primero de este resíduo practíco lo mismo que con el primero del dividendo: y sobrando solamente $6n^7$, lo bajo á la derecha de este resíduo segundo; y continuando la resolucion como antes, hallo que partiendo $18n^9-12n^4+6n^7$ por $-6n^4$, les cabe á $-3n^5+2-n^3$.

448. Un navio llegó á la Habana con $24x^3+3x^4z^5-15x^2z$ pesos fuertes de plata, cuales han de partirse por partes iguales entre $3x^2$ comerciantes. Decidme: en la suposicion que es $x=4$, $z=3$, cuantos se entregarán á cada uno? Se entregarán $8x+x^2z^5-5z=32+3888-15=3905$ duros.

449. Parte $48v^6x^7z^3-8v^3x^5-16v^4x^4z^2+8v^3x^4$ por $-8v^3x^4$, y hallarás $-6v^3x^3z^3+x+2vz^2-1$ por cociente.

450. Se pide el cociente de $56z^{\frac{13}{40}}n-72a^{-4}z^{\frac{23}{56}}n^{-2}$ partido por $8z^{\frac{1}{8}}n^{-2}$? El cociente que se pide es $7z^{\frac{1}{5}}n^3-9a^{-4}z^{\frac{2}{7}}$

451. Pártase $54z^a a^{m+n}-9a^{2m+2n}z^a n^7+15z^{2a}a^{m+n}n^7$ por $-3z^a a^{m+n}n^7$ y se hallará por cociente $-18n^{-7}+3a^{m+n}-5z^a$.

452. *Regla*. Para partir un incomplexo literal por un complexo mírense los preceptos que siguen.

Lo 1.° Divídase el incomplexo del dividendo por el primer término del divisor, y lo que resulte colócase en el cociente.

Lo 2.° Multiplíquese este cociente por todo el divisor y el producto réstese del dividendo.

Lo 3.° Pártase el primer término del resíduo que salió por el primer término del divisor, y multiplicado todo el divisor por el cociente que saliere, quítese el producto del resíduo primero y se tendrá el segundo.

Lo 4.° El término primero del resíduo segundo pártase por el primer término del divisor, y continuando ordenadamente en cada

resíduo como está dicho, se continuará la particion tanto como se quiera; pero teniendo siempre presente que jamas se puede obtener un cociente exacto; v. gr.

453. Pídese el cociente de x dividido por $x+z$.

$$\begin{array}{l|l} x & x+z \\ \hline -x-z & 1-zx^{-1}+z^{2}x^{-2}-z^{3}x^{-3}+z^{4}x^{-4}\ldots\ldots\pm z^{n-1}x^{-n+1}. \end{array}$$

$$-z$$
$$+z+z^{2}x^{-1}$$
$$z^{2}x^{-1}$$
$$-z^{2}x^{-1}-z^{3}x^{-2}$$
$$-z^{3}x^{-2}$$
$$+z^{3}x^{-2}+z^{4}x^{-3}$$
$$z^{4}x^{-3}$$
$$-z^{4}x^{-3}-z^{5}x^{-4}$$
$$-z^{5}x^{-4}$$

Empiezo la resolucion de esta regla partiendo primeramente el incomplexo x del dividendo por el primer término x del divisor, diciendo: $+$ por $+$ da $+$ que lo escribo en el cociente: x partido por x les cabe á 1, y con esto tendré ya el incomplexo primero $+1$ del cociente. Multiplico ahora el divisor por este incomplexo diciendo: $+1\times\overline{x+z}=x+z$ pero como son términos que se han de restar mudarán los signos y por lo tanto tendré $-x-z$. Hecha ya la particion del incomplexo del dividendo por el primer término del divisor é igualmente la substraccion escribiendo signos contrarios: falta reducir á los menos términos el incomplexo del dividendo, y el producto ó complexo que tiene en su parte inferior, lo que voy á practicar de esta manera $+x-x-z=-z$. Continúo ahora partiendo el $-z$ que ha sobrado, por el primer término del divisor x, diciendo $-$ por $+$ da $-$ que lo escribo en el cociente al lado del 1, despues sigo z partido por x da zx^{-1}. Multiplico ahora este $-zx^{-1}$ por todo el divisor diciendo:

$-zx^{-1}\times\overline{x+z}=-z-z^2x^{-1}$ pero como son términos que se han de restar mudarán el signo y serán entonces $+z+z^2x^{-1}$ lo que escribo debajo la z, y hago luego la reduccion diciendo $-z+z+z^2x^{-1}=z^2x^{-1}$. Prosigo ahora á partir este resíduo segundo z^2x^{-1} por el primer termino x del divisor, diciendo $+$ por $+$ da $+$: z^2x^{-1} partido por x da por cociente z^2x^{-2} cuyo término acompañado con el signo $+$ lo escribo al lado de los otros términos del cociente. Multiplico ahora todo el divisor por este término $+z^2x^{-2}$ diciendo: $+z^2x^{-2}\times\overline{x+z}=z^2x^{-1}+z^3x^{-2}$ á cuyos términos porque han de restarse mudo los signos y tengo $-z^2x^{-1}-z^3x^{-2}$ que escritos debajo el dividendo z^2x^{-1} hago la reduccion y me queda $-z^3x^{-2}$. Continúo con este término á hacer lo mismo que con los otros, con su resta lo mismo, y prosigo el cociente no mas hasta el término $+z^4x^{-4}$ por no poder hallar un cociente exacto; porque siempre me quedará resta por no poderme dar el complexo del divisor multiplicado por los incomplexos del cociente un producto que reducido sea incomplexo.

Por último observo que los esponentes de todos los términos van subiendo de modo que los esponentes de la z siempre van aumentando de 1, y los de x van disminuyendo tambien de 1 y por lo tanto viendo que en todos los demas términos me sucederia lo mismo pongo despues de algunos puntitos el término general $\pm z^{n-1}x^{-n+1}$ que me representa un término cualquiera de la serie que debe formar el cociente. La razon de esto es clara porque representándome el signo de ambigüedad $\pm$ los dos signos $+$ y $-$, tengo que una vez van alternando los signos de mas en menos en los términos del cociente, el signo $\pm$ me indica, que en los que ocupan un lugar ímpar debo poner el signo $+$ y en los que ocupan un lugar par el signo $-$. En cuánto á los demas términos como veo que no llevan coeficiente, solo si las letras que van mudando los esponentes, de modo que la letra z en el segundo término lleva por esponente 1 y la x el mismo 1 con el signo menos, en el tercero la z lleva 2 y la x lleva -2, en el cuarto la z lleva 3 y la x lleva -3, en el quinto &c. deduzco que los esponentes tienen una unidad de menos que el número que representa el lugar que ocupa cada término; luego representando por n el lugar que ocupa cada termino tendré que la z llevará por esponente $n-1$ y la x llevará $-n+1$ con lo que veo que $\pm z^{n-1}x^{-n+1}$ me debe representar cualquiera de los términos del cociente, como se ve practicamente, pues que si lo quiero poner en lugar del primer término tendré $n=1$, y por ocupar este

mismo un lugar ímpar me llevará la señal mas, con lo que tengo $+z^{n-1}x^{-n+1}=z^{1-1}x^{-1+1}=z^0x^0=1\times1=1$ con lo que veo ser cierta la fórmula, pues que el primer término del cociente es 1.

Si lo pusiese en lugar del cuarto que ocupa un lugar par el signo de ambigüedad me diria que debo poner la señal —, y el lugar que ocupa el término me dice que $n=4$, y por lo tanto tendría: $-z^{n-1}x^{-n+1}=-z^{4-1}x^{-4+1}=-z^3x^{-3}$ que es el mismo que hemos hallado.

Por último si quisiere buscar el término que ocuparía el lugar 97, por ser este número ímpar el término llevaría la señal mas; y por ser 97 el lugar que ocuparía el término tendría $n=97$ y así: $+z^{n-1}x^{-n+1}=-z^{97-1}x^{-97+1}=z^{96}x^{-96}$.
Adviértase que el colocar un término general, como el que hemos puesto aquí, depende mas de la luz del calculador que de todas las reglas que se podrían dar para ver los coeficientes y esponentes que dependencia tienen con el lugar que ocupa cada término.

454. Si se observa que al multiplicar cada término que se pone en el cociente por el primer término del divisor se destruye en la resta el dividendo, y despues se queda en la misma por dividendo el producto que resulta de multiplicar los demas términos del divisor por el que corresponde del cociente, se podrá abreviar la operacion muchísimo, como se observará en el siguiente egemplo.

455. Se ha de dividir $a^{\frac{1}{5}}$ por $a^{\frac{3}{5}}-b^{\frac{2}{7}}$.

$$
\begin{array}{l|l}
+a^{\frac{1}{5}} & +a^{\frac{3}{5}}-b^{\frac{2}{7}} \\
\hline
\quad +a^{-\frac{2}{5}}b^{\frac{2}{7}} & a^{-\frac{2}{5}}+a^{-\frac{5}{5}}b^{\frac{2}{7}}+a^{-\frac{8}{5}}b^{\frac{4}{7}}+a^{-\frac{11}{5}}b^{\frac{6}{7}}\ldots\ldots+a^{-\frac{3}{5}n+\frac{1}{5}}b^{\frac{2}{7}n-\frac{2}{7}} \\
\qquad +a^{-\frac{5}{5}}b^{\frac{4}{7}} & \\
\qquad\quad +a^{-\frac{8}{5}}b^{\frac{6}{7}} & \\
\qquad\qquad +a^{-\frac{11}{5}}b^{\frac{8}{7}} &
\end{array}
$$

Empiezo la operacion partiendo el dividendo $+a^{\frac{1}{5}}$ por el primer término del divisor $a^{\frac{3}{5}}$ y digo: $+a^{\frac{1}{5}}$ partido por $+a^{\frac{3}{5}}$ es $a^{-\frac{2}{5}}$, que lo escribo en el cociente. Como veo que el cociente $a^{-\frac{2}{5}}$ multi-

plicado por el primer término del divisor $a^{\frac{3}{5}}$ dará el dividendo, y como se ha de restar se destruirá, por esta causa borro el dividendo y continíio, diciendo: $a^{-\frac{2}{5}}$ multiplicado por $-b^{\frac{2}{7}}$ da por producto $-a^{-\frac{2}{5}}b^{\frac{2}{7}}$ pero como lo he de restar será $+a^{-\frac{2}{5}}b^{\frac{2}{7}}$ cuyo término en virtud del raciocinio anteriormente hecho me ha de servir de dividendo. Prosigo, diciendo: $+a^{-\frac{2}{5}}b^{\frac{2}{7}}$ dividido por $a^{\frac{3}{5}}$ es $+a^{-\frac{5}{5}}b^{\frac{2}{7}}$ borro desde luego este último dividendo; porque sé que se destruiría cuando se restase del dividendo, el prodúcto del incomplexo $a^{-\frac{5}{5}}b^{\frac{2}{7}}$ del cociente por el primer término del divisor $a^{\frac{3}{5}}$, y así omito una y otra cosa, y paso desde luego á multiplicar el segundo diciendo, $+a^{-\frac{5}{5}}b^{\frac{2}{7}}$ multiplicado por $-b^{\frac{2}{7}}$ da $-a^{-\frac{5}{5}}b^{\frac{4}{7}}$ pero como se ha de restar da $+a^{-\frac{5}{5}}b^{\frac{4}{7}}$. Ahora continíio $+a^{-\frac{5}{5}}b^{\frac{4}{7}}$ dividido por $+a^{\frac{3}{5}}$ da por cociente $+a^{-\frac{8}{5}}b^{\frac{4}{7}}$; borro luego el dividendo y multiplico el término $+a^{-\frac{8}{5}}b^{\frac{4}{7}}$ por los del divisor menos el primero á cuyo producto cambiando las señales de los términos que hay porque se ha de restar, me sale el nuevo dividendo $a^{-\frac{8}{5}}b^{\frac{6}{7}}$ el que partido por $a^{\frac{3}{5}}$ da por cociente $+a^{-\frac{11}{5}}b^{\frac{6}{7}}$ y por resíduo $+a^{-\frac{11}{5}}b^{\frac{8}{7}}$. Observando ahora que al esponente de la letra a se le añaden constantemente $-\frac{3}{5}$, y al de la letra b se le añaden $\frac{2}{7}$, y que los signos de los términos del cociente siempre son positivos, se podrían ir poniendo términos al cociente sin necesidad de hacer particion alguna, y por último poner la señal (&c.) ó bien el término general $+a^{-\frac{3}{5}n+\frac{1}{5}}b^{\frac{2}{7}n-\frac{2}{7}}$ despues de algunos puntos que aun espresará un cociente mas general.

En el término general $+a^{-\frac{3}{5}n+\frac{1}{5}}b^{\frac{2}{7}n-\frac{2}{7}}$ de este cociente, la a se halla con un esponente $-\frac{3}{5}n+\frac{1}{5}$ porque este es en cada término igual á $\times-\frac{3}{5}$ del lugar que ocupa $+\frac{1}{5}$, y la b con $\frac{2}{7}n-\frac{2}{7}$ porque es igual á $\times\frac{2}{7}$ del número que espresa dicho lugar $-\frac{2}{7}$. Así se quiere saber, por egemplo, cuál hubiera sido el quinto término del cociente; desde luego observaré $n=5$ y así diré $+a^{-\frac{3}{5}n+\frac{1}{5}}b^{\frac{2}{7}n-\frac{2}{7}}$ $=+a^{-(\frac{3}{5}\times\frac{5}{1})+\frac{1}{5}}b^{(\frac{2}{7}\times\frac{5}{1})-\frac{2}{7}}=+a^{-\frac{15}{5}+\frac{1}{5}}b^{\frac{10}{7}-\frac{2}{7}}=+a^{-\frac{14}{5}}b^{\frac{8}{7}}$.

Lo mismo que he practicado para buscar este término, debe practicarse para hallarse cualquiera de los otros.

456. Dividiendo 1 por $1-a$ saldrá por cociente $1+a+a^2+a^3$ $+a^4+a^5 \ldots\ldots +a^{n-1}$.

457. Si a se divide por a^4+b^4 da por cociente $a^{-3}-a^{-7}b^4$ $+a^{-11}b^8-a^{-15}b^{12} \ldots\ldots \pm a^{-4n+1}b^{4n-4}$.

458. El monomio b^4 partido por el binomio $b-c$ da por cociente $b^3+b^2c+bc^2+b^0c^3+b^{-1}c^4+b^{-2}c^5+b^{-3}c^6 \ldots\ldots +b^{-n+4}c^{n-1}$.

459. El cociente de $2a^2$ dividido por $a^2+2ab+b^2$ es $2-4a^{-1}$ $b+8a^{-2}b^2-16a^{-3}b^3+32a^{-4}b^4-64a^{-5}b^5$ &c. Ponemos &c. porque las reglas hasta aquí dadas no bastan para entender el coeficiente del término general que seria 2^n; pero el que esté mas adelantado sepa que el término general es $\pm(2^n)\times a^{-n+1}b^{n-1}$.

460. *Regla*. Para partir un complexo literal por otro, mírense con atencion los preceptos siguientes.

Lo 1.° De las letras de una misma especie, que se hallaren comunes en el dividendo y divisor, elíjase la que se quiera, ó la que mejor parecière.

Lo 2.° Ordénense los términos de modo, que no solo en el dividendo, sino tambien en el divisor esté en primer lugar aquel término, que tuviere aquella letra elegida con mayor esponente.

Lo 3.° Escríbase en segundo lugar aquel término que tuviere aquella misma letra elegida con el esponente inmediato menor.

Lo 4.° Continúese de esta manera, mientras se hallen términos con letras de aquella misma especie; y los términos restantes ordénense como quiera.

Lo 5.° Pártase el término primero del dividendo por el primero del divisor; y multiplicado todo el divisor por el término que saliere por cociente, réstese el producto de todo el dividendo.

Lo 6.° Pártase el termino primero del resíduo que salió por el término primero del divisor; y multiplicado todo el divisor por el cociente que saliere, quítese el producto de todo el resíduo primero, y se tendrá el segundo.

Lo 7.° El término primero del resíduo segundo pártase por el término primero del divisor, y continuando ordenadamente en cada resíduo como está dicho, se hallará el cociente que se pidiere; v. gr.

461. Pídese el cociente de $12a^6-4a^3c+c^3-3a^2c^2$ dividido por $-c^2+4a^3$.

$$\begin{array}{l|l} 12a^5-4a^3c-3a^2c^2+c^3 & 4a^3-c^2 \\ -12a^5+3a^2c^2 & \overline{3a^2-c} \\ \hline 0 \quad -4a^3c+c^3 & \\ \quad\quad 4a^3c-c^3 & \\ \hline \quad\quad 0 & \end{array}$$

Para resolver esta regla elijo primeramente la letra a, y por ella ordeno el dividendo y el divisor, como tengo dicho en los preceptos antecedentes, y parece en el presente egemplo. Ordenados así los términos, parto el término primero del dividendo por el primero del divisor: y saliendo $3a^2$ por cociente, multiplico todo el divisor con este incomplexo, diciendo: + por + da +, pero como se ha de restar da —. 3 veces 4, 12, a^3 con a^2 es a^5. + por — da —, pero como se ha de restar da +. 3 veces 1 es 3, a^2 con c^2 es a^2c^2. Restado así de todo el dividendo este producto, vamos á reducir á la menor espresion. Para esto miraremos que términos son semejantes, y siéndolos, como tambien iguales con signos contrarios, el término primero del dividendo y el de su parte inferior, dirémos: $12a^5-12a^5$ es cero. El incomplexo tercero del dividendo, y el de su parte inferior, caminando un poco hácia la izquierda, tambien son semejantes, iguales y con signos contrarios: luego quedan igualmente destruidos que los antecedentes. Bajo los términos restantes del dividendo, y tendré el resíduo $-4a^3c+c^3$. De este resíduo parto el incomplexo primero por el primero del divisor, diciendo: — por +, da — que lo escribo al cociente. 4 por 4 le cabe á 1, que regularmente no se escribe, a^3c menos a^3 es c, cuya letra la escribo á la derecha del signo — del cociente. Con este incomplexo $-c$, que me ha salido por segunda parte del cociente, multiplico todo el divisor, cuyo producto lo escribo con signos contrarios debajo de los términos, que me quedaron del dividendo, cuales reducidos con aquellos á la menor espresion, quedará un cero por diferencia. Dígase, pues, que el cociente de $12a^5-4a^3c-3a^2c^2+c^3$, partido por $4a^3-c^2$, es $3a^2-c$.

462. Se hizo un reparto de modo, que entre $b^3+3a^2b+a^3+3ab^2$ casas habian de contribuir por partes iguales $10a^3b^2+5a^4b$

$+5ab^4+b^5+10a^2b^3+a^5$ reales de vellon castellano. Decidme: en el supuesto que es $a=8$ y $b=11$, cuántos reales de vellon ha de contribuir cada casa?

Escribiremos el dividendo á la izquierda, y separadamente el divisor á la derecha, del mismo modo que se encuentran figurados en el problema. Ordenaremos inmediatamente debajo el dividendo, y luego el divisor por la letra a, como se sigue.

$10a^3b^2+5a^4b+5ab^4+b^5+10a^2b^3+a^5$	$b^3+3a^2b+a^3+3ab^2$
$a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
$-a^5-3a^4b-3a^3b^2-a^2b^3$	$a^2+2ab+b^2$
$2a^4b+7a^3b^2+9a^2b^3+5ab^4+b^5$	
$-2a^4b-6a^3b^2-6a^2b^3-2ab^4$	
$a^3b^2+3a^2b^3+3ab^4+b^5$	
$-a^3b^2-3a^2b^3-3ab^4-b^5$	
0	

Ordenados los términos por la letra a, como parece en el segundo renglon del presente egemplo, parto el incomplexo primero a^5 del dividendo por el primero a^3 del divisor: y saliendo el incomplexo a^2 por cociente, con este multiplico todo el divisor, cuyo producto $a^5+3a^4b+3a^3b^2+a^2b^3$, que escribí con signo contrario debajo del dividendo, queda con esto restado de un golpe de todo él: falta solamente ahora la reduccion á los ménos términos que sea posible. Para esto digo a^5 menos a^5 es cero Mas $5a^4b$, menos $3a^4b$ es $2a^4b$, que lo escribo debajo. Porque los dos incomplexos, que siguen $+10a^3b^2-3a^3b^2$ tambien son semejantes, desiguales y contrarios sus signos, escribo debajo el signo $+$ del mayor: resto inmediatamente el coeficiente menor 3 del mayor 10, y á la derecha de su diferencia 7 escribo las letras a^3b^2 de solo uno de los dos incomplexos, y con esto tengo el incomplexo segundo $+7a^3b^2$ de la diferencia reducida, la que continúo diciendo: $10a^2b^3-1a^2b^3$ es $9a^2b^3$, que lo escribo, y seguidamente los términos restantes $5ab^4+b^5$ del dividendo. Practicado esto, tenemos ya reducida la diferencia primera: parto, pues, el incomplexo

primero de esta por el incomplexo primero del divisor: y continuando como antes, hasta haber concluido la resolucion, se tendrá el cociente $a^2+2ab+b^2=64+176+121=361$; y así digase, que cada una de aquellas casas ha de contribuir 361 reales de vellon.

463. Dividiendo $a^2+2ab+b^2$ por $a+b$, saldrá $a+b$ por cociente.

464. $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ partido por $a^2+2ab+b^2$, dará $a+b$ por cociente, y dividido por $a+b$ dará $a^2+2ab+b^2$.

465. Si $a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$ se divide por $a+b$, saldrá $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$; si por $a^2+2ab+b^2$, saldrá $a^2+2ab+b^2$; si por $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$, saldrá $a+b$; y si por $a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$, saldrá 1.

466. El cociente de a^5+b^5, dividido por $a+b$, es $a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4$. En la resolucion de este problema y del que sigue, pondrás á la izquierda en cada resíduo el término que tenga la letra que se eligió.

467. Dividiendo a^6-b^6 por $a+b$, saldrá por cociente $a^5-a^4b+a^3b^2-a^2b^3+ab^4-b^5$.

468. El cociente de a^2+b^2 dividido por $a+b$, es $a-b+2a^{-1}b^2-2a^{-2}b^3+2a^{-3}b^4-2a^{-4}b^5+$ &c. Se pone (&c.) en estos cocientes que forman una serie infinita, porque jamas se acabarian. Dado caso que quieras saber de pronto cualquiera de los términos que hubieran seguido despues del término $-2a^{-4}b^5$ te valdrás de esta fórmula (1) $\pm 2a^{-n+2}b^{n-1}$ que el signo te espresa que los términos que ocupen lugar ímpar les has de de poner la señal $+$, y los que ocupen lugar par la señal $-$. El valor de n es igual al número de términos. Con estos datos si te piden el término 17 de este cociente, podrás responder que es $-2a^{-15}b^{16}$ como lo manifiesta lo que sigue: $-2a^{-n+2}b^{n-1}=-2a^{-17+2}b^{17-1}=-2a^{-15}b^{16}$.

469. Dividiendo $56z^{\frac{13}{40}}n-72a^{-4}z^{\frac{23}{56}}n^{-2}$ por $7z^{\frac{1}{5}}n^3-9a^{-4}z^{\frac{2}{7}}$ te saldrá $8z^{\frac{1}{8}}n^{-2}$ por cociente.

470. Si $54z^a a^{m+n}-9a^{2m+2n}z^a n^7+15z^{2a}a^{m+n}n^7$ se divide por $-18n^{-7}+3a^{m+n}-5z^a$ dará por cociente el monomio $-3z^a a^{m+n}n^7$.

471. El polinomio $-224n^{\frac{24}{35}}+21z^5n^{\frac{2}{7}}+56b^2d^{-\frac{3}{7}}n^{\frac{2}{7}}z^4+64z^{-\frac{14}{3}}n^{\frac{2}{5}}b^{-3}d^{-\frac{8}{9}}-6z^{\frac{1}{3}}b^{-3}d^{-\frac{8}{9}}-16b^{-1}d^{-\frac{83}{63}}z^{-\frac{2}{3}}$ partido por el trinomio

(1) *Fórmula* es una espresion analítica en la que está cifrado el modo de egecutar una operacion ó alguna propiedad de una cantidad.

$-32z^{-4}n^{\frac{2}{5}}+3z+8b^{2}d^{-\frac{8}{9}}$, da por cociente el binomio $7z^{4}n^{\frac{4}{7}}-2z^{-\frac{2}{3}}b^{-3}d^{-\frac{8}{9}}$.

MÉTODO PARA HALLAR EL MAYOR COMUN DIVISOR de las cantidades literales.

472. La maxima medida comun á dos ó mas términos literales (decía el Autor) respecto á las letras, es la letra ó letras que se hallan comunes á todos ellos con menor esponente; y así la mayor medída comun á estos dos términos $6ab^{2}$ y $7a^{2}b$ será ab. En cuanto á los coeficientes ya lo dijimos en los quebrados vulgares (LI. pág. 48); pues por aquella regla general hallarás que la mayor medida de los coeficientes 6 y 7 es 1.

473. La mayor medida comun á $8nv^{2}x^{4}z$ y $36v^{3}x^{3}z$ cuál es? La de los coeficientes es 4, y la de las letras en $v^{2}x^{3}z$: luego la maxima medida comun á los dos monomios dados será $4v^{2}x^{3}z$.

474. Aunque este método puede practicarse para hallar la mayor medída comun á las cantidades literales incomplexas con todo no es practicable á las complexas, pues que como se verá en el egemplo siguiente, que copiaremos de Bezout, si quisiesemos usarlo se hallaría que la mayor medida comun á las cantidades que se manifestarán seria 1, cuando se hallará que es $a-3b$ Así pues la regla que debe conducirnos para hallar la mayor comum medida á dos cantidades literales complexas, es igual á la que vimos para hallarla (núm. 145 pág. 218) á las numéricas. Despues de ordenadas ambas cantidades por una misma letra, se debe dividir aquella en que dicha letra llevase el esponente mayor por la segunda, y proseguir la division hasta que dicho esponente llegue á ser menor en dicha cantidad que en la segunda, ó igual cuando mas. Se dividirá despues la segunda cantidad por la resta de la primera division, y siempre con las mismas condiciones. Hecho esto, se dividirá la primera resta por la segunda, y se proseguirá dividiendo la resta precedente por la resta nueva hasta llegar á una division exacta; en cuyo caso la cantidad que hubiese sido el divisor en la última division, será el mayor divisor comun que se busca. La demostracion estriba en los mismos principios que la que se dió en la Aritmética. Las demas reglas que se practican son las mismas que las dadas en los lemas números 153 y 154 pág. 223, las que facilitan muchísimo la práctica.

475. Esto supuesto si me propusiese hallar el mayor comun divisor de las dos cantidades $5a^3-18a^2b+11ab^2-6b^3$ y $7a^2-23ab+6b^2$. Deberia, pues, dividir la primera de estas dos cantidades por la segunda; pero como no se puede dividir cabalmente 5 por 7, multiplicaré la primera por 7, esto no puede alterar en nada el comun divisor, por no ser 7 factor de todos los términos de la segunda. Tendré, pues, que dividir $35a^3-126a^2b+77ab^2-42b^3$ por $7a^2-23ab+6b^2$. Egecutando la division, sacaré el cociente $5a$ y la resta $-11a^2b+47ab^2-42b^3$. Como el esponente de a en la resta es igual al que lleva a en el divisor, podré continuar la division; pero reparo que por la misma razon que antes, deberé multiplicar tambien por 7 el nuevo dividendo; y reparo ademas que podré borrar b en todos los términos de $-11a^2b+47ab^2-42b^3$, porque no es factor comun de todos los términos del divisor $7a^2-23ab+6b^2$. Hechas estas observaciones, dividiré $-77a^2+329ab-294b^2$ por $7a^2-23ab+6b^2$: sacaré el cociente -11, y la resta $76ab-228b^2$. Pruebo, pues, la division de $7a^2-23ab+6b^2$ que ha sido hasta ahora el divisor, por la resta $76ab-228b^2$, ó por mejor decir por $76a-228b$. Para que se pudiese egecutar la division, sería menester multiplicar la primera de estas dos cantidades por 76; pero antes de egecutarlo conviene saber si 76 es factor ó no de toda la cantidad $76a-228b$, ó si tiene alguno de sus factores que sea factor comun de dicha cantidad. Reparo que 76 cabe 3 veces en $228b$; y como no es factor de $7a^2-23ab+6b^2$, omito en el divisor $76a-228b$ el factor 76, y tendré que dividir $7a^2-23ab+6b^2$ solo por $a-3b$; concluida la division, no queda resta alguna; de donde infiero que el comun divisor de las dos cantidades propuestas es $a-3b$.

DE LAS FRACCIONES.

476. Para resolver las reglas de los quebrados literales ó algebráicos, y dar la demostracion de las operaciones basta tener presente lo que hemos practicado desde la página 323 hasta aquí, y lo que dijimos desde la página 225 inclusive, hasta la página 246 esclusive.

477. Este quebrado de real $\frac{2a-b}{3b}$, suponiendo $a=6$, y $b=8$, si es de ardites, vale (núm. 171 pág. 230.) 4 dineros. Y es asf,

porque $\frac{2a-b}{3b}=\frac{2\times a-1\times b}{3\times b}=\frac{2\times 6-1\times 8}{3\times 8}=\frac{12-8}{24}=\frac{4}{24}=4$ dineros. Si dicho quebrado es de real de vellon, vale 5 maravedís $\frac{1}{3}$ de vellon.

478. El valor de este quebrado de arroba $\frac{5x^2z}{21xz}$, en la inteligencia que debe substituirse 4 en lugar de x, y 3 en lugar de z, á cuánto sube? Si el quebrado dado es de arroba de Castilla sube á 23 libras, 12 onzas, 3 cuartos, 3 adarmes, 8 granos, 4 séptimos; si de Aragon ó de peso grueso de Valencia á 34 libras, 3 onzas, 1 cuarto, 2 adarmes, 6 séptimos; si de Cataluña ó Mallorca á 24 libras, 9 onzas, 1 séptimo, ó bien á 24 libras, 9 onzas, 2 adarmes ó arienzos, 10 granos, 2 séptimos, á no ser que sea peso berberisco mallorquin, que en tal caso subirá á 23 libras, 9 onzas, 5 séptimos de otra libra berberisca.

479. Reduciendo este quebrado $\frac{4a^2b}{5b^2c}$ á la menor espresion, resulta (núm 173. pág. 231) $\frac{4a^2}{5bc}$: pero reduciendo este $\frac{6ab^2c^4}{8ab^3c}$ sale $\frac{3c^3}{4b}$.

480. El quebrado $\frac{2a^3bv^4-6a^2vx}{4a^2v^2x+8a^4b^2vx}$, reducido á los menos términos, se halla ser $\frac{abv^3-3x}{2vx+4a^2b^2x}$.

481. Redúzcanse $\frac{ab}{a}$, $\frac{-3c}{vx}$, $\frac{v^2}{-3a}$ á un denominador comun, y se tendrán (núm. 174. pág. 231) estos tres quebrados $\frac{-3a^2bvx}{-3a^2vx}$, $\frac{9a^2c}{-3a^2vx}$ $\frac{av^3x}{-3a^2vx}$, cuales reducidos á los mínimos términos, serán $\frac{b}{1}$, $\frac{3c}{-vx}$, $\frac{v^2}{3a}$.

482. De estos cuatro quebrados $\frac{4nx^2}{7x}$, $\frac{-x^4z}{5}$, $\frac{3v^5}{11nx}$ y $\frac{8}{-x^3}$, reducidos á un denominador comun, saldrán estos otros cuatro $\frac{-220n^2x^6}{-385nx^5}$, $\frac{77nx^9z}{-385nx^5}$, $\frac{-105v^5x^4}{-385nx^5}$, $\frac{3080nx^2}{-385nx^5}$, que puedes entretenerte á reducirlos á la menor espresion como los antecedentes.

483. Reduciendo $\frac{6a}{8b}$ á un quebrado tal, que por denominador tenga $4bc$, saldrá (núm. 177. pág. 232) $\frac{3ac}{4bc}$, ó bien $\frac{3a}{4b}$.

484. El quebrado $\frac{-6a^2b}{13ax^3}$ redúzcase á la especie de $-39ab^2x^4$ avos, y saldrá $\frac{-18a^2b^3x}{-39ab^2x^4}=\frac{18ab}{-39x^3}$.

485. Reducid al denominador mayor los quebrados $\frac{xz}{3z^2}$, $\frac{2nx^3}{9v^2z^3}$ y $\frac{11v}{45v^2z^4}$, y hallareis (núm. 179. pág. 232.) $\frac{15v^2xz^3}{45v^2z^4}$, $\frac{10nx^3z}{45v^2z^4}$ y $\frac{11v}{45v^2z^4}$.

486. Si los quebrados $\frac{3a^2}{4x}$, $\frac{5x}{-8x^3z}$, $\frac{7a^3xz}{24x^5z}$, $\frac{-9ax^2}{48a^3x^5z^2}$ se reducen al denominador mayor, que quebrados saldrán? Saldrán $\frac{36a^5x^4z^2}{48a^3x^5z^2}$, $\frac{-30a^3x^3z}{48a^3x^5z^2}$, $\frac{14a^6xz^2}{48a^3x^5z^2}$, $\frac{-9ax^2}{48a^3x^5z^2}$.

487. Este monomio $12x^5z$, trasladado á la especie de $7z^2$ avos, será (núm. 180. pág. 232) $\frac{84x^5z^3}{7z^2}$.

488. El incomplexo $8nx^3$ reducido á un quebrado tal, que por denominador tenga $9v^2x$, será $\frac{72nv^2x^4}{9v^2x}$: mas este $-5v$, reducido á la especie de tercios, será $\frac{-15v}{3}$.

489. Reduciendo el entero $4ab$ á la especie del quebrado $\frac{a}{2b}$ sale (núm. 182 pág. 233) $\frac{8ab^2+a}{2b}$: pero incorporando $7x^2z$ á la especie de su quebrado $-\frac{2x}{5z}$, resulta $\frac{35x^2z^2-2x}{5z}$: mas trasladando $6ax-z^2$ á la especie del quebrado $\frac{3x}{4xz}$ se tendrá $\frac{24ax^2z-4xz^3+3x}{4xz}$.

490. Este quebrado impropio $12vx^3z$. $4vx^2$ avos, reducido á enteros, da (núm. 183. pág. 233) $3xz$: pero de este $42x^3z^5$. $8x^2z^5$ avos salen $5x$ enteros, y el quebrado $2x^3z^5$.$8x^2z^5$ avos$=5x+\frac{x}{4}$.

491. Los $\frac{2}{3}$ de $\frac{4a}{5b}$ son (núm. 184. pág. 233) $\frac{8a}{15b}$. Asimismo los 2 tércios de $6x^2-\frac{2}{v}$ son $\frac{12x^2v-6}{3v}$, ó bien $\frac{12x^2}{3}-\frac{6}{3v}=4x^2-\frac{2}{v}$.

Por último, el quebrado compuesto $\frac{-3v}{5x}$ de $\frac{4x}{9n}$ de $\frac{-6x}{vx}$ reducido á simple, será $\frac{72vxz}{45nvxz}$ ó bien $\frac{8}{5n}$.

492. La suma de estos quebrados $\frac{2a}{b}$, $\frac{-c^2}{8}$, $\frac{x}{3y}$, es (núm. 186. pág. 235) $\frac{48ay-3bc^2y+8bx}{24by}$, y la de $\frac{3a}{-7z}$, $\frac{5x}{8xz}$, $\frac{-ax}{z}$, y $\frac{4}{z}$, á no engañarme, es $\frac{48ax^2z-70x^2z+56ax^3z^2-448xz^2}{-112x^2z^2}$.

493. Estos tres quebrados $\frac{a}{z}$, $\frac{3n}{4v}$, $\frac{5x}{8vx}$, cuyos denominadores están todos contenidos por entero al denominador mayor $8vx$, súmense, reduciéndolos primeramente al denominador mayor, y se tendrá (núm. 189. pág. 235) $\frac{4avx+6nx+5x}{8vx}$.

494. Los quebrados $\frac{2v}{3x}$, $\frac{5n}{6xz}$, $\frac{7nv}{-18vxz}$, $\frac{9vx}{54nvxz}$, reducidos al denominador mayor, componen la suma de $\frac{36nv^2x+45n^2v-21n^2v+9vx}{54nvxz}$.

495. Incorpórese el quebrado compuesto $\frac{2x}{3z}$ de $\frac{5x}{8z}$ al quebrado $\frac{5x}{8z}$, y (LXIII pág. 58) saldrá $\frac{10x^2+15xz}{24z^2}$.

496. Tengo $\frac{-6v}{7x}$ de $\frac{8x}{9z}$ de real de vellon, y tambien $\frac{8x}{9z}$ dime, en el supuesto que es $v=3$, $x=5$ y $z=4$, cuánto tengo? Tengo $\frac{-48vx+56x^2}{63xz}=\frac{-48v+56x}{63z}=\frac{-144+280}{252}=\frac{136}{252}=18$ maravedís $\frac{22}{63}$ avos de otro maravedí de vellon.

297. Este quebrado $\frac{3x+\frac{2z}{n}}{16ab}$ despejándolo (núm. 191. pág. 236) se hallará que es igual á $\frac{3xn+2z}{16abn}$. Asimismo despejando este otro $\frac{abc}{b+\frac{x}{rn}}$ se hallará que es igual á $\frac{abcrn}{brn+x}$. Igualmente despejando (núm. 191. pág. 236) este otro $\frac{3b+\frac{5n}{7z}}{8x+\frac{2a}{3b}}$ se hallará que el quebrado despejado es $\frac{63b^2z+15bn}{168bxz+14az}$.

298. Reduciendo á comun (núm. 200. pág. 241) la fraccion contínua $\cfrac{a}{b+\cfrac{c}{d+\cfrac{x}{z}}}$ se hallará que será igual á la fraccion comun $\frac{adz+ax}{bdz+bx+cz}$.

499. Á qué fraccion contínua será igual, el quebrado comun $\frac{17a^3}{b^4-24c}$ en el supuesto que es $a=5$, $b=10$ y $c=103$? Para hallar la fraccion contínua, á que es igual la fraccion dada, buscaré primeramente su valor en números, y así tendré $\frac{17a^3}{b^4-24c}=\frac{17\times5\times5\times5}{10\times10\times10\times10-24\times103}=\frac{2125}{10000-2472}=\frac{2125}{7528}$; y trasladando ahora la fraccion comun (núm. 202. pág. 242) $\frac{2125}{7528}$ á contínua, hallaré que la fraccion dada será igual al quebrado contínuo

$$\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{6}}}}}}}}}$$

500. Quitando $\frac{2a}{3x}$ de $\frac{5a}{6x}$ sale (núm. 192. pág. 237) $\frac{15ax-12ax}{18x^2}=\frac{5a-4a}{6x}=\frac{a}{6x}$ por diferencia: pero si de $\frac{7ax}{9vz}$ se resta $\frac{-4av}{7xz}$, saldrá $\frac{49ax^2z+36av^2z}{63vxz^2}$.

501. Multiplíquese $\frac{-3x}{z}$ por $\frac{-a}{5}$, y (núm. 193. pág. 238) resultará $\frac{3ax}{5z}$. Multiplíquese ahora $\frac{6n}{7x}$ por $4z^3$; y teniendo el producto $\frac{24nz^3}{7x}$ multiplíquese $4x^2-\frac{z}{3}$ por $\frac{a}{-x}$, y saldrá $\frac{12ax^2-az}{-3x}$.

502. Partiendo $\frac{-7x}{9z}$ por $\frac{2x}{3xz}$ (núm. 197. pág. 240), saldrá $\frac{-21xxz}{18xz}$; pero partiendo $2x-\frac{a}{c}$ por b, se tendrá $\frac{2cx-a}{bc}$; mas partiendo $9x^2z^3$ por $\frac{5x^3}{7z^4}$, resultará $\frac{63x^2z^7}{5x^3}$.

503. Para examinar las reglas literales propuestas en este tratado, puedes servirte, para las de enteros de las reglas generales que dimos desde núm. XLIV. pág. 44 hasta núm. IL. pág 47, y para las de quebrados de las comprehendidas desde núm. LXX. pág. 66. hasta núm. LXXVII. pág. 70. Lee con madura reflexion lo que la *Llave aritmética y algebráica*, que salió ilustrada el año 1801, te esplica desde la pág. 78 hasta la 107, y entenderás mejor este tratado y los dos que siguen.

FORMACION DE POTENCIAS Y ESTRACCION DE RAÍCES numéricas y literales.

504. Lo mismo es decir raíz que potencia primera: cuadrado que potencia segunda: cubo que potencia tercera: cuadrado cuadrado que potencia cuarta: cuadrado cubo que potencia quinta: cubo cubo que potencia sexta: cuadrado cuadrado cubo que potencia séptima: cuadrado cubo cubo que potencia octava: cubo cubo cubo que potencia novena: &c.

505. Lo mismo es decir raíz cuadrada que raíz segunda: raíz cúbica que raíz tercera: raíz cuadrada cuadrada que raíz cuarta: raíz cuadrada cúbica que raíz quinta: raíz cúbica cúbica que raíz sexta, &c.

506. Esponente de la potencia es el número que indica los grados á que ha de subir la raíz; y así el esponente de la potencia primera es 1: el de la potencia segunda es 2: el de la tercera es 3, &c.

507. Esponente de la raíz es el número que indica los grados á que ha de bajar la potencia; por consiguiente el esponente de la raíz cuadrada será 2: el de la cúbica 3: el de la cuadrada cuadrada 4, &c.

508. Este signo ($\sqrt{\ }$) se llama signo radical; la nota, que se le escribe encima, se dice esponente de la raíz; y cuando se omite se le sobreentiende 2.

DE LA FORMACION DE POTENCIAS.

509. El producto que resulta, multiplicando cualquiera raíz por sí misma, se llama cuadrado.

El producto que resulta, multiplicando cualquiera raíz por sí misma, multiplicado por la misma raiz, se llama cubo.

El producto que resulta, multiplicando cualquiera raíz por sí misma, multiplicado por la misma raíz, y el producto que saliere, multiplicado por la misma raíz, se llama cuadrado cuadrado.

Continuando de esta manera, se hallarán las potencias en cualquier grado que se quieran; v. gr.

510. Pídese la potencia cúbica ó tercera de 4.

:............*Potencia* 1.ª
Raiz.............4×4×4
×4
———
Cuadrado...16...........*Potencia* 2.ª
×4
———
Cubo..........64...........*Potencia* 3.ª

511. El cuadrado de 3 es 3×3 =9. El cubo de 7 es 7×7×7 =343. El cuadrado cuadrado de 5 es 5×5×5×5=625. El cuadrado cubo de 6 es 6×6×6×6×6=7776. El cubo cubo de 8 es 8×8×8×8×8×8 =262144. La potencia cúbica de 12 es 1728. El cubo de 26 es 17576. La potencia tercera de 32 es 32768. La potencia segunda de 64 es 4096.

512. La potencia cuadrada de $7v^3$ es $7v^3 \times 7v^3 = 49v^6$. La tercera potestad de $4a^2b$ es $4a^2b \times 4a^2b \times 4a^2b = 64a^6b^3$. Subiendo la raíz ab^2 al cuarto grado saldrá a^4b^8. La segunda dignidad de $-12x^3$ es $144x^6$, y su tercera potencia es $-1728x^9$. La potencia octava de z es z^8. El cubo de $3x^{\frac{1}{3}}$ es $27x$.

513. Las potencias de un complexo literal se hallan asimismo por su contínua multiplicacion; v. gr.

514. Levántese $3a^2 - 4x$ á la potencia segunda, y se hallará $9a^4 - 24a^2x + 16x^2$, y subiendo la tal raíz á la tercera dignidad, saldrá $27a^6 - 108a^4x + 144a^2x^2 - 64x^3$.

515. Se acaba de ver que el elevar una cantidad á una potencia no es otra cosa que la multiplicacion de la tal cantidad por si misma una ó muchas veces, y que por lo mismo las demostraciones se deben dar en los mismos términos que en las reglas del multiplicar. Pero se observa en primer lugar que cuando se eleva una cantidad literal incomplexa á una potencia cualquiera, si ella lleva el signo + su potencia tambien ha de llevar el mismo signo +; porque siempre se dice $+\times+=+\times+=+\times$ &c. Si el esponente de la potencia es par y el signo de la raíz es negativo, el signo de la potencia debe ser positivo; porque un número par de signos — combinados dan +; y debe ser negativo si el esponente de la potencia es ímpar, porque un número ímpar de signos — combinados dan —. En segundo lugar se observa que los coeficientes se elevan á una potencia, por lo que se ha visto en el núm. 510 pág 362, y que no tiene lugar aquí la circunstancia de las letras diferentes; porque han de ser iguales los factores. En último lugar se observa que en punto á los esponentes no se ha de hacer mas que multiplicar el esponente de cada letra de la raíz por el esponente de la potencia; porque como la raíz ha de estar contenida por factor

en la potencia tantas veces como unidades lleve el esponente de la potencia, es claro que el esponente de cada letra de la potencia ha de componerse de tantos factores incomplexos iguales al que llevaba su semejante en la raíz; y como para multiplicar las letras semejantes basta sumar sus esponentes, resulta que el esponente de cada letra del primer factor que es la raíz, será tantas veces sumando como unidades tenga el esponente de la potencia; luego es evidente que de todo lo que se ha dicho se deducirá la regla siguiente.

516. *Regla.* Para elevar un incomplexo literal á una potencia cualquiera, se observarán los preceptos siguientes.

Lo 1.° Si el signo de la raíz es positivo, el signo de la potencia escríbase tambien positivo.

Lo 2.° Si el signo de la raiz es negativo, mírese primeramente si la potencia es de grado par ó ímpar; si es de grado par el signo de la potencia se escribirá positivo, y si de grado ímpar se pondrá el signo negativo.

Lo 3.° Los coeficientes se elevarán por las reglas dadas.

Lo 4.° Se colocarán al lado del coeficiente elevado á la potencia que se pida, las mismas letras que haya en la raíz; pero poniendo á cada una por esponente, el producto que resulte de multiplicar el esponente que llevaba en la raíz, por el esponente de la potencia, y con esto se tendrá el incomplexo dado elevado al grado que se pida.; v. gr.

517. Se ha de elevar $3a^2b^3$ á la potencia cuarta.

$$(3a^2b^3)^4=81a^8b^{12}$$

Pongo primero el término $3a^2b^3$ entre paréntesis y claudatur, y á la parte superior escribo un cuatro, que me dice, que todo el término $3a^2b^3$ se ha de elevar á la potencia cuarta. Despues por llevar el término $3a^2b^3$ signo positivo me indica que el signo de la potencia ha de ser positivo, y por lo tanto en este caso puede omitirse. Paso despues á verificar la elevacion diciendo, 3 al cuarto grado es $3\times3\times3\times3=81$; a^2 á la potencia cuarta es $a^{2\times4}=a^8$; b^3 á la misma potencia es $b^{3\times4}=b^{12}$; y así digo que $3a^2b^3$ elevado al cuarto grado es igual á $81a^8b^{12}$.

518. Si se tratase de elevar $-2a^3b^5$ al sexto grado, miraria primeramente el esponente de la potencia á que se ha de elevar si es de grado par ó ímpar, en cuyo caso hallando que es 6 número par escribiría desde luego á la potencia el signo positivo, y lo demas del término lo elevaría como en el egemplo antecedente, di-

siendo: 2 á la potencia sexta es 64; a^3b^5 á la misma potencia es $a^{3\times6}b^{5\times6}$ igual á $a^{18}b^{30}$; y así diria que $(-2a^3b^5)^6 = 64a^{18}b^{30}$.

519. Si así como he elevado $-2a^3b^5$ á la potencia sexta, hubiese de elevar $-4x^4z^2$ á la potencia quinta, haria una operacion igual á la antecedente, y advertiría que el signo de la raíz es negativo y el esponente de la potencia ímpar; porque 5 es número ímpar, habria de poner tambien á la potencia signo negativo, con lo que tendria que $(-4x^4z^2)^5 = -1024x^{20}z^{10}$.

520. Á pesar de que la elevacion de una cantidad monómia por contínua multiplicacion sería muy molesta, si se hubiese de elevar á una potencia alta: mucho mas lo seria aun en las cantidades polinómias; pero por fortuna el inmortal Newton observó (1) que en la elevacion de las cantidades binómias, representando uno de los términos por a y el otro por b cuando ambos eran positivos, esto es $a+b$; los signos de los incomplexos de la potencia todos eran positivos; que cuando el uno era positivo y el otro negativo como $a-b$, ó bien $-a+b$; halló que en los términos en quienes se encontraba el término que en la raíz era negativo, si se hallaba con esponente ímpar el signo del tal término era negativo y si con esponente par era positivo: observó despues que cuando los dos eran negativos como $-a-b$; si se elevaban á una potencia par, los signos de los términos de la potencia todos eran positivos, y que si á un grado ímpar todos eran negativos; cuyas observaciones las patentizan los egemplos siguientes.

$(a+b)^6 = a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$
$(a-b)^6 = a^6-6a^5b+15a^4b^2-20a^3b^3+15a^2b^4-6ab^5+b^6$
$(-a+b)^6 = a^6-6a^5b+15a^4b^2-20a^3b^3+15a^2b^4-6ab^5+b^6$
$(-a-b)^6 = a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$
$(-a-b)^7 = -a^7-7a^6b-21a^5b^2-35a^4b^3-35a^3b^4-21a^2b^5-7ab^6-b^7$

(1) Lo que diré sobre la observacion de Newton es por una suposicion que hago; porque me parece que cuando él halló la fórmula general, para elevar las cantidades binómias á cualquier potencia de un golpe, debió discurrir como aquí se verá.

Pero no satisfecho con lo que le patentizaron estos y otros muchos egemplos debió acudir desde luego á ver el porque debia suceder así. En cuanto á que todos los términos de la potencia le saliesen positivos, cuando los términos de la raíz eran positivos, halló que la razon misma se lo demostraba.

Pasó luego á ver el porque cuando de los dos términos de la raíz el uno era positivo y el otro negativo, el término de la potencia en que se hallaba el que en la raiz era negativo con esponente ímpar, tambien en la potencia era negativo, y si con esponente par, positivo. Se convenció luego de ello viendo que un número par de signos — combinados dan +, y que un número ímpar de signos — combinados dan — (1) y por consiguiente que multiplicando esta parte de la raiz negativa á la otra parte positiva en cada término de la potencia, cuando la negativa llevaba en la potencia esponente par se efectuaba la multiplicacion de + por +, y que por lo mismo debia quedar el signo + en el término de la potencia, y que cuando la negativa llevaba un esponente ímpar debia quedar en el término de la potencia el signo —, porque se efectuaba la multiplicacion de — por + que da —.

521. Un análisis casi igual al dado le sirvió para indagar el porque cuando los dos términos de la raiz llevaban signo negativo, esto es $(-a-b)$, que si se elevaban á una potencia de grado par, todos los términos de la potencia debian ser positivos, y si á una potencia de grado ímpar todos debian ser negativos; pues que elevándose el binomio á un grado par, en la potencia se hallan los términos de modo, que las partes de la raíz que en el uno se hallan con esponente par, en el otro con esponente ímpar, y así siguiendo, y que por lo mismo dando un número par de signos — combinados +, y un número ímpar de signos — combinados —, en el término en que los dos se hallan con esponente par se efectúa la multiplicacion de + por + que da +, y en el término en que los dos se hallan con esponente ímpar se verifica la multiplicacion de — por — que tambien da +; luego halló que era general el que cuando los dos términos de un binómio son negativos, elevado este á una potencia de grado par todos los términos de la potencia deben ser positivos. Ahora viendo

(1) Con esto ya quedan demostrados los signos que deben corresponder al primero y último término, y siguiendo con lo demas se demuestran los signos que deben corresponder á los términos intermedios.

que cuando el mismo $-a-b$, elevado á una potencia de grado ímpar, se hallan de modo sus términos en la potencia, que en el término en que se halla la a con esponente impar, la b se halla con esponente par; y que en el término en que la a se halla con esponente par, la b con esponente ímpar: y que por lo mismo en el primer caso se verifica la multiplicacion de $-$ por $+$ que da $-$, y en el segundo la multiplicacion de $+$ por $-$ que tambien da $-$; luego cuando un binomio, que los signos de los términos de la raíz son negativos se eleva á un grado ímpar, los signos de todos los términos de la potencia deben ser negativos.

522. Una vez hubo este hombre inmortal deducido la ley para los signos, pasó desde luego á ver que ley podria deducir para los coeficientes, para cuyo objeto tomó una de las potencias á que se levanta el binómio, por egemplo, $(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$, y obsèrvó que el coeficiente del primer término siempre era la unidad que se omite, y que el coeficiente de cualquiera de los demas era el producto, del coeficiente del término precedente, multiplicado por el esponente que llevaba la primera parte de la raíz en este mismo término, y partido este producto por un número igual al de términos que le precedian, como se vé en todos v. gr. en el tercéro que su coeficiente es el producto de 5, que es el coeficiente del segundo multiplicado por 4 esponente del mismo término, partido este producto de $5\times4=20$, por el número de los términos que le preceden que son dos, y así se ve $\frac{20}{2}=10$, ó lo que es igual $5\times\frac{4}{2}=10$, que es el coeficiente del tercer término: como lo mismo observó en todos los demas, dijo, si el esponente de la potencia hubiera sido n, los coeficientes correspondientes, esto es, el primero del primer término &c. serian n, $n\times\frac{n-1}{2}$, $n\times\frac{n-1}{2}\times\frac{n-2}{3}$, $n\times\frac{n-1}{2}\times\frac{n-2}{3}\times\frac{n-3}{4}$, $n\times\frac{n-1}{2}\times\frac{n-2}{3}\times\frac{n-3}{4}\times\frac{n-4}{5}$, $n\times\frac{n-1}{2}\times\frac{n-2}{3}\times\frac{n-3}{4}\times\frac{n-4}{5}\times\frac{n-5}{6}$, &c.

523. Pasó luego á observar v. gr. en la misma potencia $(a+b)^5$ las letras, y halló que en el primer término solo se encontraba a^5, y en el último solo b^5; y que en los demas términos se hallaban las dos, pero el discurrió como $a^5=1\times a^5$ y $1=b^0$, será $a^5=a^5b^0$; y tambien como $b^5=1\times b^5$ y $1=a^0$, será $b^5=a^0b^5$: con lo que ya tuvo que en todos los términos se hallaban las dos letras, y que cada término era un producto de las potencias de ambas partes.

524. Despues indagando el órden que guardaban los esponentes de las potencias de la primera parte de la raíz: halló que en el primer tér-

mino, el esponente era igual al de la potencia, y que en los demas términos iba disminuyendo de 1 hasta llegar á ser cero. En los mismos términos de la potencia observó que la segunda parte de la raíz se hallaba con esponente cero en el primer término, y que en los demas términos iba aumentando de una unidad, de donde dijo si $a+b$ se eleva á la potencia quinta, los esponentes de a en el primero del primer término &c. serán a^5, a^4, a^3, a^2, a^1, a^0 y en general si á la potencia n serán a^n, a^{n-1}, a^{n-2}, a^{n-3}, a^{n-4}, a^{n-5} &c. Los de la segunda parte b el primero del primer término &c. será b^0, b^1, b^2, b^3, b^4, b^5, y si en general fuese n el esponente de la potencia, se iria aumentando el esponente de b de una unidad en cada término de los que siguiesen, hasta llegar al número que espresase las unidades que valiese n. Juntó las dos partes y halló $a^n b^0$, $a^{n-1}b^1$, $a^{n-2}b^2$, $a^{n-3}b^3$, $a^{n-4}b^4$, $a^{n-5}b^5$, $a^{n-6}b^6$, $a^{n-7}b^7$, &c.

525. Observó tambien que el número de términos de la potencia excede de una unidad al esponente de la potencia, y así dijo cuando el esponente de la potencia sea n, el número de términos de la potencia será $n+1$.

526. Finalmente con estas observaciones dedujo que $(\pm a \pm b)^n = \pm a^n \pm n a^{n-1} b \pm n \times \frac{n-1}{2} a^{n-2} b^2 \pm n \times \frac{n-1}{2} \times \frac{n-2}{3} a^{n-3} b^3 \pm n \times \frac{n-1}{2} \times \frac{n-2}{3} \times \frac{n-3}{4} a^{n-4} b^4 \pm n \times \frac{n-1}{2} \times \frac{n-2}{3} \times \frac{n-3}{4} \times \frac{n-4}{5} a^{n-5} b^5 \pm n \times \frac{n-1}{2} \times \frac{n-2}{3} \times \frac{n-3}{4} \times \frac{n-4}{5} \times \frac{n-5}{6} a^{n-6} b^6$ &c. con lo que ya tuvo la fórmula general para elevar cualquier binómio á una potencia cualquiera.

527. Valiéndonos de esta fórmula se podrá levantar de un golpe el complexo $a+b$ á la potencia ó grado que se quiera, y siendo por este medio muy fácil la formacion de la Tabla Sintético-Analítica, ténganse presentes los preceptos que siguen, y con un mismo trabajo satisfaremos á dos objetos.

Lo 1.° Escríbase $a+b$ en primer lugar.

Lo 2.° Debajo de $a+b$ escríbase su potencia segunda.

Lo 3.° En tercer lugar escríbase la potencia tercera; y continuando por órden los grados, se tendrá formada la Tabla Sintético-Analítica.

Lo 4.° En cada grado ó potencia de dicha Tabla escríbase la letra a con un esponente igual al esponente de la potencia que se

va á buscar, y se tendrá el término primero de la potencia que se pide.

Lo 5.° Multiplíquese el coeficiente del tal término primero, nuevamente hallado, por su esponente, y el producto será el coeficiente del término segundo.

Lo 6.° Al lado de este coeficiente escríbase la letra *a* con un esponente igual al del término primero, ménos 1, y luego escríbase la letra *b*, y se tendrá el término segundo.

Lo 7.° Multiplíquese el coeficiente del término último nuevamente hallado, por el esponente de su letra *a*; y partido el producto por tanto número como términos se hallan ya formados en la potencia que se va buscando, escríbase el cociente por coeficiente del término, que por órden se ha de seguir.

Lo 8.° Al lado del tal coeficiente escríbase *ab*; pero disminuyendo el esponente de *a* por la unidad, y aumentando el de *b* por la misma unidad, hasta tener sola la letra *b* con la unidad por coeficiente; v. gr.

527. Levántese ordenadamente de un golpe $a+b$ á la potencia segunda, tercera, cuarta, quinta &c. y se tendrá formada la siguiente

TABLA SINTÉTICO–ANALÍTICA.

a	b							
a^2	$2ab$	b^2						
a^3	$3a^2b$	$3ab^2$	b^3					
a^4	$4a^3b$	$6a^2b^2$	$4ab^3$	b^4				
a^5	$5a^4b$	$10a^3b^2$	$10a^2b^3$	$5ab^4$	b^5			
a^6	$6a^5b$	$15a^4b^2$	$20a^3b^3$	$15a^2b^4$	$6ab^5$	b^6		
a^7	$7a^6b$	$21a^5b^2$	$35a^4b^3$	$35a^3b^4$	$21a^2b^5$	$7ab^6$	b^7	
a^8	$8a^7b$	$28a^6b^2$	$56a^5b^3$	$70a^4b^4$	$56a^3b^5$	$28a^2b^6$	$8ab^7$	b^8

Para entender con mayor claridad los dos puntos indicados, adviértase que cualquiera letra, que por coeficiente tenga la unidad, quedará levantada á la potencia que se quiera, escribiéndole por esponente el producto que resultáre, multiplicando su esponente por el grado de la potencia, que en el caso se pidiere. Entendido esto, levántese de un golpe la raíz $a+b$ á la potencia cuarta, lo que se consigue de esta manera. Á la primera parte de la raíz dada $a+b$ escríbasele el número 4 por esponente; y siendo con esto

levantada la tal primera parte de dicha raíz al cuarto grado, escríbase a^4 por término primero. De este término primero a^4 multiplíquese su coeficiente 1 por su esponente 4; y escribiendo a^{4-1} con la letra b ácia la derecha del producto 4, se tendrá $4a^3b$ por término segundo. De este término segundo $4a^3b$ multiplíquese el coeficiente 4 por el esponente 3 de su letra a; y partido el producto 12 por 2 (por ser dos los términos hallados, á saber a^4 y $4a^3b$) escríbase a^{3-1} con b^{1+1} á la derecha del cociente 6; esto es, escríbase la letra a del término $4a^3b$ con su esponente disminuido por la unidad, y su letra b con el esponente aumentado por la misma unidad, y se tendrá $6a^2b^2$ por término tercero. El esponente 6 de este término tercero multiplíquese por el esponente 2 de su letra a; y dividido el producto 12 por 3 (por ser tres los términos hallados; á saber, $a^4+4a^3b+6a^2b^2$), escríbanse á la derecha del cociente 4 las letras ab del tal término tercero; pero disminuido el esponente de a, y aumentado el de b por la unidad, y se tendrá $4ab^3$ por término cuarto. El coeficiente 4 de este término cuarto multiplíquese por el esponente 1 de su letra a; y dividido el producto 4 por 4 (por ser cuatro los términos hallados; es á saber $a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3$), escríbase á la derecha del cociente (que se omite por ser 1) la letra b con el esponente 4, y se tendrá b^4 por término último. Dígase pues que el cuadrado cuadrado de $a+b$ es $a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$, como parece en la línea cuarta de la Tabla Sintético-Analítica.

528. Siguiendo las reglas dadas facilmente se podrá levantar de un golpe el binómio $3a^4x^{\frac{1}{3}}-2x^2b^5$ á la potencia tercera: pues que por ser el signo del uno positivo y el del otro negativo ya se sabe que han de alternar los signos de + en —, en lo demas de cada término se supondrá como si fuese una letra sola, y así se levantará la primera parte del binómio á la potencia tercera, cuya parte elevada es $(3a^4x^{\frac{1}{3}})^3$, lo que se escribirá por primer término de la potencia. De este término primero $(3a^4x^{\frac{1}{3}})^3$ multiplíquese su coeficiente 1 (1) por su esponente 3, y escribiendo

(1) Que sea 1 el coeficiente es claro: porque como $(3a^4x^{\frac{1}{3}})^3$ se supone ya como una sola letra, tenemos que no llevando coeficiente en este caso se le sobreentiende 1, el que espresado sería $1(3a^4x^{\frac{1}{3}})^3$. Lo mismo diría si no llevase esponente. Adviértase que esta señal (.), quiere decir $\times$.

$(3a^4x^{\frac{1}{3}})^{3-1}$ con el término segundo $(2x^2b^5)$ ácia la derecha del producto 3, se tendrá $-3.(3a^4x^{\frac{1}{3}})^2.(2x^2b^5)$ por término segundo. De este término segundo se multiplicará su coeficiente 3 por el esponente 2 de la parte $(3a^4x^{\frac{1}{3}})^2$; y partido el producto 6, por 2, por ser dos los términos hallados, á saber $(3a^4x^{\frac{1}{3}})^3$ y $-3.(3a^4x^{\frac{1}{3}})^2.(2x^2b^5)$, y al lado del cociente 3 se escribirá $(3a^4x^{\frac{1}{3}})^{2-1}$ con $(2x^2b^5)^{1+1}$; y se tendrá $3.(3a^4x^{\frac{1}{3}}).(2x^2b^5)^2$ por término tercero. El esponente 3 de este término se multiplicará por el esponente 1 de $(3a^4x^{\frac{1}{3}})$; dividido el producto 3 por 3, por ser tres los términos hallados; es á saber $(3a^4x^{\frac{1}{3}})^3-3.(3a^4x^{\frac{1}{3}})^2.(2x^2b^5)+3.(3a^4x^{\frac{1}{3}}).(2x^2b^5)^2$, se hallará 1 por cociente, á cuyo lado escribiendo $(2x^2b^5)$ con esponente 3, se tendrá $-(2x^2b^5)^3$ por término último. Con esto ya se tiene levantado el binómio dado á la potencia que se pide; pero como los resultados se han de presentar con la mayor sencillez posible, se efectuarán en cada término las elevaciones y multiplicaciones convenientes, diciendo: $(3a^4x^{\frac{1}{3}})^3=27a^{12}x$ y se pondrá en lugar del primer término, en el segundo se dirá $-3.(3a^4x^{\frac{1}{3}})^2.(2x^2b^5)=-3.9a^8x^{\frac{2}{3}}.(2x^2b^5)=-3.9.2\ a^8x^{\frac{2}{3}}x^2b^5=-54a^8b^5x^{\frac{8}{3}}$; y continuando asimismo con los otros dos se tendrá que la tercera potencia de $3a^4x^{\frac{1}{3}}-2x^2b^5$ es $27a^{12}x-54a^8b^5x^{\frac{8}{3}}+36a^4b^{10}x^{\frac{13}{3}}-8b^{15}x^6$.

529. Siguiendo el método que se acaba de espresar puede hacerse salir de un golpe el último resultado; pero para esto se necesita mucho tino, y estar versado en el número. Con todo si se tienen presentes las fórmulas de la Tabla Sintético-Analítica pueden los principiantes hacer la elevacion con suma facilidad, como se verá en el egemplo siguiente.

530. Cuál es el cuadrado de $3a^2b+5b^3$? Para elevar el binómio dado á cuadrado de un golpe se acudirá á la Tabla, y se hallará que $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, lo que indica que para elevar un binómio á la potencia segunda se ha de cuadrar el término primero del binómio dado, añadir á este cuadrado el duplo del producto de los dos términos, y á la suma el cuadrado del segundo término. Así ya se tiene que para elevar de un golpe $3a^2b+5b^3$ á la potencia segunda, se ha de cuadrar $3a^2b$, á su cuadrado $9a^4b^2$

se ha de juntar el duplo de $3a^2b.5b^3$, y á la suma $9a^4b^2+30a^2b^4$, se ha de añadir el cuadrado de $5b^3$ que es $25b^6$. Haciéndolo así se podrá responder, que $(3a^2b+5b^3)^2=9a^4b^2+30a^2b^4+25b^6$. Lo mismo puede practicarse en las demas potencias.

531. El cuadrado cuadrado de $-3a^5b^3-2bz^4$ es $81a^{20}b^{12}+216a^{15}b^{10}z^4+216a^{10}b^8z^8+96a^5b^6z^{12}+16b^4z^{16}$.

532. La potencia séptima de $-2x^{-2}z^{-\frac{1}{3}}-a^{-4}b^3$ cuál es? Es $-128x^{-14}z^{-\frac{7}{3}}-448x^{-12}z^{-2}a^{-4}b^3-672x^{-10}z^{-\frac{5}{3}}a^{-8}b^6-560x^{-8}z^{-\frac{4}{3}}a^{-12}b^9-280x^{-6}z^{-1}a^{-16}b^{12}-84x^{-4}z^{-\frac{2}{3}}a^{-20}b^{15}-14x^{-2}z^{-\frac{1}{3}}a^{-24}b^{18}-a^{-28}b^{21}$.

533. Si se atiende á la fórmula general (núm. 525 pág. 368) podrá elevarse una cantidad cualquiera á una potencia negativa, ó á una potencia que sea un quebrado. Así si se ha de elevar $a+b$ á la potencia -4, se hará en la fórmula general $n=-4$, y haciendo la substitucion correspondiente se hallaría que $(a+b)^{-4}=a^{-4}-4a^{-5}b+10a^{-6}b^2-20a^{-7}b^3+35a^{-8}b^4-56a^{-9}b^5$ &c.

534. Si hubiese de valuarse $(a+b)^{-1}$ se haria en este caso en la fórmula general $n=-1$, y así se diria que $(a+b)^{-1}=a^{-1}-a^{-2}b+a^{-3}b^2-a^{-4}b^3+a^{-5}b^4-a^{-6}b^5+a^{-7}b^6$ &c.

535. Para elevar el binómio $a+b$ á la potencia $\frac{2}{3}$, se hará uso de la fórmula general (núm. 525 pág. 368) haciendo en este caso $n=\frac{2}{3}$, con lo que tendrémos $(a+b)^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}+\frac{2}{3}a^{-\frac{1}{3}}b-\frac{1}{9}a^{-\frac{4}{3}}b^2+\frac{4}{81}a^{-\frac{7}{3}}b^3$ &c.

536. Una vez ya se ha visto de que modo podria elevarse un binómio á una potencia cualquiera, será muy fácil la elevacion de un complexo que conste de mas de dos términos, pues que haciendo en este caso de todos los términos una espresion binómia; poniendo en esta espresion el término primero del complexo dado, y en lugar de todos los demas una cantidad cualquiera, se tendrá el lugar de la segunda parte del binómio. Levantado este binómio á la potencia que se busca, se pondrán despues en lugar de la cantidad substituida y sus potencias, los otros términos y sus potencias, con lo que se tendrá elevado todo el complexo á la cantidad que se haya pedido; v. gr.

537. El cuadrinómio $a+b+c+d$ si se ha de elevar á la potencia tercera, se hará primero de él una espresion binómia poniendo en esta el primer término a, y por segundo poniendo en lugar

de $b+c+d$ por egemplo x. Con lo que se tendrá que $a+b+c+d=a+x$. Levántese luego el binómio $(a+x)^3=a^3+3a^2x+3ax^2+x^3$. En lugar de x y sus potencias, se substituirá $b+c+d$ y sus potencias, y así el primer término a^3 será el mismo, en lugar del segundo $3a^2x$ se pondrá $3a^2b+3a^2c+3a^2d$, por ser $x=b+c+d$; en lugar del tercero se pondrá $3ab^2+3ac^2+3ad^2+6abc+6abd+6acd$; porque $3ax^2=3a.(b+c+d)^2$, y para elevar $b+c+d$ á cuadrado, se hará segun la regla dada $c+d=n$, en cuyo caso se elevará $b+n$ á cuadrado que es $b^2+2bn+n^2$; luego poniendo en lugar de n su igual $c+d$, se tendrá que $(b+c+d)^2=b^2+c^2+d^2+2bc+2bd+2cd$ por lo tanto $3ax^2=3a\times\overline{b^2+c^2+d^2+2bc+2bd+2cd}=3ab^2+3ac^2+3ad^2+6abc+6abd+6acd$. Ultimamente haciendo una substitucion semejante (á la que hemos hecho con el x^2) con el cuarto término $x^3=(b+c+d)^3$, se tendrá por último resultado que $x^3=(b+c+d)^3=b^3+c^3+d^3+3b^2c+3b^2d+3c^2b+3c^2d+3d^2b+3d^2c+6bcd$. Con lo que se tiene, que $(a+b+c+d)^3=a^3+b^3+c^3+d^3+3a^2b+3a^2c+3a^2d+3b^2a+3b^2c+3b^2d+3c^2a+3c^2b+3c^2d+3d^2a+3d^2b+3d^2c+6abc+6abd+6acd+6bcd$.

538. Sin duda que si los trinómios, cuadrinómios, &c se hubiesen de elevar por este medio, serían muy molestas tales elevaciones; y así se observa que para cuadrar un polinómio que conste del número de términos que quiera, no hay mas que cuadrar cada término, añadir á la suma de estos cuadrados el duplo del primer término por todos los que siguen, el duplo del segundo por todos los que siguen, y así egecutando lo mismo con todos los demas hasta llegar al producto del penúltimo por el último; v. gr. $(a+b+c+d+e+f$ &c.$)^2=a^2+b^2+c^2+d^2+e^2+f^2$ &c. $+2ab+2ac+2ad+2ae+2af+$ &c. $+2bc+2bd+2be+2bf$ &c. $+2cd+2ce+2cf$ &c. $+2de+2df$ &c. $+2ef$ &c.

539. Si se hubiese de elevar á la segunda potencia el polinómio $3a^2+5b^3+2xz-3n^{-\frac{1}{3}}-2p^{-4}$ &c. por este método, se cuadrarán primeramente cada uno de los términos, y se tendrá $9a^4+25b^6+4x^2z^2+9n^{-\frac{2}{3}}+4p^{-8}$ &c. Á la suma de estos cuadrados se añadirá el duplo del primer término $3a^2$ por cada uno de los que siguen, y se tendrá $30a^2b^3+12a^2xz-18a^2n^{-\frac{1}{3}}-12a^2p^{-4}$ &c. á todo esto el duplo del segundo $5b^3$ por todos los que siguen, y se tendrá $20b^3xz-30b^3n^{-\frac{1}{3}}-20b^3p^{-4}$ &c. luego se añadirá el duplo del tercero $2xz$ por los que siguen, y se tendrá $-12x$

$zn^{-\frac{4}{3}}-8xzp^{-4}$ &c. últimamente el duplo del penúltimo $-3n^{-\frac{4}{3}}$ por el último, y se tendrá $12n^{-\frac{4}{3}}p^{-4}$ &c.; si hubiese mas términos se continuaria con el mismo órden. Así $(3a^2+5b^3+2xz-3n^{-\frac{4}{3}}-2p^{-4}$ &c.$)^2=9a^4+25b^6+4x^2z^2+9n^{-\frac{8}{3}}+4p^{-8}$ &c.$+30a^2b^3+12a^2xz-18a^2n^{-\frac{4}{3}}-12a^2p^{-4}$ &c.$+20b^3xz-30b^3n^{-\frac{4}{3}}-20b^3p^{-4}$&c. $-12xzn^{-\frac{4}{3}}-8xzp^{-4}$ &c.$+12n^{-\frac{4}{3}}p^{-4}$ &c.

540. Para elevar un complexo de mas de dos términos á la potencia tercera, se cubicarán primeramente cada uno de los términos de la raíz, á la suma de estos cubos se añadirá el triplo del cuadrado de cada término de la raíz por cada uno de los demas que haya en la misma raíz, y á todo esto se añadirá el séxtuplo de cuantas combinaciones diferentes resulten tomando en cada una el producto de tres términos de la raiz, con lo que se tendrá el polinómio elevado á la potencia cúbica; v. gr. $(a+b+c+d+e+f$ &c.$)^3=a^3+b^3+c^3+d^3+e^3+f^3$&c.$+3a^2b+3a^2c+3a^2d+3a^2e+3a^2f$&c.$+3b^2a+3b^2c+3b^2d+3b^2e+3b^2f$ &c.$+3c^2a+3c^2b+3c^2d+3c^2e+3c^2f$ &c.$+3d^2a+3d^2b+3d^2c+3d^2e+3d^2f$ &c. $+3e^2a+3e^2b+3e^2c+3e^2d+3e^2f$&c.$+3f^2a+3f^2b+3f^2c+3f^2d+3f^2e$&c.$+6abc+6abd+6abe+6abf+6acd+6ace+6acf+6ade+6adf+6aef+6bcd+6bce+6bcf+6bde+6bdf+6bef+6cde+6cdf+6cef+6def$ &c.

541. Si hubiese de elevarse á cubo el trinómio $3a^2x-5z^{-3}n^{\frac{1}{2}}-2x^{-\frac{2}{7}}z^4$, se elevarian á cubo los tres términos de la raíz, y tendríamos $27a^6x^3-125z^{-9}n^{\frac{3}{2}}-8x^{-\frac{6}{7}}z^{12}$, á lo que se añadiria el triplo del cuadrado de cada término multiplicado por los otros dos, así se añadiria el triplo del cuadrado del término primero $3a^2x$ que es $27a^4x^2$, multiplicado por los otros dos términos $-5z^{-3}n^{\frac{1}{2}}-2x^{-\frac{2}{7}}z^4$, cuyo producto es $-135a^4x^2z^{-3}n^{\frac{1}{2}}-54a^4x^{\frac{12}{7}}z^4$; se añadiria tambien el triplo del cuadrado del segundo $-5z^{-3}n^{\frac{1}{2}}$ que es $+75z^{-6}n$, multiplicado por los otros dos términos $3a^2x-2x^{-\frac{2}{7}}z^4$, cuyo producto es $225a^2nxz^{-6}-150nx^{-\frac{2}{7}}z^{-2}$; igualmente se añadiria el triplo del cuadrado del tercer término $-2x^{-\frac{2}{7}}z^4$ que es $12x^{-\frac{4}{7}}z^8$, multiplicado por los otros dos $3a^2x-5z^{-3}n^{\frac{1}{2}}$, cuyo producto es $36a^2x^{\frac{3}{7}}z^8-60n^{\frac{1}{2}}x^{-\frac{4}{7}}z^5$. Ultimamente se añadiria el séxtu-

plo de cuantas combinaciones diferentes resulten tomando en cada una el producto de tres términos de la raiz, y como en este egemplo solo hay tres términos, me resultará una sola combinacion que será $6\times+3a^2x\times-5z^{-3}n^{\frac{1}{2}}-2x^{-\frac{2}{7}}z^4$ que es igual á $180a^2n^{\frac{1}{2}}x^{\frac{5}{7}}z$, con lo que ya tendria elevado el trinómio dado á la potencia cúbica. Así $(3a^2x-5z^{-3}n^{\frac{1}{2}}-2x^{-\frac{2}{7}}z^4)^3=27a^6x^3-125z^{-9}n^{\frac{3}{2}}-8x^{-\frac{6}{7}}x^{12}-135a^4n^{\frac{1}{2}}x^2z^{-3}-54a^4x^{\frac{12}{7}}z^4+225a^2nxz^{-6}-150nx^{\frac{2}{7}}z^{-2}+36a^2x^{\frac{3}{7}}z^8-60n^{\frac{1}{2}}x^{-\frac{4}{7}}z^5+180a^2n^{\frac{1}{2}}x^{\frac{5}{7}}z$.

542. Para elevar un polinómio que conste de mas de dos términos á la potencia cuarta, se observarán las reglas que siguen.

1.ª Se elevarán á la potencia cuarta cada uno de los términos de la raíz.

2.ª Á la suma de estas potencias se añadirá el cuádruplo del cubo de cada uno de los términos de la raíz multiplicado por cada uno de los demas términos de la misma raíz.

3.ª Á esta suma se añadirá el séxtuplo del cuadrado del primer término multiplicado por el cuadrado de cada uno de los términos que siguen; mas el séxtuplo del cuadrado del segundo multiplicado por el cuadrado de todos los que siguen, y continuando con el mismo órden en todos los demas términos hasta poner el séxtuplo del cuadrado del penúltimo multiplicado por el cuadrado del último.

4.ª Á todo esto se añadirá el duodécuplo del cuadrado de cada uno de los términos de la raíz multiplicado por el producto de cuantos términos diferentes resulten de dos términos de la raíz

5.ª Ultimamente se añadirán los términos que resulten del producto de cuantas combinaciones diferentes puedan hacerse con cada cuatro términos de la raíz, multiplicado cada una por 24 (1).

543. Todo lo dicho lo manifiesta claramente el egemplo que sigue: $(a+b+c+d+e\ \&c.)^4=a^4+b^4+c^4+d^4+e^4\ \&c.+4a^3b+$

---

(1) Se advertirá que si el complexo que se eleva á la potencia cuarta no consta mas que de tres términos en la raíz, no se hace uso de la regla 5.ª; pues que no hay la combinacion de cuatro términos, y así es mas breve aun la regla pues que no ha de observarse la 5ª. Asimismo adviértase que por poca práctica que se tenga, se hace de un golpe la elevacion de cualquiera complexo á las potencias segunda, tercera y cuarta con mucha brevedad por medio de las reglas dadas.

$4a^3c+4a^3d+4a^3e$ &c. $+4b^3a+4b^3c+4b^3d+4b^3e$ &c. $+4c^3a+4c^3b+4c^3d+4c^3e$ &c. $+4d^3a+4d^3b+4d^3c+4d^3e$ &c. $+4e^3a+4e^3b+4e^3c+4e^3d$ &c. $+6a^2b^2+6a^2c^2+6a^2d^2+6a^2e^2$ &c. $+6b^2c^2+6b^2d^2+6b^2e^2$ &c. $+6c^2d^2+6c^2e^2$ &c. $+6d^2e^2$ &c. $+12a^2bc+12a^2bd+12a^2be+12a^2cd+12a^2ce+12a^2de$ &c. $+12b^2ac+12b^2ad+12b^2ae+12b^2cd+12b^2ce+12b^2de$ &c. $+12c^2ab+12c^2ad+12c^2ae+12c^2bd+12c^2be+12c^2de$ &c. $+12d^2ab+12d^2ac+12d^2ae+12d^2bc+12d^2be+12d^2ce$ &c. $+12e^2ab+12e^2ac+12e^2ad+12e^2bc+12e^2bd+12e^2cd$ &c. $+24abcd+24abce+24abde+24acde+24bcde$ &c.

544. Para elevar $-2ab^3-5z^{-\frac{2}{3}}+d^{-7}x^{\frac{1}{4}}-3a^2z^3$, á la potencia cuarta, se seguirá la misma regla como se haría en cualquier otro egemplo, y así se elevarán los términos de la raíz cada uno á la potencia cuarta, y se tendrá $16a^4b^{12}+625z^{-\frac{8}{3}}+d^{-28}x+81a^8z^{12}$; á esto se añadirá el cuádruplo del cubo de cada uno de los términos de la raíz por todos los demas. Así el cuádruplo del cubo del primer término $-2ab^3$ es $-32a^3b^9$, el que multiplicado por los demas $-5z^{-\frac{2}{3}}+d^{-7}x^{\frac{1}{4}}-3a^2z^3$ dará $160a^3b^9z^{-\frac{2}{3}}-32a^3b^9d^{-7}x^{\frac{1}{4}}+96a^5b^9z^3$. El cuádruplo del segundo, $-5z^{-\frac{2}{3}}$ cubicado, dará $-500z^{-2}$, el que multiplicado por los demas términos de la raíz $-2ab^3+d^{-7}x^{\frac{1}{4}}-3a^2z^3$, su resultado será $1000ab^3z^{-2}-500d^{-7}x^{\frac{1}{4}}z^{-2}+1500a^2z$. Siguiendo con el mismo órden en los otros dos, y practicando despues las reglas que siguen, se tendrá que $(-2ab^3-5z^{-\frac{2}{3}}+d^{-7}x^{\frac{1}{4}}-3a^2z^3)^4=16a^4b^{12}+625z^{-\frac{8}{3}}+d^{-28}x+81a^8z^{12}+160a^3b^9z^{-\frac{2}{3}}-32a^3b^9d^{-7}x^{\frac{1}{4}}+96a^5b^9z^3+1000ab^3z^{-2}-500d^{-7}x^{\frac{1}{4}}z^{-2}+1500a^2z-8ab^3d^{-21}x^{\frac{3}{4}}-20d^{-21}x^{\frac{3}{4}}z^{-\frac{2}{3}}-12a^2d^{-21}x^{\frac{3}{4}}z^3+216a^7b^2z^9+540a^6z^{\frac{25}{3}}-108a^6d^{-7}x^{\frac{1}{4}}z^9+600a^2b^6z^{-\frac{4}{3}}+24a^2b^6d^{-14}x^{\frac{2}{4}}+216a^6b^6z^6+150d^{-14}x^{\frac{2}{4}}z^{-\frac{4}{3}}+1350a^4z^{\frac{14}{3}}+54a^4d^{-14}x^{\frac{2}{4}}z^6-240a^2b^6d^{-7}x^{\frac{1}{4}}z^{-\frac{2}{3}}+720a^4b^6z^{\frac{7}{3}}-144a^4b^6d^{-7}x^{\frac{1}{4}}z^3-600ab^3d^{-7}x^{\frac{1}{4}}z^{-\frac{4}{3}}+1800a^3b^3z^{\frac{5}{3}}-900a^2d^{-7}x^{\frac{1}{4}}z^{\frac{5}{3}}+120ab^3d^{-14}x^{\frac{2}{4}}z^{-\frac{2}{3}}+72a^3b^3d^{-14}x^{\frac{2}{4}}z^3+180a^2d^{-14}x^{\frac{2}{4}}z^{\frac{11}{3}}+1080a^5b^3z^{\frac{16}{3}}-216a^5b^3d^{-7}x^{\frac{1}{4}}z^3-540a^4d^{-7}x^{\frac{1}{4}}z^{\frac{16}{3}}-720a^3b^3d^{-7}x^{\frac{1}{4}}z^{\frac{7}{3}}$.

545. Si así como elevando una multitud de complexos por la regla dada en el núm. 537. pág. 372 hemos deducido las reglas para elevar un polinómio á la segunda, tercera, y cuarta potencias de un golpe, fuésemos observando lo que nos sucederia en la quinta, sexta, séptima, &c. potencias, podriamos deducir reglas para elevar de un golpe un polinómio cualquiera á la quinta, sexta, séptima, &c. potencias. Ultimamente si tomando la fórmula general dada en el núm. 526. pág. 368 hiciésemos el primer término a de la raiz, igual al primer término de un infinitómio cualquiera, y el segundo b, igual á todos los demas términos del mismo infinitómio, podriamos deducir una fórmula general para elevar un infinitómio cualquiera á una potencia cualquiera, esto es, á una potencia n.

546. Así si hubiésemos de elevar $A+B+C+D+E$ &c. á la potencia n, hariamos en la fórmula general dada en el núm. 526. pág. 368 $A=a$ y $B+C+D+E$ &c.$=b$ con lo que tendriamos en el primer término $a^n=A^n$, en el segundo $na^{n-1}b=nA^{n-1}\times(B+C+D+E$ &c.$)=nA^{n-1}B+nA^{n-1}C+nA^{n-1}D+nA^{n-1}E$ &c., y continuando con el mismo órden con los demas términos obtendriamos una *fórmula general* para elevar un infinitómio cualquiera á la potencia n.

547. D. Benito Bails en el segundo tomo de Matemáticas de su obra grande en las pág. 453, 454 y 455 da fórmulas particulares para elevar una serie de términos á las potencias segunda, tercera, cuarta, quinta, sexta, séptima, octava, novena, y décima. El mismo autor en el tomo tercero de la misma obra grande en la pág. 381 da una fórmula general, valiéndose del cálculo infinitesimal, para elevar una serie dada á una potencia cualquiera.

548. En uno de los papeles públicos de París se halla un nuevo método para elevar un polinómio cualquiera, á cualquiera potencia determinada ó indeterminada, el cual simplifica el comunmente conocido dado por Newton, pues con él no es preciso valerse de la substitucion. El fundamento de dicho nuevo método estriba en las combinaciones y permutaciones.

549. Como para multiplicar quebrados se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador, resulta que para elevar á potencias los quebrados se elevará el numerador y denominador; v. g.

550. El cuadrado de $\frac{3}{4}$ es $\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{16}$. El de $\frac{a}{b}$ es $\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}=\frac{a^2}{b^2}$. El cubo de $4\frac{2}{3}$ es $\frac{14}{3}\times\frac{14}{3}\times\frac{14}{3}=\frac{2744}{27}$. El de $3a+\frac{a}{2}$; esto es de

$\frac{6a+a}{2}=\frac{7a}{2}$ es $\frac{7a}{2}\times\frac{7a}{2}\times\frac{7a}{2}=\frac{343a^3}{8}$. La potencia cuadrada de $\frac{5}{6}$ es $\frac{25}{36}$ avos. La tercera dignidad de $\frac{5x^3}{6z}$ es $\frac{125x^9}{216z^3}$. El cuarto grado de $3\frac{1}{2}$ es $\frac{2401}{16}$. El cuadrado cubo de $x^3+\frac{ab}{x}$, ó bien de $\frac{x^4+ab}{x}$ es $\frac{5a^4b^4x^4+a^5b^5+10a^3b^3x^8+10a^2b^2x^{12}+5abx^{16}+x^{20}}{x^5}$. El cuadrado de $\frac{a^{\frac{1}{2}}}{4}$ es $\frac{a}{16}$.

DE LA ESTRACCION DE RAÍCES.

551. Para entender la estraccion de raíces importa mucho comprehender la formacion de potencias; pues por los grados que sube la raíz á la potencia, por los mismos desciende la potencia á la raíz; y así estraer la raíz de una cantidad no es otra cosa que hallar el número, que la prodújo por su contínua multiplicacion.

552. Para estraer cualquiera raíz de cualquiera cantidad numérica entera obsérvese la siguiente

REGLA GENERAL.

Lo 1.° Empezando por la derecha divídase la cantidad en casillas, que cada una conste de tantas notas, como unidades encierre el esponente de la raíz. (La primera casilla de la izquierda puede constar de menos notas).

Lo 2.° Sáquese la raíz de la primera casilla de la izquierda, y si no fuere justa, tómese la raiz entera prógima menor: y escrita en su parte superior, réstese de dicha casilla la potencia última, que salió, levantando la tal raíz al grado indicado por su esponente.

Lo 3.° Á la derecha de esta diferencia añádase la nota primera de la casilla que sigue, y se tendrá un dividendo.

Lo 4.° La potencia penúltima de la raíz hallada multiplíquese por el esponente de raíz, y se tendrá un divisor.

Lo 5.° El cociente de estas dos cantidades escríbase encima de la segunda casilla por segunda parte de la raíz.

Lo 6.° Toda la raíz hasta aquí encontrada levántese á la potencia, que indica el esponente de la raíz.

Lo 7.° La potencia última de toda la raíz hallada réstese de las casillas, que encima tengan parte de la raíz.

Lo 8.° Á la derecha de esta diferencia añádase la primera nota de la casilla que sigue, y se tendrá un nuevo dividendo.

Lo 9.° La potencia penúltima de la raíz ultimamente levantada multiplíquese por el esponente de la raíz, y se tendrá un nuevo divisor.

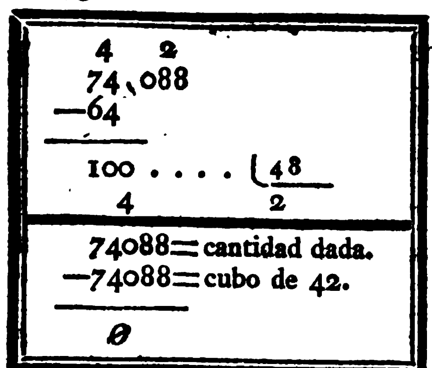
Lo 10.° El cociente, que saliere de estas dos cantidades, escríbase en la parte superior de aquella casilla, de la que ultimamente se bajó su primera nota.

Lo 11.° En cada casilla de las restantes practíquese por órden lo que se dijo desde el precepto sexto inclusive hasta el presente.

Lo 12.° Hallada toda la raíz, hágase otra vez lo que dice el precepto 6.° y 7.°, y se verá si es racional ó irracional.

13.° Si no se obtiene raíz exacta, y se quiere continuar la operacion por decimales, añádanse á la resta tantos ceros como unidades lleve el esponente de la raíz; divídase esto por el producto de la potencia penúltima de toda la raíz hallada multiplicada por el esponente de la raíz, y el cociente que resulte póngase en la raíz despues de la coma: luego, se continuará todo lo que se quiera añadiendo tantos ceros como unidades encierre el esponente de la raíz por cada nota decimal que se intente sacar; v. gr.

553. Pídese la raíz cúbica de 74088.



Porque el esponente de la raíz que se pide, es 3, divídase la cantidad dada en casillas que cada una conste de tres notas. Sáquese ahora la raíz cúbica de la primera casilla 74; y hallándose ser 4, que se escribe encima, levántese el tal 4 á la potencia tercera, y se hallará 64, cuyo producto quitado de la casilla 74 dará la diferencia 10. Á esta diferencia 10 pospónganseles el cero de la casilla que sigue, y se tendrá 100 por dividendo. La raíz 4 que se halló, cuádrese; y multiplicado el cuadrado 16 por el esponente 3 de la raíz escríbase el producto 48 por divisor; y el cociente 2, que saliere en la particion de estas dos cantidades; escríbase en la parte superior de la segunda casilla, como á segunda parte de la raíz.

Para ver ahora si este 2 es la segunda parte de la raíz, elévase el 42 á la tercera potencia y mírase si esta puede restarse de las dos casillas de la cantidad dada, y se sabrá con certitud que el 2 es la segunda parte de la raíz. Luego bájense las dos casillas 74088. De esta cantidad quítese el tercer grado de la raíz hallada 42, y porque quitado da por diferencia cero, dígase que la raíz tercera de dicha cantidad 74088, es racional.

Para demostrar la regla dada diremos que se divide primero la cantidad dada en casillas, de modo que cada una conste de tantas notas como unidades encierre el esponente de la raíz, empezando por la parte derecha; porque como la luz del calculador muy pocas veces basta para sacar la raíz de una cantidad, cuya raíz conste de mas de un guarismo (1); es claro que habiendo de bajar por los mismos grados la potencia á la raíz, que por los que ha subido la raíz á la potencia, aquellas cantidades cuyas raíces consten de mas de un guarismo deberemos buscar sus raíces por partes. Como las partes de la cantidad son las unidades, decenas, centenas, &c. observamos que si elevamos un guarismo de los que ocupan el lugar de unidades á cuadrado, no excede su potencia de dos notas; que si el mismo lo elevamos á cubo, su potencia no excede de tres notas; y que si el mismo lo elevamos al grado *n*, su potencia no excede de *n* notas, como se ve en la tabla siguiente.

Raíces	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cuadrados	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubos	1	8	27	64	125	216	343	512	729
Cuadrados cuad.s	1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561
Cuad.s cubos &c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.

Observamos tambien que si elevamos á cuadrado uno de los guarismos de los que ocupan el lugar de decenas en la raíz v. gr. 10, excede su potencia 100 de dos notas; pero que ninguno de estos pasa de cuatro, como se ve en el cuadrado de 90, que es 8100; que si á uno de estos mismos guarismos que ocupan el lugar de decenas en

(1) Aunque me dijéron que el gobierno ingles habia pensionado á un Anglo-Americano porque de un golpe estraía una raíz cualquiera de una cualquiera cantidad, yo no creo que exista un hombre de tal naturaleza sino por hipótesis.

la raíz lo elevamos á cubo, su potencia excederá siempre de tres notas, pero nunca pasará de seis, como lo manifiestan los cubos de 10 y de 90, que el de este es 729000, y el de aquel es 1000; y en fin que si al guarismo que ocupa el lugar de decenas en la raíz lo elevamos al grado *n*, su potencia excederá de *n* notas; pero nunca pasará de 2*n* notas.

Asimismo observamos que tomando uno de los guarismos de los que ocupan el lugar de centenas y elevándolo á cuadrado, su potencia ha de exceder de cuatro notas; pero que no puede exceder de seis: que elevándolo á cubo ha de exceder de seis notas; pero que no puede pasar de nueve: y que elevándolo al grado *n*, su potencia ha de exceder de 2*n* notas, pero que no puede pasar de 3*n* notas.

Como el mismo órden que acabamos de observar en las notas de la potencia cuando los guarismos ocupan en la raíz el lugar de decenas y de centenas, observariamos cuando aquellos ocupasen el lugar de millares, diezmillares, &c. debemos inferir. 1.° Que desde que vemos en la estraccion de raíces cuadradas, que la cantidad ó potencia dada tiene mas de dos guarismos, la raíz ha de tener mas de uno; que cuando la potencia tenga mas de cuatro guarismos, la raíz ha de tener mas de dos; que cuando tenga la potencia mas de seis guarismos, la raíz ha de tener mas de tres; que cuando &c. 2.° Que como el cuadrado de las decenas debe hallarse en la dicha potencia despues de las dos primeras notas; el de las centenas despues de las cuatro; el de los millares despues de las seis, y así siguiendo: por esto separamos en la estraccion de raíces cuadradas las notas de dos en dos empezando por la mano derecha, y como los cuadrados de los guarismos 1, 2, y 3 constan de una sola nota, por esta razon la casilla ó período de la izquierda puede constar de menos notas. 3.° Que una vez dividida la cantidad ó potencia dada en casillas, sabremos que la raíz tendrá tantas notas *enteras* como períodos ó casillas tenga la potencia.

Tambien inferiremos en la estraccion de raíces cúbicas. 1.° Que cuando la potencia ó cantidad dada tenga mas de tres guarismos, la raíz ha de tener mas de uno, que cuando aquella tenga mas de seis, esta debe tener mas de dos, que cuando &c. 2.° Que como el cubo de las decenas de la raíz debe hallarse en la potencia despues de las tres primeras notas, el de las centenas despues de las seis primeras, el de los millares despues de las nueve, y así continuando con el mismo órden, por esto en tales estracciones

separamos las notas de tres en tres, empezando por la mano derecha, y como los cubos de los guarismos 1, 2, 3, y 4 nunca tienen tres notas por esta razon la casilla ó período de la izquierda pueden constar de menos notas. 3.° Que una vez dividida la cantidad en casillas de tres notas, sabremos que la raíz que nos saldrá constará de tantas notas enteras, como casillas tenga la potencia.

En fin tenemos que inferir en la estraccion de raíces en general, ó en la estraccion de una raíz cualquiera n. 1.° Que cuando la potencia tenga mas de n guarismos, la raíz ha de tener mas de uno: que cuando tenga la referida potencia mas de $2n$ guarismos, la raíz ha de tener mas de dos, que cuando &c. 2.° Que como el grado n de las decenas; se ha de hallar en la potencia despues de los n primeros guarismos, el de las centenas se ha de hallar en la misma potencia despues de los $2n$ primeros, el de los millares, despues de los $3n$ &c. por esto hemos dicho que *para estraer una cualquiera raíz de cualquiera cantidad numérica entera, lo primero que debia hacerse era empezar por la mano derecha y dividir la cantidad en casillas de modo que cada una constase de tantas notas como unidades encerrase el esponente de la raíz*, y como los guarismos 1, 2, &c. elevados á la potencia que nos indica el esponente de la raíz que se estrae, no dan tantos guarismos como unidades encierra el tal esponente; por esta razon tambien se ha dicho que (*la primera casilla de la izquierda puede constar de menos notas*). 3.° Que una vez dividida la cantidad ó potencia dada en casillas del modo que se ha dicho, sabremos que la raíz ha de constar de tantas notas enteras como períodos ó casillas tenga la potencia. 4.° Que en este caso, recorriendo las casillas de derecha á izquierda la primera nos indica la casilla de las unidades de la raíz, la segunda la de las decenas de la misma raíz; la tercera la de las centenas, la cuarta &c., y como la potencia ó cantidad dada se considera como un producto de la raíz que buscamos, multiplicada esta por sí misma tantas veces menos una como nos indica el esponente de la raíz; siendo semejantes la multiplicacion y elevacion, tambien lo han de ser la estraccion y particion; luego de aquí inferiremos que empezando la particion de la izquierda ácia la derecha, tambien debemos empezar la estraccion por la misma parte; igualmente inferiremos que como segun lo dicho en el partir el guarismo mayor que puede escribirse en el cociente es 9, tambien habiendo de buscar los guarismos de la raíz

por partes, aunque en alguna operacion el divisor esté contenido 10, 11, 12 ó mas veces en el dividendo; el número mayor que podremos escribir por cociente debe ser 9.

Continuando á demostrar los demas preceptos diremos que, como en la primera casilla de la izquierda se halla la potencia ó grado n del guarismo de especie superior de la raíz, viendo cual es el mayor número elevado al grado n que ella contiene, debemos obtener el primer guarismo de la raíz, y restando la potencia n del tal número de la misma casilla, y juntando á su lado la casilla siguiente nos indica en donde debemos buscar el segundo guarismo de la raíz, que para hallarlo hemos deducido la regla del siguiente análisis: si el primer guarismo hallado que cada una de sus unidades es diez veces mayor que cada una de las del segundo, lo consideramos como á decenas respecto de este y lo representamos por a; y á este, es á decir, el segundo guarismo de la raíz, que debemos considerar como unidades comparándolo con el primero, lo hacemos igual á b, tendremos que el binómio $a+b$ elevado al grado n que es $a^n+na^{n-1}b+n.\frac{n-1}{2}.a^{n-2}b^2$ &c. debe representarnos las dos primeras casillas de la potencia, empezándolas á contar por la izquierda, y nos indicará la tal potencia $a^n+na^{n-1}b$ &c. que una vez hallado el primer guarismo de la raíz que es a, podremos obtener el segundo b, partiendo el nuevo dividendo por $n.a^{n-1}$, ó lo que es lo mismo, por la potencia penúltima de la raíz hallada multiplicada por el esponente de la raíz; pero como el primer guarismo de la raíz son decenas respecto del segundo, siendo aquellas decenas exactas, elevadas al grado $n-1$, acompañarán á los guarismos significativos de la potencia, $n-1$ ceros; y como segun lo dicho en el partir cuando hay ceros al divisor basta separar tantas notas del dividendo, cuantos son los ceros del divisor y hacer la division con las notas que quedan; por esta razon solo practicamos lo que nos dicen los preceptos 2.°, 3.°, y 4.° *de la regla general*. Una vez pues encontrado el segundo guarismo b de la raíz por este método, es claro que hallándose tambien la b en otros términos de la potencia, hemos de mirar si se puede restar de las dos primeras casillas la potencia n de $a+b$; si no puede restarse es señal de que la b tiene alguna unidad de mas, y por lo tanto quitándole alguna unidad, á fin de que la potencia n de la raíz hallada pueda restarse de las referidas casillas, tendremos ya los dos primeros guarismos de la raíz. Si á la derecha de esta diferencia añadimos la casilla que sigue, es cierto que

segun lo demostrado nos debe indicar en donde debemos buscar el tercer guarismo de la raíz, que para obtenerlo debemos hacer un raciocínio igual al anterior; pues que representando los dos primeros guarismos de la raíz por a, los que juzgaremos como á decenas, y el tercer guarismo que vamos á buscar por b, que juzgaremos como unidades, tendremos que el binómio $a+b$ elevado á la potencia n, que es $a^n+na^{n-1}b$ &c. debe ser igual á las tres primeras casillas de la raíz empezándolas á contar por la izquierda, y como ya tenemos conocidos los dos primeros guarismos de la raíz, que son los que nos representa a; el segundo término de la potencia $na^{n-1}b$ nos indica que para hallar el tercer guarismo de la misma raíz, que es el que nos representa b, tenemos que partir el dividendo por na^{n-1}, y el cociente nos debe dar la b, esto es, el tercer guarismo de la raíz. Luego elevando los tres guarismos hallados á la potencia que nos indicará el esponente de la raíz, y restándola de las tres referidas casillas, y á la diferencia juntando la casilla que sigue, nos indicará donde debe buscarse el guarismo cuarto de la raíz, que para hallarlo debemos tambien partir aquella cantidad por la potencia penúltima de la raíz hallada, multiplicada por el esponente de la raíz; fundado tambien esto, en que si representamos los tres guarismos hallados por a, y el que vamos á buscar por b tendremos que elevados á la potencia n, esto es $(a+b)^n=a^n+n.^{n-1}b$ &c. nos indican estos términos que para hallar la b en la potencia, debemos partir $n.a^{n-1}b$ por $n.a^{n-1}$. Como igual raciocínio hariamos si hubiese mas guarismos que buscar en la raíz, diremos que es cuanto habia que demostrar hasta el precepto 12.º inclusive de la regla general.

Se conoce que la raíz de una cantidad entera es irracional desde luego que se ve que esta deja resíduo al fin de la estraccion; porque dejando resíduo ya demuestra que su raíz no puede ser un número entero, y como ninguna fraccion pura, ni número mixto multiplicado por si mismo, ni por sus productos jamás da un número entero; se infiere que llamándose raíz irracional aquella que no es exacta, cualquiera cantidad entera, cuya raíz no sea un número entero debe tener su raíz irracional.

Cuando no se obtiene raíz exacta se añaden á la resta tantos ceros como unidades lleva el esponente de la raíz por cada nota decimal que se intenta sacar en la raíz; porque si hubiese una nota decimal en la raíz, como esta debe ser n veces factor para producir la potencia n, producirá n guarismos decimales.

554. Para que pueda entenderse mejor la demostracion que acabamos de dar, pasaremos á aclaclararla aplicandola al egemplo propuesto. Hemos dicho que se habia de estraer la raiz cúbica de 74088, y para hallarla, como el esponente de la raíz era 3, empezando por la parte derecha hemos dividido 1.º la cantidad 74088 en casillas de á tres guarismos; esto se funda en que desde que vemos que un número tiene mas de tres guarismos, inferimos que su raíz cúbica tendrá mas de uno; y como el cubo de las decenas debe hallarse desde los millares en adelante, por esto hemos separado en la cantidad 74088, los tres primeros guarismos 088; si el 74 que nos ha quedado á la parte de la izquierda hubiese constado de mas de tres guarismos, habria sido señal de que las decenas de la raíz estaban representadas por mas de un guarismo, y por la misma razon que antes habriamos separado otros tres guarismos, &c.

2.º Hemos sacado la raíz cúbica de la primera casilla 74 de la parte de la izquierda; porque como en esta se halla el guarismo de especie superior de la raíz que en este caso es decenas, hemos deducido que viendo cual era el mayor cubo que ella contenia, debiamos obtener el primer guarismo de la raíz.

3.º La raíz cúbica de 74 que ha sido 4, y que por lo demostrado son 4 decenas, la hemos elevado á cubo, como si fuesen 4 unidades, y el cubo 64 lo hemos restado de la misma casilla 74. Este procedimiento lo hemos fundado en que siendo el guarismo hallado 4 decenas, ó lo que es igual 40, es claro que restando el cubo de 40 de la cantidad dada 74088, la diferencia nos debia indicar, que en ella deberiamos buscar el otro guarismo de la raíz; pero como 40 para producir el cubo debe entrar tres veces por factor, es cierto que segun lo demostrado en el multiplicar, siendo 40 el número 4 acompañado con un cero, será el cubo de 40, el producto de $4 \times 4 \times 4 = 64$ acompañado con tres ceros, cuyo número de ceros son iguales al número de guarismos que hay en la última casilla de la izquierda, donde ellos deben corresponder cuando se haga la resta; y como si de un guarismo quitamos cero, nos da el mismo guarismo por diferencia, por esta causa, correspondiendo tres ceros debajo de la última casilla, ó tres últimas notas de la izquierda de la cantidad dada 74088, si restásemos $(40)^3 = 64000$, serian inútiles los ceros: y así para simplificar la operacion solo hemos restado el cubo de 4 considerado como unidades, de 74 que es la primera casilla de la izquierda; pues que ahora considerando al

lado de su diferencia 10, las demas notas 088, habiendo de ser este resultado igual al que habria salido antes, tambien nos dice, que en el debemos buscar el otro guarismo de la raíz.

4.° Para buscar el segundo guarismo de la raíz, hemos pospuesto á la diferencia 10, la primera nota que seguia de la segunda casilla que era cero, y el 100 nos ha servido de dividendo, el que hemos partido por el triplo del cuadrado del guarismo hallado 4, considerado este como unidades, y nos ha dado por cociente 2; luego hemos pospuesto este 2 al primer guarismo de la raíz 4, y el 42 lo hemos cubicado para ver si podia restarse su cubo de las dos casillas 74088, y como ha podido restarse, hemos dicho que el cociente 2, que nos ha salido partiendo el 100 por 48, era con certitud el segundo guarismo de la raíz. Para dar razon de esto, supongamos por un momento que habiendo de constár la raíz cúbica de la cantidad dada 74088 de dos guarismos, sea llamado el primero a y que por lo dicho será $a=4$ decenas $=40$ unidades, y el segundo sea llamado b y será $b=2$ unidades, con lo que tendremos, que $(a+b)^3$ nos representará la cantidad 74088, y segun nuestro intento podemos decir $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=74088$; luego observando que es lo que practicariamos para hacer descender $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ á la raíz $a+b$ de donde ha salido, y haciendo lo mismo con la cantidad 74088; debemos obtener tambien la raíz de esta cantidad. Es palpable que para hallar la primera parte de la raíz a en la cantidad $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ tenemos que estraer la raíz cúbica del primer término, y que restando el cubo de a de la misma cantidad, la diferencia $3a^2b+3ab^2+b^3$ debe contener la otra parte de la raíz b; luego tambien es palpable que una vez hallada (por lo demostrado) la primera nota decenas de la raíz, y restando el cubo de esta, de la cantidad dada 74088, en la diferencia 10088 debe hallarse la segunda nota unidades de la misma raíz; y que siendo por lo supuesto $a=4$ decenas $=40$ unidades, que es la primera nota de la raíz, y $74088=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$: tambien $10088=3a^2b+3ab^2+b^3$; porque si $a=40$, el cubo de a que es a^3 debe ser igual (Axioma 6.° pág. 3) al cubo de 40, con lo que $64000=a^3$; así es que por el Axioma 3.° pág. 2 sabemos que, si de cosas iguales quitamos iguales las diferencias son iguales; luego siendo iguales las cantidades 74088 y $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$, y siéndolo tambien 64000 y a^3, restando 64000 de 74088; y a^3 de $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$; las diferencias 10088 y $3a^2b+3ab^2+b^3$ han de ser tambien iguales; luego 10088

$=3a^2b+3ab^2+b^3$. Para hallar la segunda parte de la raíz b, en la diferencia $3a^2b+3ab^2+b^3$, ya nos indica el primero de estos términos $3a^2b$, que debemos partirlo por el triplo del cuadrado de la primera parte de la raíz hallada a, que es $3a^2$ y el cociente nos debe dar la b; luego siendo la diferencia 10088 igual á la diferencia $3a^2b+3ab^2+b^3$ y $a=4$ decenas, primera parte de la raíz, y b igual á la segunda parte, debemos obtener tambien en 10088 la segunda parte de la raíz, partiendo el tal número 10088 por el triplo del cuadrado de la raíz hallada 4 decenas, ó bien 40 unidades; en cuya operacion, y en cualquiera otra (si se trata de raíces cúbicas) nos debe resultar que, siendo el triplo del cuadrado de un número de decenas exactas el producto que nos ha de servir de divisor, llevará este dos ceros á la derecha de las notas significativas; porque de los tres factores, los dos llevan un cero á la derecha; luego segun lo dicho en el partir llevando dos ceros á la derecha las notas significativas del divisor, podremos separar las dos de la derecha del dividendo, y efectuar la particion con las notas que quedan: catahí la razon porque en vez de juntar al lado de la diferencia 10 toda la casilla 088, y partir el 10088 por el triplo del cuadrado de 4 decenas; solo hemos juntado al lado del 10 el cero de la casilla que seguia, y el 100 solo lo hemos partido por el triplo del cuadrado de 4 tomado como á unidades. Esto entendido parece á primera vista que efectuada la particion de 10088 por 4800, ó lo que es igual de 100 por 48, el cociente 2 que resulta debe ser la segunda parte de la raíz; pero como el 10088 es igual á $3a^2b+3ab^2+b^3$, es claro que partiéndolo por $3a^2=4800$, el cociente que resulte puede ser mayor que b, por cuyo motivo hemos elevado á cubo toda la raíz hallada para ver si podia restarse de la cantidad dada, y viendo que el cubo de la raíz hallada, restado de la cantidad dada, daba por resíduo cero; hemos dicho que la raíz era racional.

555. Si no hubiésemos obtenido raíz exacta habriamos añadido tres ceros á la resta por cada nota decimal que habriamos querido en la raíz; porque dado caso que hubiese una nota decimal en la raíz, como esta entraria tres veces por factor para producir el cubo, produciria tres guarismos decimales. Por esta causa se debe hacer que el número de guarismos decimales sea múltiplo de tres, cuando se intente estraer la raíz cúbica de un número que contenga enteros y decimales, ó decimales solas. Por semejante razon debemos hacer en el mismo caso cuando se intente

estraer una cualquiera raíz, que el número de notas decimales sea múltiplo del esponente de la raíz. v. gr. Si hubiésemos de estraer la raíz cuadrada de 524, 53657: como el número de notas decimales no es múltiplo de 2, esponente de la raíz, añadiriamos un cero despues del 7, que segun lo demostrado en nada aumentaria ni disminuiria el valor de la cantidad dada, y luego estraeriamos la raíz cuadrada de 524, 536570 segun la regla general dada, como si fuese una cantidad entera, advirtiendo que en este caso, segun lo demostrado, la raíz constará de dos notas enteras y las demas seran decimales, y asi si se busca la raíz cuadrada de 524, 536570 se hallará que es aproximadamente 22, 902763 &c. Si se hubiese de estraer la raíz quinta de 0, 34537894 añadiriamos primero dos ceros despues del cuatro; paraque el número de decimales fuese múltiplo de 5 esponente de la raíz, y luego estraeriamos la raíz de 0, 3453789400 como si fuesen enteros, advirtiendo que en este caso las notas de la raíz serán decimales, esto es que no habrá ningun entero.

556. Adviértase que el cubo del mismo binómio $a+b$ nos manifiesta que si queremos (en la estraccion de raíces cubicas) no debemos elevar toda la raíz hallada á cubo para saber si el cociente que dá la diferencia, que resulta de la cantidad dada quitando el cubo de las decenas partida por el triplo del cuadrado de las decenas, son las unidades de la raíz; porque por egemplo en la cantidad dada si $74088 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, y $10088 = 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, es claro que partiendo el 10088 por $4800 = 3a^2$, si el cociente 2 que resulta es igual b, quitando á 10088, el producto del divisor 4800 por el cociente 2, la diferencia 488 debe ser igual á $3ab^2 + b^3$, esto es, al triplo de las decenas de la raíz multiplicado por el cuadrado de las unidades de la misma raíz, mas al cubo de las unidades de la referida raíz; luego si de la diferencia 488 puede restarse $3 \times 40 \times 2^2 + 2^3 = 3 \times 40 \times 4 + 8 = 488$ se tiene que el cociente 2 debe ser el segundo guarismo de la raíz. Lo mismo probariamos en cualquiera otra operacion. Asimismo se tiene que viendo cual es la diferencia que va de 488 quitando el triplo de las decenas por el cuadrado de las unidades, mas el cubo de las mismas unidades, esto es, $3ab^2 + b^3 = 3 \times 40 \times 2^2 + 2^3 = 488$, se ve desde luego que siendo en este caso la diferencia cero, debe ser la raíz racional; y en cualquier otro egemplo hallándonos en la misma ocasion, si no hubiese otro periodo que bajar, verificando una resta semejante á la que hemos hecho, la diferencia

nos indicaria si la raíz de la cantidad dada es racional ó irracional, y si hubiésemos de buscar algun otro guarismo de la raíz, bajariamos al lado de esta diferencia la primera nota, que seguiria de la otra casilla; y continuariamos la operacion como se ha dicho en la regla general. Esto se funda en que siendo por lo supuesto, a igual al primer guarismo de la raíz, y b igual al segundo, si hacemos $a+b=c$ será $(a+b)^3 = c^3$; luego $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=c^3$; lo que indica que lo mismo es restar de las dos primeras casillas de la cantidad dada el cubo de la suma de los dos primeros guarismos de la raíz, que es lo que hemos practicado en el núm. 553 pág 379, que restar de la misma cantidad el cubo del primer guarismo de la raíz, mas el triplo del cuadrado del mismo guarismo multiplicado por el segundo de la misma raíz, mas el triplo del primero de la raíz por el cuadrado del segundo, mas el cubo del segundo; porque por el axioma 3.º pág. 2, la diferencia que buscamos debe ser la misma. La misma razon valdria si se tuviesen que hallar mas guarismos en la raíz; porque hallándonos en semejante caso v. gr. con tres guarismos en la raíz, representariamos los dos primeros por a, y el otro por b &c.

557. La raíz cúbica de 46656 es cabalmente 36. La raíz tercera de 1732 es irracional; pues se halla ser 12, y sobran 4. La raíz cúbica prógima del número 69 es 4 y sobran 5. La raíz cuadrada cuadrada de 331776 es ± 24; porque tanto $+24$ como -24 elevados á la potencia cuarta dan 331776; así cuando se estrae la raíz de una cantidad positiva, si el esponente de la raíz es par el signo de la raíz debe ser $\pm$; porque tanto un número par de signos $+$ como un número par de signos $-$ combinados, dan $+$. Si se estrae la raíz de una cantidad negativa y el esponente de la raíz es par, habrá de dejarse en espresion; porque no hay ningun signo que combinado un número par de veces dé menos, y la dicha espresion se llamará cantidad imaginaria ó imposible; porque solo la imaginacion es la que tiene la facultad de comparar cosas contradictorias; así la raíz cuadrada cuadrada de -16 ni es $+2$, ni -2; pero sí que es una cantidad imaginaria ó imposible; y se espresa así $\sqrt[4]{-16}$.

558. Cuando el esponente de la raíz sea ímpar debe ponerse en la raíz el mismo signo de la cantidad de la que se estrae la raíz; porque segun lo demostrado (núm. 515 pág. 363) cuando el esponente de la potencia es ímpar, el signo de la potencia es el

mismo que el de la raíz. Así la raíz cuadrada cúbica de 33554432 es 32, y la cúbica de —76765625 es —425.

559. Siendo semejantes la multiplicacion con la elevacion, y la particion con la estraccion podemos deducir, que si en la particion cuando el divisor es un número que se componga de dos, tres ó mas factores, en vez de hacer la particion como se acostumbra, podemos (cor. 6.º núm. 98 pág. 202) efectuarla partiendo primero la cantidad dada por uno de los factores del divisor, el cociente resultante por el otro, y así siguiendo; y el último cociente es el que busca; tambien en la estraccion de raíces podremos descomponer el esponente de la raíz en factores, y en vez de estraer la raíz que nos indique el esponente que nos indica la calidad de la estraccion que se pide; estraeremos la raíz que nos indique uno de los factores de este esponente; de la raíz resultante, la raíz que nos indique otro de los factores, y así siguiendo hasta haber estraido la raíz que nos indique el último de los factores del esponente dicho, y esta última raíz será la que se pide v. gr. Si se hubiese de estraer la raíz sexta de 1073741824, *segun lo* dicho, en vez de estraer de un golpe la raíz de esta cantidad, siendo el esponente de la raíz $6=3\times2$, prodremos obtenerla sacando primero la raíz cuadrada de 1073741824 que es ±32768, y de esta sacar la raíz cúbica que es ±32, y así diriamos que la raíz cúbica cúbica de 1073741824 es ±32. Tambien habriamos obtenido la misma raíz ±32, si primeramente hubiésemos sacado la raíz cúbica de 1073741824 que es 1024, y de este resultado 1024 la raíz cuadrada, pues que tambien es ±32.

Si nos pidieren la raíz 24 de una cantidad; por ser $24=2\times2\times2\times3$, sacariamos sucesivamente tres raíces cuadradas y una cúbica, y la última raíz seria la raíz 24 de la tal cantidad. Discurriendo de este modo se podrá facilitar algun tanto la práctica de la estraccion de raíces.

560. Para estraer con facilidad la raíz cuadrada de cualquiera cantidad numérica entera téngase presente esta

REGLA GENERAL.

Lo 1.° Empiécese por la derecha, y divídase la cantidad en casillas, de modo que cada una conste de dos notas. (La primera casilla de la izquierda puede constar de menos notas).

Lo 2.° Sáquese la raíz cuadrada de la primera casilla de la izquierda; y escrita á la derecha de la cantidad propuesta, á manera de divisor, réstese su cuadrado de la casilla espresada.

Lo 3.° Á la derecha de esta diferencia escríbase la casilla segunda y sepárese con una coma el último guarismo.

Lo 4.° Lo que quede á la izquierda de la coma divídase por el duplo de la raiz hallada, cuyo divisor para hacer la operacion con sencillez se coloca debajo de lo separado con la coma.

Lo 5.° El cociente que resulte, póngase en la raíz á la derecha del guarismo anterior, póngase tambien al lado del duplo de la raíz hallada antes, é igualmente debajo de este mismo.

Lo 6.° Multiplíquese el duplo de la raíz hallada antes junto con el cociente, por el cociente, y el producto réstese del resíduo anterior junto con el resíduo que se le añadió.

Lo 7.° Á la derecha de la diferencia última escríbase la casilla siguiente, sepárese con una coma el último guarismo y se tendrá un nuevo dividendo.

Lo 8.° Por divisor de este dividendo póngase el duplo de la raíz hallada.

Lo 9.° Continúese cada operacion, como se dijo desde el precepto 3.° esclusive hasta el 8.° inclusive, hasta que no haya mas casillas que bajar; en cuyo caso si la última resta es cero, es señal de que la cantidad dada tiene raíz exacta; y sino, de que no la tiene.

Lo 10.° Si no se obtiene raíz exacta y se quiere continuar la operacion por decimales, añádanse á la resta dos ceros, sepárese uno con una coma, y divídase lo que quede á la izquierda por el duplo de toda la raíz hallada; y el cociente póngase en la raíz despues de la coma: luego se continuará todo lo que se quiera añadiendo dos ceros por cada guarismo que se intente sacar. v. gr.

561. Pídese la raíz cuadrada de 6916900.

```
6,91,69,00  |2630
4
-----
29,1
 4 6
   6
-----
27 6
-----
 156,9
  52 3
     3
-----
  1569
-----
     0
```

Divididas de dos en dos las notas de la cantidad propuesta, sáquese la raíz cuadrada de la primera casilla 6; y hallándose ser 2, escríbase el tal 2 á la derecha á manera de divisor. El cuadrado de la espresada raíz 2, es 4, que quitado de la casilla 6, sale la diferencia 2.

Al lado de esta diferencia 2 bájese la casilla siguiente 91, y sepárese el último guarismo 1, con una coma, y lo que queda á la izquierda de esta, que es 29, divídase por 4, duplo de la raíz hallada, que se ha colocado debajo de lo separado con la coma. El cociente 6 que resulta de partir 29 por 4 colóquese al lado de la raíz 2, colóquese tambien al lado del 4, y tambien debajo. Multiplíquese el 46 por el cociente 6, y el producto 276, restado de la cantidad 291 que se tenia de arriba, dará por resíduo 15.

A la derecha de esta diferencia 15 escríbase la casilla siguiente 69, sepárese el último guarismo 9 con una coma, y se tendrá á la izquierda de esta 156, cuya cantidad dividida por el duplo de la raíz hallada 26, que es 52 da por cociente 3, que se escribirá en la raiz al lado del 26; tambien se escribirá al lado del 52, y tambien debajo. Multiplíquese el 523 por el cociente 3, y se tendrá 1569, que quitado de la cantidad 1569 que se tenia de arriba queda cero.

Porque bajando la cuarta casilla, aun no se tiene cantidad alguna por dividendo, escríbase cero por cuarto guarismo de la raíz, y se tendrá que la raíz cuadrada de 6916900 es ± 2630.

El demostrar por estenso la regla dada seria cosa superflua atendiendo á lo que se ha dicho en los números 553 y 554; pero con todo siguiendo el mismo estílo que en los referidos números, diremos con Bezout que la inovacion que hemos visto esta fundada, en que como el cuadrado de una cantidad compuesta de dos partes contiene el cuadrado de la primera, el duplo de la primera multiplicada por la segunda, y el cuadrado de la segunda: se sigue que para hallar la primera parte de la raíz se deberá sacar la raíz cuadrada de la primera casilla de la izquierda, por

hallarse en ella el primer cuadrado: que para hallar la segunda, se deberá dividir el resíduo por el duplo de la raíz hallada, y que para comprobar la operacion se deberá multiplicar el duplo de la primera por la segunda, y la segunda por sí misma.

Á esto se reduce cabalmente el método que acabamos de declarar; porque cuando estraemos la raíz de una cantidad numérica; primeramente suponemos que el primer guarismo de la raíz es la primera parte de la raíz, y que el segundo guarismo de la misma raíz es la segunda parte de la raíz; luego que tenemos conocidos los dos primeros guarismos de la raíz, si la cantidad dada tiene mas de dos casillas, suponemos que los dos guarismos hallados forman la primera parte de la raíz, y que el otro guarismo de la raíz que vamos á buscar, forma la segunda parte de la misma raíz; luego que &c.

562. En la práctica de la estraccion de la raíz cuadrada se pueden omitir dos cosas: 1.ª el poner el cociente debajo del renglon donde se halla el duplo de la raíz hallada, y 2.ª el poner el producto de la multiplicacion; pues al mismo tiempo se puede ir egecutando la resta; v. gr. Si se estrae la raíz cuadrada de 524176, omitiendo las dos cosas que se han dicho, se hará como sigue:

```
52,41,76 |724
 34,1
 142
 ------
  577,6
  1444
 ------
    0
```

Divididas de dos en dos las notas de la cantidad dada, sáquese la raíz cuadrada de la primera casilla 52, y hallándose ser 7, escríbase á manera de divisor y dígase, el cuadrado de 7 es 49, de 49 á 52 van 3 que se pone debajo del 52.

Al lado de este 3 bájese la casilla siguiente 41, sepárese el 1, y dígase: 34 partido por 14, duplo de la raíz hallada, da 2 por cociente, el que colocado á la derecha de la raíz 7 y del 14, dígase: 2 por 2 son 4, de 4 á 11 van 7, y llevo 1; 2 por 4 son 8 y 1 que llevaba son 9, de 9 á 14 van 5 y llevo 1; 2 por 1 son 2 y 1 que llevaba son 3, de 3 á 3 va cero.

Á la derecha de esta diferencia 57 escríbase la casilla siguiente 76, sepárese el 6, y dígase: 577 partido por 144, duplo de la raíz hallada, da 4 por cociente, el cual despues de escrito á la derecha de la raíz 72 y del 144, multiplíquese el 1444 por 4, como si estuviese este debajo por multiplicador, y á proporcion que se haga la multiplicacion réstese del 5776, diciendo: 4 por 4 son

16 de 16 á 16 va cero y llevo 1; 4 por 4 son 16 y uno que llevaba son 17, de 17 á 17 va cero y llevo 1; 4 por 4 son 16 y 1 que llevaba son 17, de 17 á 17 va cero y llevo 1; 4 por 1 son 4 y 1 que llevaba son 5, de 5 á 5 va cero: por consiguiente resulta cero que es señal de que el 524176 tiene raíz exacta, y que es ± 724.

563. La raíz segunda de 16 es ± 4, la de 64 es ± 8, la de 144 es ± 12, la de 625 es ± 25, la de 7056 es ± 84, la de 116964 es ± 342, la de 44100 es ± 210, la de 250000 es ± 500 y la de 40373316 es ± 6354.

ADVERTENCIAS.

564. 1.ª Los términos intermedios de las potencias de la Tabla Sintético-Analítica denotan lo mas que puede sobrar en cada operacion de cualquiera raíz. El cuadrado de $a+b$ en su término intermedio $2ab$, nos da á entender que lo mas que puede sobrar en cada operacion de la estraccion de la raíz cuadrada, es el *duplo* de la raíz hallada: y es así, porque si á una potencia cuadrada se le añadiere el duplo de su raíz, mas la unidad se tendria el cuadrado prógimo mayor; como si al cuadrado de 4, que es 16, se le añadiera el duplo de la raíz 4, que es 8, mas la unidad, se tendria $16+8+1=25$, cuya raíz ya llegaria á 5. De ahí nace, que si á el fin de la estraccion de la raíz cuadrada sobra algo, en vez de continuar la operacion por decimales, puede formarse un quebrado á la derecha de toda la raíz hallada, escribiendo lo que sobró por numerador, y el duplo de toda la raíz hallada, mas la unidad, por denominador; y así la raíz cuadrada de 43 será por aproximacion $6\frac{7}{13}$.

565. 2.ª Si la estraccion fuere de raíz cúbica, denotan los términos intermedios $3a^2b+3ab^2$ del cubo de $a+b$, que lo mas que puede sobrar en cada operacion, es el triplo del cuadrado de la raíz, mas el triplo de la raíz. Y es así; porque si una potencia tercera se le juntáre el triplo del cuadrado de su raíz, mas el triplo de su raíz, mas la unidad, se tendria la potencia tercera prógima mayor; esto es se tendria un cubo resultado de una raíz aumentada por la unidad; como si al cubo de la raíz 4, que es 64, se le añade el triplo de su cuadrado 16, que es 48, mas el triplo de su raíz 4, que es 12, mas la unidad, se tendrá $64+48+12+1=125$, cuya raíz cúbica es $4+1=5$. De esto

se deduce que cuando al fin de la estraccion de la raíz cúbica sobra algo, en vez de continuar la operacion por decimales, puede (aunque no con tanta exactitud) formarse un quebrado, escribiendo sobre una línea lo que sobró por numerador, y debajo el triplo del cuadrado de toda la raíz hallada, mas el triplo de la misma raíz, mas la unidad, por denominador; y así la raíz cúbica de 157 será aproximadamente $5\frac{32}{91}$ avos.

566. 3.ª Puede ahorrarse algun tanto de trabajo en la práctica de la estraccion de raíces cuadradas, si se sigue lo que propone Newton en su aritmética universal, el cual dice, que cuando se han sacado la mitad de los guarismos de la raíz, ó la mitad y uno mas, se pueden sacar los otros dividiendo el resíduo por el duplo de lo hallado antes v. gr.

Habiendo de estraer la raíz cuadrada de 4197456369 se hará lo que se ha dicho (núm. 562 pág. 393) y aquí se presenta hasta haber sacado los tres primeros guarismos de la raíz 647, y despues se dividirá la resta que queda por el duplo de 647 para hallar los otros dos guarismos de la raíz; que aquí son cinco. Los dos guarismos 87 se pondrán á la derecha de los anteriores y se tendrá que la raíz cuadrada de 4197456369 es ±64787.

```
41,97,45,63,69 | 64787
 5 9,7
 1 2 4
----------
 1 0 1 4,5
  1 2 8 7
----------------
  1 1 3 6 6 3 6 9 | 1294
   1 0 1 4 3      | 87
    1 0 8 5
```

Cuando uno quiere estraer raíces con mucha aproximacion se vale por lo regular de esta abreviacion, por egemplo; si se me antojase estraer la raíz cuadrada de 29, con 17 guarismos decimales á mas del guarismo entero, sacaria en primer lugar por el método regular los nueve primeros guarismos; despues la resta la dividiria por el duplo de la raíz hallada, en cuya particion despues de hallados nueve guarismos en el cociente, los pondria estos á la derecha de los otros nueve guarismos hallados y sabria que la raíz cuadrada de 29 es 5, y á mas las 17 notas decimales que seguirian despues del cinco.

567. 4.ª Tambien en la estraccion de raíces cúbicas, despues de haber hallado la mitad de los guarismos de la raíz y uno mas, pueden obtenerse los otros guarismos restantes, partiendo el resíduo por el triplo del cuadrado de la raíz hallada; v. gr. Si se

propusiera hallar la raíz cúbica de 12, con diez notas decimales, se haria la operacion por el método ordinario hasta haber hallado los seis primeros guarismos de la raíz, y despues se partiria el resíduo por el triplo del cuadrado de los seis guarismos hallados para hallar los otros cinco guarismos de la misma raíz.

568. Para estraer la raíz de un incomplexo literal hay que atender á signos, coeficientes, letras, y esponentes.

En punto á los signos, la regla que hay que practicar es, que si el esponente de la raíz es impar, el signo de la raíz debe ser el mismo que el del incomplexo del que se estrae la raíz; porque cuando sube la raiz á la potencia, si el esponente de la potencia es impar, el signo de la potencia es el mismo que el de la raíz. Si el esponente de la raíz es par, se mira que signo lleva el incomplexo dado; si lleva el signo positivo, se debe poner en la raíz el signo de ambiguedad $\pm$; porque cuando sube la raíz á la potencia, si el esponente de la potencia es par, ya lleve la raíz el signo $+$ ya $-$, el signo de la potencia es siempre positivo. Si el incomplexo dado lleva el signo $-$, siendo par el esponente de la raíz, no se puede verificar la estraccion, porque no hay ningun signo que combinado un número par de veces dé por producto $-$. En este último caso se indica la raíz del incomplexo ó cantidad dada, anteponiéndole el signo radical con el esponente de aquella potencia, de que se pide la raíz; por consiguiente la raíz cúbica cúbica de $-3x^2z$ se espresará así $\sqrt[6]{-3x^2z}$; y á esta y semejantes espresiones se les dá el nombre de cantidades ó espresiones imaginarias: segun se habia dicho (num. 557 pag. 389).

En punto á los coeficientes, como son números, se sacará la raíz que indique el esponente que señale el género de la raíz que se ha de estraer, por las reglas dadas.

En punto á las letras, se han de poner en la raíz las mismas que haya en la potencia; porque lo mismo se hace cuando sube la raíz á la potencia.

En punto á los esponentes, se debe partir el esponente de cada letra de la potencia por el esponente de la raíz; porque siendo la elevacion diametralmente opuesta á la estraccion, es claro que si cuando se eleva un incomplexo á una potencia, se ha de multiplicar el esponente de cada letra del incomplexo por el esponente de la potencia; cuando se estraerá una raíz de un incomplexo, se deberá partir el esponente de cada letra del incomplexo por el esponente de la raíz v. g.

569. Pídese la raíz cuarta de $16a^8b^4$.

$$\sqrt[4]{16a^8b^4} = \pm 2a^2b$$

Escríbase el $16a^8b^4$ anteponiendole el signo radical con el esponente 4.

Empiécese la estraccion, diciendo: por ser par el esponente de la raíz y por llevar signo positivo el $16a^8b^4$, el signo de la raíz debe ser el de ambigüedad: y por lo tanto escríbase en la raíz el signo $\pm$. Continúese con el coeficiente, diciendo: la raíz cuarta de 16 es 2: escríbase este 2 en la raíz á la derecha del signo $\pm$. Mírense despues las letras y esponentes que haya en el incomplexo $16a^8b^4$; pónganse en la raíz, á continuacion del ± 2, las letras a y b; por esponente de la a de la raíz, escríbase 2, que es el cociente del esponente 8 de la letra a de la potencia, partido por el esponente 4 de la raíz; y por esponente de la b de la raíz, escríbase tambien el cociente del esponente de la letra b de la potencia, que es 4, partido por el esponente 4 de la raiz, cuyo esponente por ser 1 se omitirá. Con esto se tendrá que la raíz cuarta de $16a^8b^4$ puede ser $2a^2b$ y tambien $-2a^2b$.

570. La raíz cuarta de $-16a^8b^4$ se habrá de dejar en espresion; porque no puede ser ni $2a^2b$, ni tampoco $-2a^2b$; y así se dirá que es la cantidad imaginaria $\sqrt[4]{-16a^8b^4}$.

571. Si se pide la raíz cúbica de $8a^3z$, por ser 3 el esponente de la raíz, se pondrá en la raíz el mismo signo que lleva el monomio $8a^3z$, y por ser $+$ tambien podrá omitirse; luego al lado de la raíz cúbica de 8, que es 2, se escribirán las letras a y z del mismo monomio $8a^3z$, poniendo 1 por esponente de la a por ser $3:3=1$; y $\frac{1}{3}$ por esponente de la z por ser $1:3=\frac{1}{3}$: con esto se tendrá que $\sqrt[3]{8a^3z}=2az^{\frac{1}{3}}$. Si se pide la raíz cúbica de $-8a^3z$ por ser impar el esponente de la raíz, el signo de la raíz será $-$, porque lo lleva el monomio $-8a^3z$, y así $\sqrt[3]{-8a^3z}=-2ab^{\frac{1}{3}}$.

572. La raíz quinta de $8a^2b^{10}$ es $8^{\frac{1}{5}}a^{\frac{2}{5}}b^2$; al 8 se le sobreentiende por esponente 1, y no teniendo el 8 raíz quinta exacta, se saca la raiz del 8 como si fuese una letra, y por esto se le pone $\frac{1}{5}$ por esponente: la raíz cuadrada de $7x^3z$ es $7^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}}z^{\frac{1}{2}}$; la raiz septima de $-128a^7pq^2$ es $-2ap^{\frac{1}{7}}q^{\frac{2}{7}}$; la raiz cúbica de $729a^3z^6$ es $9az^2$;

la raíz cúbica cúbica de $a^{\frac{2}{3}}$ es $a^{\frac{2}{9}}$; y la raíz cuadrada de $\sqrt[3]{a}$ es $a^{\frac{1}{6}}$, y es así porque $\sqrt[3]{a}=a^{\frac{1}{3}}$; luego $\sqrt{\sqrt[3]{a}}=\sqrt{a^{\frac{1}{3}}}=a^{\frac{1}{6}}$.

573. Para estraer cualquiera raíz de una cantidad complexa literal, *se ordenan los términos de modo que en primer lugár se halle aquel término que lleve una letra con mayor esponente; en segundo lugar se escribe el término que lleve aquella misma letra con un esponente inmediato menor; y se continúa de esta manera mientras se hallan términos con letras de aquella misma especie, y los demas términos se arreglan por una regla semejante.* Ordenados así los términos se sigue en la estraccion una regla análoga á la que se ha dado (num. 552 pag. 378) para estraer la raíz de una cantidad numérica: *se estrae la raíz del primer término; en seguida cada vez que se halla un término en la raíz se resta del complexo dado toda la raíz hasta allí encontrada levantada á la potencia que indica el esponente de la raíz; y luego se divide siempre cada uno de estos resíduos por la potencia penúltima de la raíz hallada multiplicada por el esponente de la raíz para hallar en cada particion un término de la raíz; y en fin la suma de todos los terminos que se hallen en la raíz* (si es que sean en número finito) *será la raíz que se pidiere.* v. gr.

574. Pídese la raíz cuarta de $81a^{12}+16b^{8}+216a^{6}b^{4}-216a^{9}b^{2}-96a^{3}b^{6}$.

$81a^{12}-216a^{9}b^{2}+216a^{6}b^{4}-96a^{3}b^{6}+16b^{8}$ | $3a^{3}-2b^{2}$... *Raíz*
$-81a^{12}$

Resta..$-216a^{9}b^{2}+216a^{6}b^{4}-96a^{3}b^{6}+16b^{8}$ | $108a^{9}$
$-2b^{2}$

De la cantidad dada...$81a^{12}-216a^{9}b^{2}+216a^{6}b^{4}-96a^{3}b^{6}+16b^{8}$
restando $(3a^{3}-2b^{2})^{4}=81a^{12}-216a^{9}b^{2}+216a^{6}b^{4}-96a^{3}b^{6}+16b^{8}$

da por resíduo.............0

Luego la raíz cuarta de la cantidad dada es $3a^{3}-2b^{2}$

Ordeno primero los términos por la letra *a* como lo mani-

fiesta el egémplo. Saco despues la raíz cuarta de $81a^{12}$, que es $3a^3$, y la escribo á la raíz. En seguida elevo $3a^3$ á la cuarta potencia, y escribo el producto $81a^{12}$, con signo contrario, debajo del término $81a^{12}$ de la cantidad propuesta, y queda destruido.

Elevo la raíz $3a^3$ á la tercera potencia, que es $27a^9$, y escribo su cuádruplo $108a^9$ debajo de la raíz $3a^3$, el que sirve para dividir el primer término $-216a^9b^2$ de la resta. Hecha la division, saco el cociente $-2b^2$ que lo escribo á la raíz. Levanto la raíz hallada $3a^3-2b^2$ á la cuarta potencia, y el resultado lo resto de la cantidad propuesta, y como da cero por diferencia, digò que la raíz cuarta de $81a^{12}-216a^9b^2+216a^6b^4-96a^3b^6+16b^8$ es $3a^3-2b^2$. Si hubiese de haber otro término mas en la raíz consideraria $3a^3-2b^2$ como una sola cantidad, con la cual practicaria, para hallar el tercer término, lo mismo que he practicado con $3a^3$, para hallar el segundo.

575. La raíz cúbica de $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$, es $a+b$; la raíz cuarta de $a^8+8a^7b+28a^6b^2+56a^5b^3+70a^4b^4+56a^3b^5+28a^2b^6+8ab^7+b^8$, es $a^2+2ab+b^2$; y la raíz quinta de $32a^5+240a^4b+720a^3b^2+1080a^2b^3+810ab^4+243b^5$, es $2a+3b$.

576. Para estraer con facilidad la raíz cuadrada de las cantidades literales complexas, se sigue un método análogo al que se ha observado (núm. 560) para estraer la de las cantidades numéricas: *se ordenan, se estrae la raíz del primer término, y luego se divide siempre por el duplo de la raíz hallada.* v. gr.

577. Se pide la raíz cuadrada de $49a^8+4n^6+36z^{10}+28a^4n^3-84a^4z^5-24n^3z^5$

$49a^8+28a^4n^3-84a^4z^5+4n^6-24n^3z^5+36z^{10}$	$7a^4+2n^3-6z^5$... *Raiz.*
$-49a^8$	
1.ª .. $+28a^4n^3-84a^4z^5+4n^6-24n^3z^5+36z^{10}$	$14a^4+2n^3$
$-28a^4n^3 \quad -4n^6$	$+2n^3$
2.ª .... $-84a^4z^5-24n^3z^5+36z^{10}$	$14a^4+4n^3-6z^5$
$+84a^4z^5+24n^3z^5-36z^{10}$	$-6z^5$
3.ª 0	

Ordenados los términos de la cantidad por a como se presenta en el egemplo; tomo la raíz cuadrada del primer tér-

mino $49a^8$ que es $7a^4$, y la escribo á la raíz, y escribo su cuadrado con el signo $-$ debajo de $49a^8$; hecha la reduccion, resta $+28a^4n^3-84a^4z^5+4n^6-24n^3z^5+36z^{10}$.

A la derecha de esta resta escribo por divisor el duplo de la raíz hallada $7a^4$, que es $14a^4$. Parto el primer término $+28a^4n^3$ por $14a^4$, y el cociente $+2n^3$ despues de escrito al lugar que corresponde, le escribo á continuacion del primer término de la raíz $7a^4$, y tambien le escribo al lado del duplo $14a^4$ de la raíz. Multiplico el total $14a^4+2n^3$ por el mismo cociente $+2n^3$; escribo los productos, despues de mudados sus signos, debajo de la 1.ª resta $+28a^4n^3-84a^4z^5+4n^6-24n^3z^5+36z^{10}$, hago la reduccion, y sale por 2.ª resta $-84a^4z^5-24n^3z^5+36z^{10}$.

Escribo por divisor de esta 2.ª resta el duplo de la raíz hallada $7a^4+2n^3$, que es $14a^4+4n^3$. Parto el primer término $-84a^4z^5$ por el primer termino $14a^4$ del divisor: saco el cociente $-6z^5$, el cual despues de escrito debajo del divisor, le escribo á continuacion de la raíz $7a^4+2n^3$, y tambien á continuacion del duplo $14a^4+4n^3$ de la raíz. Multiplico esta última suma $14a^4+4n^3-6z^5$ por el cociente $-6z^5$, y mudando los signos de los productos al paso que los formo, escribo estos productos debajo de la segunda resta. Hago luego la reduccion y me sale cero por 3.ª resta. De donde infiero que la raíz cuadrada de $49a^8+28a^4n^3-84a^4z^5+4n^6-24n^3z^5+36z^{10}$ es $7a^4+2n^3-6z^5$.

578. La raíz cuadrada de $a^2+2ab+b^2$ es $a+b$; la de $a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$ es $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$; la de $25b^2+60ab+36a^2$ es $5b+6a$; la de $4b^6-20b^3c+9a^4+12a^2b^3-30a^2c+25c^2$ es $2b^3+3a^2-5c$; y la de $9b^2+4a^2+16c^2-12ab-24bc+16ac$ es $2a-3b+4c$.

579. Para estraer la raíz de un quebrado redúzcase á menor ó mayor espresion, si fuere menester. Sáquese luego la raíz del numerador, y escríbase sobre una línea por numerador. Sáquese en fin la raíz del denominador; y escrita debajo por denominador, se tendrá un quebrado nuevo tal, que será la raíz que se pidiere; v. g.

580. Pídese la raíz cuadrada de $\frac{18}{162}$ avos. Tómese la mitad del numerador y del denominador, y saldrá $\frac{9}{81}$ avos, cuya raíz cuadrada es $\frac{3}{9}$. Si el quebrado $\frac{18}{162}$ se reduce á la mas mínima espresion, sale $\frac{1}{9}$, cuya raíz segunda es $\frac{1}{3}=\frac{3}{9}$. La raíz

tercera de $\frac{27}{125}$ avos es $\frac{3}{5}$; y la cúbica de $\frac{512}{1728}$ es $\frac{2}{3}$. La raíz cuarta de $\frac{16}{2401}$ es $\frac{2}{7}$; y la cuadrada cuadrada de $\frac{6561}{20736}$ avos es $\frac{9}{12}$, ó bien $\frac{3}{4}$. La raíz quinta de $\frac{1}{243}$ es $\frac{1}{3}$, y la cuadrada cúbica de $\frac{16807}{4084101}$ se encuentra ser $\frac{7}{21}$, y reduciendo el quebrado $\frac{16807}{4084101}$ á la mas mínima espresion, saldrá de golpe $\frac{1}{3}$. La raíz sexta de $\frac{117649}{1771561}$, la del sexto grado de $\frac{352947}{5314683}$, y la cúbica cúbica de $\frac{1411788}{21258732}$, es $\frac{7}{11}$. Cuando en la resolucion de esta especie de raíces te verás atacado, multiplica el denominador por el numerador del quebrado propuesto; y si el producto tiene exacta la raíz que te pidieren, la tendrá igualmente el numerador y el denominador del quebrado dado.

581. La raíz cuadrada de $\frac{9x^4}{16z^6}$ es $\frac{3x^2}{4z^3}$. Y es así; porque la raíz de los coeficientes es $\frac{3}{4}$, y la mitad de los esponentes, del uno es 2, y del otro es 3. La raíz segunda de $\frac{64x^{\frac{4}{3}}}{81x}$ es $\frac{8x^{\frac{2}{3}}}{9x^{\frac{1}{2}}}$: pero la raíz cuadrada de $\frac{49z^{\frac{2}{3}}}{169z^9}$ se encuentra ser $\frac{7z^{\frac{1}{3}}}{13z^{4\frac{1}{2}}}$

582. La raíz tercera de $\frac{27x^6}{64z^9}$ es tambien $\frac{3x^2}{4z^3}$. Y es así; porque la raíz tercera de los coeficientes es $\frac{3}{4}$, y el tercio de los esponentes, el uno es 2, y el otro 3.

583. Lo dicho se funda en que como para elevar á potencias un quebrado se ha de elevar á potencia el numerador y el denominador; se sigue que para estraer raíces de un quebrado se debe estraer la raíz del numerador y del denominador.

584. Para estraer la raíz de un entero y quebrado, redúzcanse los enteros á la especie de su quebrado, y en lo demas prosígase como queda advertido; v. gr.

585. La raíz segunda de $23\frac{13}{36}$ avos, esto es, de $\frac{841}{36}$ avos, es $\frac{29}{6}$, ó bien $4\frac{5}{6}$: pero la cuadrada de $\frac{-60+16+225-60}{25} = \frac{-120+841}{25} = \frac{121}{25} = 4\frac{21}{25}$, es $3-\frac{4}{5}$, ó bien $2\frac{1}{5}$; y la de $\frac{x^8+2x^5z+x^2}{z^2} = \frac{x^8z^2+2x^5z+x^2}{z^2}$ es $x^4+\frac{x}{z} = \frac{x^4z+x}{z}$; pero la de $\frac{v^2+2vxz+x^2}{z^2} = \frac{v^2z^2+2vxz+x^2}{z^2}$ es $\frac{vz+x}{z} = v\frac{x}{z}$; y la de $\frac{x^2+2z^3+z^6}{x^2}$ es $\frac{x^2+z^3}{x} = x+\frac{z^3}{x}$

586. Si el numerador ó denominador de un quebrado no tu-

viere raíz exacta, antepóngasele el signo radical con su *propio esponente*; y así la raíz segunda de $\frac{12}{16}$, figúrese así $\sqrt{\frac{12}{16}}$, y la cuadrada de $\frac{17a^3}{25a^4}$ así $\sqrt{\frac{17a^3}{25a^4}}$.

587. Se ha visto del modo que debe hallarse una cualquiera raíz de cualquiera cantidad complexa literal; pero á pesar de que las reglas dadas son escelentes para hallar con toda exactitud la raíz de aquellas cantidades complexas, que son una potencia perfecta del grado cuya raíz se pide; no por esto dejan de ser muy engorrosas, cuando debemos buscar por aproximacion la raíz de aquellas cantidades, que son potencias imperfectas del grado de la raíz que se busca; porque en este caso no pudiendo hallar la raíz con exactitud, deberiamos aproximarnos á esta buscando una serie de términos que harían la operacion larga y penosa. Así pues si observamos que toda cantidad debe considerarse elevada á la potencia 1, v. g. $3a^2=(3a^2)^1$ y $a+b=(a+b)^1$; podremos desde luego obtener la raíz que se busca, partiendo el esponente de la potencia, que será 1 (si es que ya no haya otro esponente) por el *esponente* de la raíz, por egemplo, si se ha de estraer la raíz cúbica de $a+b$, como $a+b=(a+b)^1$ partiremos el esponente 1 de la potencia, $a+b$, por el esponente 3 de la raíz, así $\sqrt[3]{a+b}$ $=(a+b)^{\frac{1}{3}}$; luego la raíz cúbica de $a+b$, es $(a+b)^{\frac{1}{3}}$. Una vez obtenida la raíz por este método podremos (núm. 526 pag. 368) elevar el complexo $a+b$ á la potencia $\frac{1}{3}$, y con esta elevacion conseguiremos con mas facilidad la serie de términos que nos habrian salido en el cociente.

588. Buscando (núm. 546 pag. 377) la fórmula para elevar un infinitomio á la potencia n, podremos, por el método dado en el número antecedente, buscar la serie de términos ó la *raíz* proxima que nos saldria en una cualquiera estraccion de un complexo; por egemplo, si nos propusiéramos estraer la raíz séptima de $9a^3+x^4-2z^3-8m^2+3m-n$, elevaríamos este complexo á la potencia $\frac{1}{7}$ haciendo la substitucion correspondiente, y á proporcion que iriamos sacando mas términos de la serie que nos saldria, seria mas próxima la raíz.

589. Para examinar la práctica de la estraccion de las raíces, levántese toda la raíz hallada al grado que indíca su esponente;

y si añadiendo lo que sobró á el fin del análisis (caso que la raíz sea irracional) sale una cantidad igual á aquella, de que se estrajo la raíz, estará exacta la operacion; v. gr.

590. Pídese la raíz segunda de 2209. Practicando lo que se dijo (num. 560 pág. 390) se hallará, que la raíz cuadrada de 2209 es justamente 47. Y es así; porque multiplicando la raíz 47 por sí misma, sale con exactitud el número 2209. Es del caso ser diestro en el manejo de las raíces, y especialmente de la cuadrada; por esto puedes entretenerte á mirar, y luego examinar si la raíz cuadrada de 236196 es exactamente 486; si la de 57820816 es 7604; la de 8106121156 es 90034; la de 267289000000 es 517000; y si la de 40973057040520 es proximamente 6401020, y 120. 12802041 avos. No dejes de cerciorarte, si la raíz cuadrada de $\frac{676}{2704}$ es $\frac{26}{52}$ avos, ó $\frac{1}{2}$; si la de $\frac{44100}{160801}$ es 210. 401 avos; la de $8\frac{17}{64}$ es $\frac{23}{8}=2$, y $\frac{7}{8}$; y la de $145\frac{3616}{3969}$ es $12\frac{5}{63}$. Habiendo estraido la raíz de las cantidades, que aquí te presento, podrás entretenerte á estraer la raíz cuadrada de cada renglon de la Tabla Sintético-Analítica; y si esto aun no te basta, diviertete en estraer la de $x^9+9x^8z+36x^7z^2+84x^6z^3+126x^5z^4+126x^4z^5+84x^3z^6+36x^2z^7+9xz^8+z^9$, y la de $x^{10}+10x^9z+45x^8z^2+120x^7z^3+210x^6z^4+252x^5z^5+210x^4z^6+120x^3z^7+45x^2z^8+10xz^9+z^{10}$.

591. La raíz cuadrada de 84637 es 290, y sobran 537. La raíz hallada 290 cuádrese; y porque añadiendo al cuadrado, que salió, el número 537, que sobró, resulta el número dado 84637, dígase que está exacta la operacion. Examina ahora si la raíz cuadrada cuadrada de 43688001896I es justamente 813; si la cuadrada cúbica de 5436343 es 23; si la cúbica cúbica de 2985987 es 12, y sobran 3. Caso en fin que el tiempo te sobre, podrás emplearte en estraer raíces numéricas y literales de otros y semejantes grados, y te será mas útil este entretenimiento, que el dar lugar á la ociosidad.

DEL CALCULO DE LAS CANTIDADES AFECTAS del signo $\sqrt{\ }$.

592. *Se llama cantidad radical á aquella que se halla afecta del signo* $\sqrt{\ }$. v. g. $\sqrt{a}$, $\sqrt[3]{b}$, y $\sqrt[7]{3a^4}$ son canti-

dades radicales; porque las cantidades a, b, y $3a^4$ se hallan afectas del signo $\sqrt{\ }$. Cualquiera cantidad puede esprimirse acompañada del signo $\sqrt{\ }$ con cualquier esponente, y para esto no deberá hacerse mas que elevar la cantidad que queramos esprimir á la misma potencia que lleve el signo $\sqrt{\ }$: así $x = \sqrt[2]{x^2} = \sqrt[3]{x^3} = \sqrt[4]{x^4} = \sqrt[n]{x^n}$; porque toda cantidad es raíz de sus potencias, como se ve $\sqrt[n]{x^n} = x^{\frac{n}{n}} = x$.

593. Se llaman términos semejantes en las radicales, aquellos que tienen debajo del radical una misma cantidad, siendo el mismo el esponente del radical: de manera que solo se pueden diferenciar en el signo y coeficiente que hay antes de las radicales. Así son términos semejantes $-3a\sqrt{b^2x}$ y $4a\sqrt{b^2x}$; pero son diferentes $-5a^2\sqrt{bc}$ y $-5a^3\sqrt{mn}$.

594. Como hay raíces *racionales*, *irracionales*, ó *surdas*, é *imaginarias*, ó *imposibles* es claro que espresándonos toda cantidad radical la raíz de la cantidad que está debajo del signo $\sqrt{\ }$; habrá radicales *racionales*, radicales *irracionales*, y radicales *imaginarias*, así $\sqrt{9}$ será una radical racional; porque $\sqrt{9} = 3$ que es cantidad racional: $\sqrt{7}$ es una radical irracional; porque la raíz cuadrada de 7 es irracional: $\sqrt{-7}$ y $\sqrt{-9}$ seran radicales ó espresiones imaginarias; porque solo la imaginacion tiene la facultad de concebir su resultado; pero $\sqrt{ab}$, y lo mismo el de cualquiera otra cantidad algebráica, será racional, ó irracional, segun sean las cantidades por quienes las letras suponen, v. g. si $a=4$ y $b=16$, $\sqrt{ab}$ será racional; porque $\sqrt{ab} = \sqrt{a \times b} = \sqrt{4 \times 16} = \sqrt{64} = 8$; pero si $a=5$ y $b=7$, $\sqrt{ab}$ sera irracional; porque $\sqrt{ab} = \sqrt{5 \times 7} = \sqrt{35} = 5$ mas una fraccion que no es posible espresarla sino por aproximacion. Si es que una letra pueda representar una cantidad negativa tambien $\sqrt{ab}$ puede ser una espresion imaginaria v. g. sea $a=4$ y $b=-16$ será $\sqrt{ab} = \sqrt{4 \times -16} = \sqrt{-64}$ que es espresion imaginaria.

595. Cuando la cantidad que está debajo del signo radical puede descomponerse en factores y alguno de estos es una potenciá exacta de esponente igual al del signo radical; podemos trasladar el radical á otra espresion mas simple: *sacando la raíz que nos indique el esponente del radical del factor que la tiene exacta, y multiplicando el resultado por la raíz del otro.*

v. g. Si nos dan esta espresion $\sqrt{72}$ como $72=36\times2$ y $\sqrt{36}=6$, será $\sqrt{72}=\sqrt{36\times2}=6\times\sqrt{2}$, y como á toda cantidad que está fuera y al lado del signo radical sin interposicion de signo, se le sobreentiende la señal $\times$, será $6\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$ y por lo tanto $\sqrt{72}=6\sqrt{2}$. Igualmente $\sqrt[3]{\frac{8}{9}}$ por ser $\frac{8}{9}=8\times\frac{1}{9}$, y $\sqrt[3]{8}=2$, será $\sqrt[3]{\frac{8}{9}}=\sqrt[3]{8\times\frac{1}{9}}=2\sqrt[3]{\frac{1}{9}}$: $\sqrt{\frac{3}{4}}$, por ser $\frac{3}{4}=3\times\frac{1}{4}$ y $\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$ será $\sqrt{\frac{3}{4}}=\sqrt{3\times\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{3}$: y en general $\sqrt[n]{a^nb^m}$, por ser $a^nb^m=a^n\times b^m$ y $\sqrt[n]{a^n}=a^{\frac{n}{n}}=a$; será $\sqrt[n]{a^nb^m}=a\sqrt[n]{b^m}$.

596. Si observamos que el esponente del signo radical en las raíces espresadas con el, equivale al denominador del esponente de las raíces puestas á forma de fraccion v. g. en esta espresion $\sqrt[n]{x^a}=x^{\frac{a}{n}}$ que el esponente del radical $\sqrt[n]{x^a}$ equivale al denominador n del esponente $\frac{a}{n}$ de la espresion $x^{\frac{a}{n}}$; podremos deducir que el esponente del radical puede compararse con el denominador de un quebrado; y el esponente de la cantidad que está debajo del radical puede compararse con el numerador. De esto inferiremos que si cuando se aumentan ó disminuyen los dos términos de un quebrado por una misma tercera el quebrado resultante es igual; tambien cuando en las cantidades radicales aumentemos ó disminuyamos por unas mismas terceras, el esponente del radical, y el esponente de la cantidad que está debajo del tal signo, el resultado debe ser igual, por egemplo si en el radical $\sqrt[n]{x^a}$ multiplicamos el esponente n del radical por una tercera s, y el esponente a de la cantidad x que está debajo del radical por la misma tercera s, el resultado $\sqrt[ns]{x^{as}}$ debe ser igual al mismo radical: así $\sqrt[n]{x^a}=\sqrt[ns]{x^{as}}$. En esto está fundado el que cuando nos dan dos ó mas cantidades radicales de diferente esponente podemos reducirlas á un mismo signo radical, sin que varien sus cantidades de valor. Tambien si en el radical $\sqrt[ns]{x^{as}}$ dividimos el esponente ns del radical por una cantidad s; y el esponente as de la cantidad x^{as}

por la misma tercera s; el resultado $\sqrt[s]{x^a}$ debe ser igual al radical dado $\sqrt[as]{x^{as}}$; así $\sqrt[as]{x^{as}}=\sqrt[s]{x^a}$.

597. Dadas dos ó mas radicales se pueden reducir á un mismo esponente radical: *multiplicando el esponente de cada radical y el esponente de la cantidad que esté debajo del mismo radical: por el producto de los esponentes de los otros radicales* v. g. Si se han de reducir $\sqrt[3]{a}$ y $\sqrt[4]{b}$ á un mismo esponente radical; multiplicaré primero entrambos esponentes de $\sqrt[3]{a}$ por el esponente radical 4 del otro radical $\sqrt[4]{b}$, y tendré $\sqrt[3]{a}=\sqrt[12]{a^4}$, y despues multiplicaré entrambos esponentes de la radical $\sqrt[4]{b}$ por el esponente radical 3 del otro radical $\sqrt[3]{a}$ y tendré $\sqrt[4]{b}=\sqrt[12]{b^3}$; así las radicales $\sqrt[3]{a}$ y $\sqrt[4]{b}$ reducidas á un mismo esponente radical son $\sqrt[12]{a^4}$ y $\sqrt[12]{b^3}$. Asimismo queriendo reducir á un mismo esponente radical las cantidades $\sqrt{a^3b}$, $\sqrt[3]{x^2z^4}$ y $\sqrt[4]{m^5n^2}$, multiplicaré entrambos esponentes de signo y potencia en cada radical, por el producto de los esponentes de los otros signos radicales, y tendré que $\sqrt{a^3b}=\sqrt[24]{a^{36}b^{12}}$, que $\sqrt[3]{x^2z^4}=\sqrt[24]{x^{16}z^{32}}$ y que $\sqrt[4]{m^5n^2}=\sqrt[24]{m^{30}n^{12}}$: ó en conclusion diré que las radicales $\sqrt{a^3b}$, $\sqrt[3]{x^2z^4}$ y $\sqrt[4]{m^5n^2}$ reducidas á un mismo esponente radical son iguales á $\sqrt[24]{a^{36}b^{12}}$, $\sqrt[24]{x^{16}z^{32}}$, $\sqrt[24]{m^{30}n^{32}}$.

598. Aunque en las operaciones de sumar, restar &c. cuando hemos egecutado operaciones en que habia letras cuyos esponentes eran una fraccion, segun vemos, hemos verificado reglas de radicales, no obstante como pueden ocurrir algunas dudas vamos á egercitarnos en su cálculo.

599. Las cantidades afectas del signo radical se suman del mismo modo que las demas cantidades algébraicas: *se ponen las unas á continuacion de las otras con los mismos signos que llevan, haciendo la reduccion y destruccion que se pueda.* v. gr. Se han de sumar $7ab^3\sqrt[3]{c^2}+5x^3z^2\sqrt[4]{xz^3}$, con $-8x^2z\sqrt[4]{xz^3}$ $-6ab^3\sqrt[3]{c^2}$, y con $-ab^3\sqrt[3]{c^2}+15x^2z\sqrt[4]{xz^3}$, y se pide la suma reducida.

$$7ab^3\sqrt[3]{c^2}+5x^3z^2\sqrt[4]{xz^3}$$
$$-8x^2z\sqrt[4]{xz^3}-6ab^3\sqrt[3]{c^2}$$
$$-ab^3\sqrt[3]{c^2}+15x^2z\sqrt[4]{xz^3}$$

Suma.... $7ab^3\sqrt[3]{c^2}+5x^3z^2\sqrt[4]{xz^3}-8x^2z\sqrt[4]{xz^3}-6ab^3\sqrt[3]{c^2}-ab^3\times\sqrt[3]{c^2}+15x^2z\sqrt[4]{xz^3}$

Suma reducida..... $5x^3z^2\sqrt[4]{xz^3}+7x^2z\sqrt[4]{xz^3}$

Despues de hecha la suma, se han reducido á los mínimos términos, las cantidades semejantes que habia, y hemos tenido que la suma reducida es $5x^3z^2\sqrt[4]{xz^3}+7x^2z\sqrt[4]{xz^3}$.

600. Para restar cantidades radicales, *se ponen las unas á continuacion de las otras, escribiendo las del minuendo con los mismos signos y las del subtraendo con signos contrarios.* v. g. Pídese la diferencia que resulta si de $4\sqrt[5]{a^2x}-8\sqrt[4]{n^3x^2}$ se resta $-3\sqrt[5]{a^2x}-8\sqrt[4]{n^3z^2}$.

$$4\sqrt[5]{a^2z}-8\sqrt[4]{n^3z^2}$$

$$-3\sqrt[5]{a^2z}-8\sqrt[4]{n^3z^2}$$

Resta....$4\sqrt[5]{a^2z}-8\sqrt[4]{n^3z^2}+3\sqrt[5]{a^2z}+8\sqrt[4]{n^3z^2}$

Resta reducida....$7\sqrt[5]{a^2z}$

Despues de obtenida la resta la hemos simplificado y nos ha salido que la diferencia entre las radicales dadas era $7\sqrt[5]{a^2z}$.

601. *Para multiplicar cantidades radicales así racionales como irracionales es preciso reducirlas á un mismo esponente radical sino lo tienen*, (núm 597 pag 406) *y despues se multiplicarán cada una de las cantidades que estan debajo del signo radical en el multiplicador, por todas las cantidades que estan debajo del mismo signo en el multiplicando*, (haciendo la operacion como se ha verificado en el núm. 407 pag. 336) *y poniendo en cada producto el signo radical comun; la suma de estos productos será el producto que se pide.* v. g. *Si se ha de multiplicar* $\sqrt{a^3+b^3}$ por $\sqrt{c^2}$, como las dos radicales tienen un mismo esponente radical bastará multiplicar a^3+b^3 por c^2, y al producto $a^3c^2+b^3c^2$ poniendo el radical comun que es $\sqrt{a^3c^2+b^3c^2}$, será el producto de las radicales dadas.

602. Pero si se hubiese de multiplicar $2\sqrt[3]{a^2c}+3\sqrt{x^4z}$ por $4\sqrt[4]{ax^2}$ será preciso reducir las tres cantidades dadas á un mismo esponente radical, (núm. 597 pag. 406) y despues verificar la multiplicacion como aquí se presenta.

$$2\sqrt[24]{a^{16}c^{8}}+3\sqrt[24]{x^{48}z^{12}}$$

$$\times+4\sqrt[24]{a^{6}x^{12}}$$

$$\textit{Producto}....8\sqrt[24]{a^{22}c^{8}x^{12}}+12\sqrt[24]{a^{6}x^{60}z^{12}}$$

Cuando hemos trasladado las radicales dadas á un mismo esponente (por lo dicho núm. 597 pag. 406) podiamos haberlas reducido al esponente radical 12, por ser los tres esponentes radicales factores de 12.

603. Si las cantidades radicales que se han de multiplicar son imaginarias, es muy del caso, para no cometer algunas equivocaciones en el modo de escribir los productos, por razon del signo que han de llevar; descomponer antes cada una de estas cantidades en sus dos factores, y despues egecutar la operacion como en los egemplos antecedentes v. g. $\sqrt{-a}\times\sqrt{-b}=-\sqrt{ab}$ en cuyo resultado se observa que el producto de dos imaginarias es una cantidad real, y que el signo es contrario al que se obtendria por las reglas de los signos: que $\sqrt{-a}\times\sqrt{-b}=-\sqrt{ab}$, se funda en que como $\sqrt{-a}=\sqrt{a}\times\sqrt{-1}$ y $\sqrt{-b}=\sqrt{b}\times\sqrt{-1}$, resulta que $\sqrt{-a}\times\sqrt{-b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}\times\sqrt{-1}\times\sqrt{-1}$ ó $\sqrt{ab}\times\sqrt{(-1)^2}$, que se reduce á $-\sqrt{ab}$; pues $\sqrt{(-1)^2}=-1$.

604. *Para partir cantidades radicales así racionales, como irracionales, se reducen á un mismo esponente radical todas las radicales del dividendo y divisor, si lo tienen diferente, y despues se parten las cantidades que estan debajo del signo, y á cada cociente se le pone el signo radical comun.* v. g Si se ha de partir $\sqrt[7]{x^2c-z^3c}$ por $\sqrt[7]{c}$, por tener dividendo y divisor un mismo esponente radical, se partirá x^2c-z^3c por c, y al cociente x^2-z^3, se le pondrá el radical comun y se tendrá que el cociente de $\sqrt[7]{x^2c-z^3c}$ partido por $\sqrt[7]{c}$, es $\sqrt[7]{x^2-z^3}$.

605. Habiendo de partir $\sqrt[5]{a}$ por $\sqrt[3]{b}$, se deberán reducir las radicales á un mismo esponente y tendremos $\sqrt[15]{a^3}$ dividido por $\sqrt[15]{b^5}$ cuyo cociente es $\sqrt[15]{a^3b^{-5}}$.

606. La particion de $8\sqrt[4]{a^3b^2}-4\sqrt[4]{abx}+6\sqrt[4]{ax}-3\sqrt[4]{x^3}$ por $2\sqrt[4]{a}-\sqrt[6]{x^3}$ da por cociente $4\sqrt[12]{a^6b^6}+3\sqrt[12]{x^3}$; el que se puede obtener reduciendo primero todos los esponentes radicales al comun esponente 12, por ser todos factores del 12, y despues efectuando la operacion como sigue.

$$8\sqrt[4]{a^3b^2}-4\sqrt[4]{abx}+6\sqrt[4]{ax}-3\sqrt[4]{x^3} \;:\; 2\sqrt[4]{a}-\sqrt[6]{x^3}$$

$$8\sqrt[12]{a^9b^6}-4\sqrt[12]{a^6b^6x^6}+6\sqrt[12]{a^3x^3}-3\sqrt[12]{x^9} \;\Big|\; 2\sqrt[12]{a^3}-\sqrt[12]{x^6}$$

$$-8\sqrt[12]{a^9b^6}+4\sqrt[12]{a^6b^6x^6} \qquad\qquad 4\sqrt[12]{a^6b^6}+3\sqrt[12]{x^3}$$

$$+6\sqrt[12]{a^3x^3}-3\sqrt[12]{x^9}$$

$$-6\sqrt[12]{a^3x^3}+3\sqrt[12]{x^9}$$

$$0$$

607. Si las radicales que se han de dividir son imaginarias se descompondrán en factores el dividendo y el divisor, y se efectuará la particion por las reglas dadas; v. gr. cuando ocurra dividir $\sqrt{-a}$ por $\sqrt{-b}$, se dividirá $\sqrt{a}\times\sqrt{-1}$ por $\sqrt{b}\times\sqrt{-1}$ y como en los términos dividendo y divisor hay el factor comun $\sqrt{-1}$ podrá suprimirse, y tendremos $\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}=\frac{\sqrt{a}\times\sqrt{-1}}{\sqrt{b}\times\sqrt{-1}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{ab^{-1}}$.

608. *Para levantar una cantidad radical á cualquiera potencia, multiplíquese el esponente de la cantidad que está debajo del radical, por el esponente de la potencia que se busca*, *v. gr.* $\sqrt{a^3}$ levantada á la potencia cuarta será $\sqrt{a^{3\times4}}=\sqrt{a^{12}}$; porque $\sqrt{a^3}=a^{\frac{3}{2}}$ el cual levantado á la potencia cuarta seria $a^{\frac{12}{2}}=\sqrt{a^{12}}$.

609. Cuando se hace esta operacion puede ocurrir que el esponente del radical sea divisible por el de la potencia á que se eleva la cantidad propuesta; y en este caso quedará hecha la elevacion con dividir el esponente del radical, por el esponente de la potencia á que se quiere elevar, v. gr. Para elevar á la potencia

cuarta $\sqrt[8]{3x^2z}$ quedará hecha la operacion con dividir el esponente 8 por el 4 y será $\sqrt{3x^2z}$.

610. *Para sacar la raiz de una cantidad radical se multiplica el esponente del radical por el de la raíz que se busca*; v. gr. Para hallar la raíz cuadrada de $\sqrt[3]{ab^2}$ multiplicaré el esponente 3 del radical por el esponente 2 de la raíz, y tendré $\sqrt{\sqrt[3]{ab^2}}=\sqrt[6]{ab^2}$ y para hallar la raíz n de $\sqrt[s]{x^a}$; multiplicaré el esponente s por n, y tendré que $\sqrt[n]{\sqrt[s]{x^a}}=\sqrt[ns]{x^a}$; porque $\sqrt[s]{x^a}=x^{\frac{a}{s}}$, el cual reducido á su raíz n, será $x^{\frac{a}{ns}}=\sqrt[ns]{x^a}$.

611. Por último diremos que, *cuando en una espresion entra una parte real y una radical imaginaria, toda la espresion es imaginaria*; *v. gr.* Esta espresion $M+\sqrt{-N}$ es imaginaria, á pesar de que M sea una cantidad real, y solo $\sqrt{-N}$ sea cantidad imaginaria; porque si se supone que $M+\sqrt{-N}$ fuese una cantidad real como X, seria $M+\sqrt{-N}=X$; y si de estas cantidades se quita la M seria $\sqrt{-N}=X-M$; pero $\sqrt{-N}$ es una espresion imaginaria y $X-M$ espresa la diferencia entre dos cantidades reales; luego la diferencia entre dos cantidades reales seria igual á una espresion imaginaria; lo cual siendo un absurdo da á conocer que $M+\sqrt{-N}$ no puede ser una cantidad real.

SEGUNDA PARTE DEL ÁLGEBRA.

612. El objeto de la segunda parte del álgebra es dar medios para descubrir cualquiera cantidad ingeniosamente oculta en cualquiera cuestion. Por medio del álgebra se manifiesta lo que seria dificil, y en muchos casos imposible conseguirlo por otros medios; por cuya causa á esta ciencia se la llamó álgebra, que significa restauracion.

613. Divídese el álgebra en racional é irracional. Dícese álgebra racional, cuando por su medio puede declararse con exactitud lo que se pide; é irracional, cuando las reglas que subministra no bastan para descubrir y manifestar exactamente lo oculto de la cuestion.

614. El objeto del álgebra es dar medios para reducir á reglas generales la resolucion de cuantas cuestiones pueden ofrecerse respecto de las cantidades.

615. Esta ciencia continuamente trata de la formacion y resolucion de las ecuaciones; esto es, envida todo el resto de su empeño, no solamente en averiguar como una cantidad es igual á otra, sino tambien en indagar la incógnita á que cantidad conocida es igual.

616. La espresion algebráica de un problema ó de una condicion problemática, se llama ecuacion ó igualacion, la cual consiste en un agregado de términos algebráicos unidos con este signo $=$, para cuya formacion supondremos, por egemplo, ser x el número que se pide: y en esta suposicion, trasladando luego á la práctica las circunstancias, que pidiere el problema, tendremos formada la igualacion.

617. Término incógnito de una ecuacion es aquel en que se encuentra la incógnita, y término conocido es aquel en que no se encuentra la incógnita: y así en esta ecuacion $4x=36$ el término incógnito es $4x$, y el conocido 36.

618. Llamaremos miembro primero de una ecuacion á los términos antepuestos al signo $=$, y miembro segundo á los términos pospuestos á dicho signo. En esta ecuacion $6y+9y=15$ el miembro primero es $6y+9y$, y el segundo es 15.

619. Aquella ecuacion en que su incógnita está en su primera potencia, generalmente hablando, se llama del primer grado, como $3z=8+z$. Aquella ecuacion, cuya incógnita está elevada á la segunda dignidad, se llama del segundo grado, como $v^2-14=21v-112$. Es del tercer grado aquella ecuacion, cuya incógnita es elevada al cubo, como $7x^2-\frac{5x}{2}=21+x^3$. Así de los demas grados.

DE LAS ECUACIONES DEL PRIMER GRADO.

620. Para encontrar lo que vale la incógnita en cualquiera ecuacion del primer grado, en que no se halle término alguno irracional, obsérvense los preceptos de la siguiente

REGLA GENERAL.

Lo 1.° Multiplíquese cada miembro por el producto de los denominadores.

Lo 2.º Redúzcanse á enteros los quebrados impropios.

Lo 3.º Si alguno ó algunos de los términos, que hay en el miembro primero, están tambien en el miembro segundo con el mismo signo, quítense ó bórrense los tales términos de ambos miembros.

Lo 4.º Si en cada término está la incógnita, pártase cada miembro por la potencia menor de la incógnita.

Lo 5.º Réstense ó quítense de cada miembro los términos conocidos, que hay en el miembro primero.

Lo 6.º Réstense ó quítense de cada miembro los términos incógnitos, que hay en el miembro segundo.

Lo 7.º Redúzcase cada miembro á los menos términos que sea posible.

Lo 8.º Pártase cada miembro por el coeficiente de la incógnita, y lo que resultáre en el miembró segundo será lo que vale la incógnita en la ecuacion dada; v. gr.

621. Preguntado un muchacho de sus años, respondió: Si el duplo de mis años lo suma V. m. con el séxtuplo de su cubo, y el triplo de su cuadrado cuadrado, hallará una cantidad igual á los dos sextos de mis años levantados á la potencia cuarta, mas 34 veces la tercera dignidad de ellos, mas el tercio de su cuarto grado, mas los que hoy en dia cumplo multiplicados por 2. Pídese: cuantos años tiene el tal muchacho?

Supongamos que los años, que tiene el muchacho, son x luego su duplo será $2x$. Siendo x los años, será x^3 su cubo, y $6x^3$ el séxtuplo del tal cubo. Hemos dicho que los años del muchacho son x: luego su cuadrado cuadrado será x^4, y el triplo de esta potencia será $3x^4$. Segun espresa el problema, la suma de los tres términos hallados $2x$, $6x^3$, y $3x^4$ es el miembro primero de la ecuacion.

Los años x, que hemos supuesto tenia el muchacho, levantados á la potencia cuarta, serán x^4, cuyos dos sextos son $\frac{2x^4}{6}$. Segun dice el problema la suma de dichos $\frac{2x^4}{6}$ con $34x^3$, y $\frac{x^4}{3}$, mas $2x$ componen el miembro segundo de la ecuacion: luego (como se echa de ver en la siguiente ecuacion A) será:

$$A \ldots\ldots\ 2x+6x^3+3x^4=\frac{2x^4}{6}+34x^3+\frac{x^4}{3}+2x$$
$$B \ldots\ 36x+108x^3+54x^4=\frac{36x^4}{6}+612x^3+\frac{18x^4}{3}+36x$$
$$C \ldots\ 36x+108x^3+54x^4=6x^4+612x^3+6x^4+36x$$
$$D \ldots\ldots\ 108x^3+54x^4=6x^4+612x^3+6x^4$$
$$E \ldots\ldots\ldots\ 108+54x=6x+612+6x$$
$$F \ldots\ldots\ldots\ldots\ 54x=6x+612+6x-108$$
$$G \ldots\ldots\ 54x-6x-6x=612-108$$
$$N \ldots\ldots\ldots\ldots\ 42x=504$$
$$R \ldots\ldots\ldots\ldots\ x=12$$

Para encontrar lo que vale la incógnita x en la ecuacion *A* practíquese lo siguiente.

Lo 1.° Multiplíquese cada miembro de dicha ecuacion *A* por 18, producto de los denominadores 6, y 3; y se tendrá (VI. axioma 6.° ú 8.° pág 3) la ecuacion *B*.

Lo 2.° Redúzcanse á enteros (núm. 183 pág. 233 y núm. 490 pág. 359) los quebrados impropios de la ecuacion *B*; y se tendrá la ecuacion *C*.

Lo 3.° Quítese ó bórrese de ambos miembros de la ecuacion C el término $36x$, por hallarse en uno y otro miembro con el mismo signo coeficiente, letra y esponente; y se tendrá (axioma 3.° pág. 2) la ecuacion *D*.

Lo 4.° Porque en cada término de la ecuacion *D* se halla la incógnita x, pártase cada miembro por su potencia menór, que es x^3; y se tendrá (axioma 6.°) la ecuacion *E*. Adviértase, que si practicado este precepto, resulta una ecuacion tal, que en ella hubiere algun término, cuya incógnita tuviere un esponente mayor que la unidad, la ecuacion dada no será simple ó del primer *grado*.

Lo 5.° Réstese de cada miembro de la ecuacion *E* el *término* conocido 108, que hay en el miembro primero; y saldrá (axioma 3.°) la ecuacion *F*. Para abreviar, escríbase solamente en el miembro segundo con signo contrario el referido término 108.

Lo 6.° Quítense de ambos miembros de la ecuacion *F* los dos términos incógnitos $6x$ y $6x$, que hay en el miembro segundo; y resultará la ecuacion *G*. Si dichos dos términos incógnitos solo se escriben en el miembro primero con signo contrario, quedará mas reducido el miembro segundo.

Lo 7.° Redúzcase cada miembro de la ecuacion *G* á la menor

espresion; y (núm. 366 pág. 327) se tendrá la ecuacion N. Este precepto puede practicarse en cualquiera ocasion, y muchas veces se consigue grande descanso practicándolo desde principio.

Lo 8.° Pártase cada miembro de la ecuacion N por el coeficiente de la incógnita, que es 42; y se tendrà (axioma 6.° ú 9.° pág. 3) la ecuacion R.

Dígase pues, que siendo $x=12$, aquel muchacho tiene 12 años.

EXAMEN DE LAS ECUACIONES.

622. Para examinar cualquiera ecuacion substitúyase en lugar de la incógnita su propio valor: y si salen cantidades iguales estará exacta la operacion; v. gr.

623. Conocí un hombre, quien tenia tantos dedos, que su duplo y mitad componian $52\frac{1}{2}$. Pregunto: cuantos dedos tenia el tal hombre?

Supongamos que los dedos del tal hombre son x, será su duplo $2x$, y su mitad $\frac{x}{2}$. Segun dice el problema el tal duplo y mitad es igual á $52\frac{1}{2}$: luego la ecuacion será la primera que parece en el presente egemplo.

	Examen.
$2x+\frac{x}{2}=52\frac{1}{2}$	$2\times x+\frac{1\times x}{2}=52\frac{1}{2}$
$4x+x=105$	$2\times 21+\frac{1\times 21}{2}=52\frac{1}{2}$
$5x=105$	$42+10\frac{1}{2}=52\frac{1}{2}$
$x=21$	$52\frac{1}{2}=52\frac{1}{2}$

Siendo $x=21$, dígase que el tal hombre tenia 21 dedos. Y es así; porque hecha la substitucion, como parece en la derecha, salen cantidades iguales; esto es $52\frac{1}{2}=52\frac{1}{2}$.

Algunas veces es engorroso examinar las ecuaciones por medio de la substitucion; y en tal caso pueden examinarse mirando si el número ó números, que salieron en la resolucion, tienen ó guardan las condiciones ó circunstancias que el problema pide. Si esto se verifica, es señal infalible que no se cometió yerro alguno. Al contrario, si no se verifica, indispensablemente se padeció equivocacion; v. gr.

643. Qué número es aquel, que partido por $\frac{1}{4}$, da 2 enteros, y $\frac{2}{3}$ por cociente? Es $\frac{2}{3}$; pues en esta ecuacion $\frac{x}{1} \diagdown \frac{1}{4} = 2\frac{2}{3}$, sale $x = \frac{8}{12}$.

644. Búsquese un número tal, que partiendo su mitad por su tercio, y añadiendo á este cociente el duplo del tal número, sea la suma igual á el cuádruplo del tal número. En esta ecuacion $\frac{x}{2} \diagdown \frac{x}{3} + 2x = 4x$ sale $x = \frac{3}{4}$: luego el número que se pide es $\frac{3}{4}$.

645. El quebrado $\frac{8}{12}$ redúzcase á un quebrado tal, que por denominador tenga 3. En esta ecuacion $\frac{8}{12} = \frac{x}{3}$ es $x = 2$; dígase pues, que el quebrado que se pide es $\frac{2}{3}$.

646. Si tuviera 4 años menos de los que tengo, tendria 6, mas el tercio, y el cuarto de los que cuento. Decidme: cuántos años tengo? En esta ecuacion $z - 4 = 6 + \frac{z}{3} + \frac{z}{4}$ se hallará, que tengo 24.

647. Dáme un número tal, que la mitad de su cubo sea lo mismo que 4 cuadrados del tal número. Si se resuelve esta ecuacion $\frac{x^3}{2} = 4x^2$ se tendrá, que el número que se pide es 8.

648. Qué número es aquel, que el duplo de su cuadrado es igual al triplo de su cubo? Es $\frac{2}{3}$, pues en esta ecuacion $2y^2 = 3y^3$ es $y = \frac{2}{3}$.

649. Pídese un número tal, que sumado con sí mismo, haga tanto como multiplicado por sí mismo. En esta ecuacion $z + z = z \times z$ se encontrará, que el número que se pide es 2; pues $2 + 2 = 2 \times 2$.

650. El número, que multiplicado por su tercio, y el producto por su cuarto, es igual á la mitad del tal número, multiplicado por el séptimo del tal número, cuál es? Es $\frac{12}{14}$; pues en esta ecuacion $\frac{x}{1} \times \frac{x}{3} \times \frac{x}{4} = \frac{x}{2} \times \frac{x}{7}$ es $x = \frac{12}{14}$.

651. Si los dineros, que tiene Juan, los multiplicas por sí mismos, hallarás un producto igual á los que tiene. Pídese: cuántos dineros tiene Juan? En esta ecuacion $z \times z = z$ es $z = 1$; y así dígase, que Juan tiene 1 dinero.

652. Ahora es tan rico Juan, que multiplicando el duplo de sus doblones por 3, se halla por producto tanto como es el número de sus doblones, menos 15. Decidme: cuántos doblones tiene Juan? Dígase que aun debe 3 doblones. Y es así; porque en esta ecuacion $2y \times 3 = y - 15$ es $y = -3$.

653. Qué número es aquel, que es igual á su mitad, mas su tercio, mas su sexto? Dígase que es cualquier número; pues que en esta ecuacion $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6}$, que es la correspondiente al pro-

blema, no se puede encontrar el valor de su incógnita; pero si que se encuentra una cosa verdadera, esto es $36=36$.

654. Búsquese un número, que sea igual á su mitad, mas su tercio, mas su cuarto. La ecuacion correspondiente al problema es esta $x=\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}$. De esta ecuacion nace un absurdo; á saber es, $24=26$: luego el problema es imposible; y así dígase, que no puede encontrarse número alguno que sea igual á su mitad, mas su tercio, mas su cuarto.

655. Pedro, Juan y Diego compraron un cochino. Pedro pagó el tercio de lo que costó, Juan el cuarto, y Diego pagó 15 libras de ardites. Pídese: cuánto costó? Supongamos que el tal cochino costó x libras de ardites, en cuya suposicion será $x=\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+15$: y hallándose en esta ecuacion ser $x=36$, dígase que el tal cochino costó 36 ℔.

656. Hiciéronse tres trozos de un cochino. El trozo de la cabeza pesó el tercio de todo el cochino. El trozo de la cola pesó el cuarto tambien de todo el cochino. El trozo de en medio pesó 40 libras. Pídese: cuánto pesó todo el cochino? En esta ecuacion $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+40=x$, es $x=96$; dígase pues que pesó 96 libras.

657. Un matemático dijo á una señora: Á Dios, madre de 12 hijos; y esta respondió: razon tendria v. m. si la mitad mas tuviera. Pídese: cuántos hijos tiene la tal señora? Tiene 8, y es así; porque en esta ecuacion $x+\frac{x}{2}=12$, es $x=8$.

658. Para tener mil durillos me faltan tantos, cuantos son la mitad de los que tengo, menos 50. Decidme: cuántos tengo? Supongamos que los durillos que tengo son x. En esta suposicion, si de los 1000 durillos se quitan los x durillos, que tengo, saldrán por diferencia los que me faltan para llegar á 1000. Esta diferencia es sin duda igual á $\frac{x}{2}-50$ durillos; estos son pues lo que me faltan para llegar á 1000: luego será $1000-x=\frac{x}{2}-50$, en cuya ecuacion es $x=700$; y así dígase, que tengo 700 durillos. Tambien puede decirse: si de dichos 1000 durillos se quitan la mitad de los que tengo, menos 50, saldrán por diferencia los que realmente tengo: luego será $x=1000-\frac{x}{2}+50$, en cuya resolucion saldrá lo mismo que antes.

659. El maldito Judas vendió al Redentor del mundo por tantos dineros, que su mitad, multiplicada por el tercio, compone el quíntuplo de dichos dineros. Pregunto: por cuántos dineros fue vendido Jesucristo? Porque en esta ecuacion $\frac{z}{2}\times\frac{z}{3}=5z$, es $z=30$; dígase que fue vendido por 30 dineros.

660. Desde las plantas de los pies hasta las rodillas tengo 2 palmos $\frac{1}{4}$. Desde las rodillas hasta al remate superior de la cabeza tengo las 3 cuartas partes de toda mi altura. Pídese: cuántos palmos tengo de alto? Dígase que tengo 9 palmos; pues en esta ecuacion $x=2\frac{1}{4}+\frac{3x}{4}$, es $x=9$.

661. En un cuartel hay algunos soldados. Á estos se agregaron 60. De allí á un rato marcharon la mitad de todos. Despues volvieron 97. Ahora hay en el cuartel 3 soldados mas de los que primeramente habia. Decidme: cuántos soldados habia antes de agregarse los 60? Habia 248; pues en esta ecuacion $\frac{x+60}{2}+97=x+3$, es $x=248$.

662. Si al número de los soldados, que hay en una fortaleza, se aumentára su cuarto, y se añadieran 5, serian entre todos 315. Pídese: cuántos soldados hay en dicha fortaleza? Hay 248. Y se hallará ser así, buscando el valor de la incógnita en esta ecuacion $z+\frac{z}{4}+5=315$.

663. De un egército mataron la tercera parte; tomaron prisioneros la cuarta parte; huyeron 24000. Pídese: de cuántos soldados costaba el egército, cuántos murieron, y cuántos fueron los prisioneros? En esta ecuacion $x=\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+24000$, es $x=57600$; y así dígase, que el egército constaba de 57600 soldados; fallecieron $\frac{57600}{3}=19200$; y tomaron prisioneros $\frac{57600}{4}=14400$.

664. De los soldados de un egército el $\frac{1}{3}$ son muertos, el $\frac{1}{4}$ enfermos, el $\frac{1}{5}$ prisioneros, y los restantes solamente son 7839. Pídese: de cuántos soldados constaba el egército? Resuélvase esta ecuacion $z=\frac{z}{3}+\frac{z}{4}+\frac{z}{5}+7839$, y se tendrá que constaba de 36180 soldados. Fallecieron 12060. Los enfermos son 9045, y los prisioneros 7236.

665. Hay un caliz de oro con su patena de lo mismo, cuyo pie pesa los 3 quintos de todo el oro; la copa pesa el $\frac{1}{4}$ tambien de todo el oro; la patena pesa 12 onzas. Pregunto: cuánto pesa todo? En esta ecuacion $\frac{3x}{5}+\frac{x}{4}+12=x$, es $x=80$; y así dígase que todo pesa 80 onzas.

666. Tres aritméticos, burlándose de una muger que vendia huevos en el Borne, le dijeron: Señora cuántos huevos tiene V. m. para vender? Y esta respondió: Señores aritméticos, si de V. ms. el uno me compra la mitad y medio de los que tengo; el otro la mitad y medio de los restantes; y el otro la mitad del resíduo y medio mas; solo quedaré con uno. Saquen ahora, Vds. mismos, la cuenta, y hallarán el número de huevos que tengo.

Supongamos que la muger tiene x huevos. Si el primero de los tres aritméticos compra la mitad y medio de los que tiene, está claro que le comprará $\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$. Si esta mitad y medio se quitan de los x huevos, que supusimos tenia la muger, es evidente que le quedarán $x-\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$. Continúese de este modo á practicar las otras dos subtracciones que el problema pide, y reducida la última diferencia á la menor espresion; se tendrá $\frac{x-7}{8}$, cuya cantidad, segun dice el problema, es igual á 1: luego $\frac{x-7}{8}=1$, en cuya ecuacion es $x=15$: luego el número de huevos que tiene aquella muger es 15.

667. Un comerciante, no pudiendo pagar con dinero los derechos de ciertas ropas, pagó el $\frac{1}{3}$ con lienzo, el $\frac{1}{4}$ con rasos, los $\frac{2}{5}$ con terciopelo, y por lo que faltaba á cumplimiento entregó 8 varas de tafetan á 15 reales la vara. Pídese: cuánto importan todos los derechos? Importan 7200 reales; y se encuentra ser así, resolviendo esta ecuacion $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{2x}{5}+8\times15=x$.

668. Un hornero, habiendo de hacer moler 432 cuarteras de trigo, fue á un molino en donde habia 4 muelas, de las cuales la primera muele 6 cuarteras cada hora, la segunda 5, la tercera 4, y la cuarta 1. Pídese: si á todas las muelas se les da que moler á un mismo tiempo, en cuántas horas molerán todo el trigo, y cuanto molerá cada una? Sea z el número de horas, será $6z$ el número de cuarteras que molerá la primera muela en todo el tiempo, $5z$ el que molerá la segunda, &c.; y la ecuacion será $6z+5z+4z+z=432$. Encuéntrese el valor de la incógnita de dicha ecuacion, y se tendrá $z=27$. Dígase, pues, que el trigo espresado se molerá en 27 horas; y que la primera muela molerá $27\times6=162$ cuarteras, la segunda $27\times5=135$ cuarteras, la tercera $27\times4=108$ cuarteras, y la cuarta 27 cuarteras.

669. Si de mis pesos me jugase el tercio, diese de limosna el cuarto de los que me quedarian, y me hallase despues con 40, con cuántos pesos me pondria á jugar? Supóngase ser x los pesos que tenia antes de jugar, será $x-\frac{x}{3}$ el número de pesos que me quedaria concluido el juego. Quitando de esta diferencia el cuarto que dí de limosna, se tendrá $x-\frac{x}{3}-\frac{x}{4}+\frac{x}{12}$; cuya diferencia, segun dice el problema, es igual á 40 pesos: luego reduciendo á la menor espresion, será $x-\frac{x}{2}=40$; y encontrándose $x=80$, dígase que me pondria á jugar con 80 pesos.

670. Muy alegre me fuí á San Juan, y le dije: Santo mio, si me triplicais mi caudal, os regalaré 9 pesos. Verificado esto,

me fuí á San Francisco el Mínimo, y le dije: Santo mio, si me triplicais mi caudal, os regalaré 9 pesos. Verificado esto, me fuí á San Pedro, y le dije: Santo mio, si me triplicais mi caudal, os regalaré 9 pesos. Verificado esto, me encontré sin dinero. Decidme ahora: cuántos pesos tenia antes de hablar con San Juan? Supóngase, que antes de hablar con San Juan tenia x pesos: luego si dicho Santo me triplica mis pesos, tendré $3x$. Si de este producto le regalo 9 pesos, me quedarán $3x-9$. Prosígase con el mismo órden, y despues de haber hablado con los otros dos Santos, se tendrá que quedaré con $27x-117$. Esto, segun dice el problema, es lo mismo que nada: luego será $27x-117=0$, en cuya ecuacion es $x=4\frac{1}{3}$: luego los pesos que tenia antes de hablar con San Juan son $4\frac{1}{3}$; esto es, 4 pesos, 2 reales de plata de cambio, 10 cuartos, 2 maravedís $\frac{2}{3}$ vellon; ó bien 4 pesos, 2 reales, 22 maravedís $\frac{2}{3}$ plata; ó bien 4 pesos, 5 reales vellon, 2 tercios de maravedí; ó bien 4 pesos, $9\frac{2}{3}4$ dineros catalanes.

671. Si me das 81 durillos, dijo Bernarda á su querida, te daré el tercio de mi caudal. Verificado esto, dijo Bernarda á su querida: si me das 81 durillos, te daré el tercio de mi caudal. Verificado esto, dijo Bernarda á su querida: si me das 81 durillos, te daré el tercio de mi caudal. Verificado esto se encontró Bernarda con 330 durillos. Pídese: cuántos durillos tenia Bernarda antes de hablar con su querida? Supóngase ser x el número de durillos que tenia Bernarda antes de hablar con su querida, y serán $x+81$ los que tendrá despues de haber recibido los 81 durillos de su querida. Si de los $x+81$ durillos da Bernarda el tercio á su querida, es cierto que le quedarán $x+81-\frac{x}{3}-27=\frac{2x}{3}+54$. Si cuando habló Bernarda con su querida la segunda vez, esta la dió 81 durillos, está claro que entonces aquella tuvo $\frac{2x}{3}+54+81$: y quitando de esta suma su tercio, que entregó dicha Bernarda á su querida, quedarán á la referida Bernarda $\frac{2x}{3}+54+81-\frac{2x}{9}-18-27=\frac{12x}{27}+90$. Continúese con el mismo órden, y se tendrá, que despues de haber hablado Bernarda con su querida las tres veces, le quedarán $\frac{8x}{27}+114$ durillos, cuya cantidad, segun dice el problema, es igual á 330 durillos: luego $\frac{8x}{27}+114=330$. En esta ecuacion es $x=729$; y así dígase, que Bernarda antes de hablar con su querida tenia 729 durillos.

672. Qué número es aquel, que multiplicado por 4, y del producto quitando 12, y la diferencia multiplicada por 5, y del producto quitando 12, y la diferencia multiplicada por 6, y del

producto quitando 12, sale en conclusion el resíduo 516? El número que se pide sea z, el cual multiplicado por 4 será $4z$; y quitando 12 de este producto, se tendrá $4z-12$, cuya diferencia multiplicada por 5 produce $20z-60$; y quitando 12 de este tal producto, saldrá $20z-60-12=20z-72$, cuya diferencia multiplicada por 6 produce $120z-432$; y quitando 12, se tendrá $120z-444$, cuya diferencia, segun dice el problema, es igual á 516: luego $120z-444=516$, y siendo en esta ecuacion $z=8$, dígase que el número que se pide es 8.

673. Un señor quiere emplear cierta cantidad de dinero en una de dos calidades de paño. El de primera vale á 40 reales la vara, y el de segunda á 38. Cuenta el dinero que trae, y halla que si compra del de primera calidad, le faltan 15 reales, y si del de segunda, le sobran 9. Pídese: cuánto dinero trae, y cuántas varas de paño ha de comprar, para que le falten ó sobren los reales espresados? Sean x los reales que trae el señor, serán $x+15$ los reales que necesita para comprar paño de primera calidad: y siendo preciso que el número de varas de dicho paño sea 40 veces menor que aquella suma, será $\frac{x+15}{40}$ el tal número de varas. Porque comprando paño de segunda calidad sobrarian 9 reales, está claro que serian $x-9$ los reales que habria de emplear por el paño de esta calidad, y $\frac{x-9}{38}$ las varas que compraria: luego la ecuacion será $\frac{x+15}{40}=\frac{x-9}{38}$; y siendo en esta igualacion $x=465$, dígase que aquel señor trae 465 reales, cuya cantidad, substituida en lugar de x en dicha ecuacion, dará á entender que ha de comprar 12 varas.

674. Un comerciante quiere emplear 23528 reales en indiana, que vale, á 14 reales la cana; en lienzo, que vale á 24, y en bayeta, que vale á 30. Pídese: queriendo igual número de canas de cada especie, cuántas canas comprará de indiana? Supóngase ser z el número de canas de indiana, que comprará el comerciante, y en esta suposicion su importe será $z\times 14=14z$. Queriendo el tal comerciante tantas canas de lienzo, y tantas de bayeta como de indiana, está claro que comprará z canas de lienzo, y z canas de bayeta, y que la ecuacion será $14z+24z+30z=23528$. Búsquese el valor de la incógnita, y hallándose $z=346$, dígase que dicho comerciante comprará 346 canas de indiana. Y es así, porque multiplicando las referidas 346 canas de indiana por los 14 reales que vale cada cana, las 346 canas de lienzo por 24, y las 346 canas de bayeta por 30, salen exactamente los 23528 reales, que importan las tres indicadas especies.

675. Otro comerciante quiere emplear 18640 reales en lienzo, cuya vara vale 12 reales; en bayeta, que vale á 24; y en paño, que vale á 36. Pídese: queriendo 2 tercios mas de lienzo que de bayeta y paño, cuánto lienzo comprará? Supóngase ser x el número de varas de bayeta, será igualmente x el número de varas de paño: y habiendo de haber 2 tercios mas de lienso que de bayeta y paño, será $x+\frac{2x}{3}$ el número de varas de lienzo: y multiplicando cada especie por su precio, se tendrá $20x+24x+36x=18640$. En esta ecuacion es $x=233$: y así dígase, que de bayeta y paño comprará 233 varas de cada especie. Añadiendo á dicho número 233 sus 2 tercios, se tendrá que de lienso comprará 388 varas $\frac{1}{3}$.

676. Pedro empleó 680 ℔ ♃ en abadejo de dos calidades. El de calidad superior le costó á 16 ℔ ♃ el quintal, y el de inferior á 8. Pídese habiéndose hallado con un cuarto menos del de calidad superior que del de inferior, cuántos quintales compró de cada calidad? Supongamos que de abadejo de calidad inferior compró Pedro x quintales: luego del de calidad superior compró $x-\frac{x}{4}$: luego multiplicando los quintales de cada calidad por su precio, resultará $12x+8x=680$; y porque en esta ecuacion es $x=34$, dígase que de abadejo de calidad inferior compró 34 quintales; y quitando el cuarto de este número se tendrá, que del de superior calidad compró 25 quintales $\frac{1}{2}$.

677. Un señor vendió trigo á 56 reales de ardites la cuartera, centeno á 30, y cebada á 25. De todo sacó 957 ℔ 12 ♃. Pregunto: habiendo vendido $\frac{1}{3}$ menos de centeno que de trigo, y el triplo de cebada que de centeno, cuántas cuarteras vendió de cada especie? Supongamos que el número de cuarteras de trigo es z, será $z-\frac{z}{3}$ el número de cuarteras de centeno, y $3z-\frac{3z}{3}=2z$ el número de cuarteras de cebada. Multiplicando ahora cada especie por su precio, se tendrá $56z+20z+50z=9576$ reales. En esta ecuacion es $z=76$; y así dígase, que aquel señor vendió 76 cuarteras de trigo. De 76 quítese su tercio, y se tendrá que vendió 50 cuarteras $\frac{2}{3}=50$ cuarteras, 8 cuartanes de centeno. En conclusion multiplíquese $50\frac{2}{3}$ por 3, y el producto manifestará que de cebada vendió 152 cuarteras.

678. Un caballero compró tres cochinos por 124 ℔ 15 ♃. El que pesó mas le costó á 9 ♃ la libra, el que pesó menos á 7, y el otro á 8. El que costó á 8 sueldos la libra pesó 1 quinto menos que el que costó á 9 y $\frac{1}{6}$ mas que el que costó á 7. Pregunto: cuánto pesó cada uno? Supóngase que el número de libras que pesó

el cochino, que costó á 9 sueldos, es x; el problema dice que el que costó á 8 pesó $\frac{1}{5}$ menos: luego el que costó á 8 pesó $x-\frac{x}{5}$. Si el mismo cochino, que costó á 8 sueldos la libra, á mas de pesar $\frac{1}{5}$ menos que el que costó á 9, pesó $\frac{1}{6}$ mas que el que costó á 7; es evidente, que el que costó á 7 ß la libra pesó los $\frac{6}{7}$ del que costó á 8: luego el cochino que costó á 7 ß pesó $\frac{6x}{7}-\frac{6x}{35}$. Multiplicando ahora las libras de cada cochino por su respectivo precio, resultará $9x+8x-\frac{8x}{5}+\frac{42x}{7}-\frac{42x}{35}=2495$ sueldos. En esta ecuacion es $x=123\frac{52}{101}$. Dígase, pues, que el cochino qne costó á 9 ß la libra pesó 123 libras $\frac{52}{101}$ avos. Si del número 123 $\frac{52}{101}$ avos se quita el quinto, se tendrá que el cochino que costó á 8 ß pesó 98 libras $\frac{82}{101}$ avos. Los 6 séptimos de 98 $\frac{82}{101}$ son 84 $\frac{492}{707}$: luego el cochino que costó á 7 ß pesó 84 libras $\frac{492}{707}$ avos. Y es así; porque 123 $\frac{52}{101}\times 9$ß $+98\frac{82}{101}\times 8+84\frac{492}{707}\times 7$ß $=1111$ß $\frac{64}{101}+790$ß $\frac{50}{101}+592$ß $\frac{88}{101}=2495$ß $=124$ tt 15ß. Mírense con atencion estos tres números 35, 28, 24, y en ellos se verán las condiciones del problema.

679. Cuatro mercaderes en una compañia ganaron tal número de pesos, que de todos ellos cupo al primero $\frac{1}{3}$, al segundo $\frac{1}{4}$, al tercero $\frac{2}{5}$, y al cuarto 638. Pídese: cuántos eran todos los pesos? En esta ecuacion $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{2x}{5}+638=x$, es $x=38280$; dígase, pues, que los pesos que se piden son 38280.

680. Cuatro amigos en comun negociacion ganaron 2460 tt ß, el primero interesó por la mitad de la ganancia; el segundo por el tercio; el tercero por el cuarto, y el cuarto por el quinto. Pídese: cuánto toca á cada uno? En esta ecuacion $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}=2460$, es $x=1916\frac{136}{154}=1916$ tt 17 ß 7 $\frac{73}{77}$ avos; y así dígase, que si el primero interesó por la mitad de la ganancia, le toca la mitad de la cantidad hallada; á saber, 958 tt. 8 ß 9 $\frac{75}{77}$ avos; al segundo 638 tt 19 ß 2 $\frac{50}{77}$; al tercero 479 tt 4 ß 4 $\frac{76}{77}$, y al cuarto 383 tt 7 ß 6 $\frac{30}{77}$ avos.

681. Pedro, Pablo, Juan y Diego en una compañia perdieron 18848 libras jaquesas, de las cuales, á proporcion de lo que interesó cada uno, Pablo ha de pagar el triplo que Pedro, Juan el cuádruplo que Pablo, y Diego el quíntuplo que Juan. Pregúntase: cuánto ha de pagar cada uno? En esta ecuacion $z+3z+12z+60z=18848$ encuéntrése el valor de z, y se tendrá que Pedro ha de pagar 248 libras jaquesas, Pablo $248\times 3=744$, Juan 2976 y Diego 14880; pues es $248+744+2976+14880=18848$ libras jaquesas.

682. Tres muchachos han de partirse 24 maravedís, de modo que el primero ha de haber la mitad, el segundo el tercio, y el tercero el cuarto. Ellos en realidad se ven embrollados en esta particion. Decidme pues: cuánto corresponde á cada uno? Resuélvase esta ecuacion $\frac{z}{2}+\frac{z}{3}+\frac{z}{4}=24$; y hallándose $z=22\frac{4}{26}$, dígase que al primero le corresponde la mitad de los 22 maravedís 4. 26 avos de otro maravedí; esto es 11 maravedís $\frac{1}{13}$, al segundo 7 y $\frac{5}{13}$, y al tercero 5 y $\frac{7}{13}$. El problema dado, si bien lo consideras no consiste en otra cosa que en indagar un número, cuya mitad, tercio y cuarto haga cabalmente 24. Discurre sobre lo que dijimos en el número v. pag. 2.

683. Pedro, Pablo, Juan y Diego tomaron el arrendamiento de la nieve por 4 años. Pedro interesó por $\frac{1}{3}$ de la ganancia ó pérdida, Pablo por $\frac{1}{4}$, Juan por $\frac{1}{5}$ y Diego por $\frac{1}{6}$. Finido el tiempo, se hallaron perder 3500 tt ß. Pídese: cuánto perdió cada uno? En esta ecuacion $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}+\frac{x}{6}=3500$, es $x=3684$ tt 4 ß $2\frac{10}{19}$: luego Pedro perdió 1228 tt 1 ß $4\frac{16}{19}$, Pablo 921 tt 1 ß $0\frac{12}{19}$, Juan 736 tt 16 ß $10\frac{2}{19}$, y Diego 614 tt 0 ß $8\frac{8}{19}$.

684. Bernardo dejó 4592 pesos á su muger preñada, y en su testamento esta cláusula: »Si mi muger pare hijo, quiero que »á este se le dé el duplo que á la madre; pero si pare hija, »quiero que á esta se le dé la mitad que á la madre.» Muerto Bernardo parió su muger hijo é hija. Pídese: cuánto se ha de dar á la hija? Sea z el número de pesos que ha de darse á la hija; serán $2z$ los de la madre, y $4z$ los del hijo: y la ecuacion será $z+2z+4z=4592$. Resuélvase, y hallándose $z=656$, dígase que á la hija se la han de dar 656 pesos, á la madre $656\times2=1312$ pesos, y al hijo 2624 pesos.

685. Un artesano, dejando su muger en cinta, hizo testamento de 9360 doblones, en esta forma: »Si mi muger pare »hijo, quiero que á este se le dé todo mi caudal. Si pare dos »hijos, quiero que á cada uno se le dé la mitad. Si hijo é hi»ja, quiero que al hijo se le den dos tercios, y á la hija un »tercio.» Muerto el artesano, su muger dió á luz dos hijos, y una hija. Pregunto: cuánto corresponde á cada uno? Suponiendo ser y lo que corresponde á la hija, será $2y$ lo que corresponderá á cada hijo; y en esta suposicion será $y+2y+2y=9360$, en cuya ecuacion es $y=1872$; luego á la hija corresponden 1872 doblones, y á cada hijo $1872\times2=3744$ doblones.

686. Un mercader, hallándose al último de sus dias, testó de 98128 reales, repartiéndolos entre su alma, su hijo, su hija, y su muger, en esta forma: » Dejo 6400 reales para el » sufragio de mi alma; y de los restantes quiero que la mitad » sean para el hijo, los dos séptimos para la hija, y los tres » catorcenos para la muger." Pregúntase: cuántos reales tocan á cada uno? De los 98128 reales quítense los 6400; y quedando 91728 para repartir, fórmese esta ecuacion $\frac{x}{2}+\frac{2x}{7}+\frac{3x}{14}=91728$: y hallándose $x=91728$, respóndase que al hijo tocan $\frac{91728}{2}=$ 45864 reales, á la hija $\frac{2\times91728}{7}=26208$ reales, y á la muger $\frac{3\times91728}{14}=19656$ reales.

687. Un mendígo, pidiendo limosna, recogió 12 dineros, y hallándose con ellos al último de su vida, dispuso que se repartiesen entre sus tres hijos, entregando al primero la mitad, al segundo el tercio, y al tercero el cuarto. Decidme: cuánto se entregará á cada uno? En esta ecuacion $\frac{z}{2}+\frac{z}{3}+\frac{z}{4}=12$, es $z=11\frac{1}{13}$: luego al primero se le entregarán 5 dineros $\frac{7}{13}$, al segundo 3 dineros $\frac{9}{13}$, y al tercero 2 dineros $\frac{10}{13}$.

688. Un labrador, estando enfermo, testó no me acuerdo de cuantos doblones de á ocho; pero sí que los repartió entre su alma, su muger, su hijo y su hija en esta forma: » Quiero que » de mis doblones de á ocho la mitad y medio sean para el » hijo; la mitad y medio de los restantes para la hija; la mi- » tad del resíduo, y medio mas para la muger; y el doblon » de á ocho que sobre para el bien de mi alma." Deséase saber cuanto corresponde al hijo. Si entendiste el problema 666. pag. 420, no tendrás dificultad en averiguar y decir, que al hijo le corresponden 8 doblones de á ocho, á la hija 4, y á la parienta 2.

DE LA SUBSTITUCION.

689. Substitucion es colocar en lugar de la incógnita su propio valor. Para esto si la incógnita, en cuyo lugar se ha de substituir, tiene por esponente la unidad, multiplíquese la cantidad que se ha de substituir por el coeficiente de la tal

incógnita, y se tendrá una cantidad igual á él término incógnito; v. gr.

690. En esta ecuacion $z=2x-90$, en lugar de x substitúyase el número 72.

A	$z=2x-90$
B	$z=2\times x-90$
C	$z=2\times 72-90$
D	$z=144-90$

El término $2x$ de la ecuacion *A* figúrese con el signo de multiplicar, que se le sobreentiende, y se tendrá la ecuacion *B*. En lugar de la incógnita x de la ecuacion *B* substitúyase el número 72 espresado, y resultará la ecuacion C. De esta ecuacion *C* multiplíquese el 2 por el 72, y saldrá la ecuacion *D*. Con que, practicado lo dicho, se tiene que el término $2x$ es lo mismo que 144, ó bien que es $z=144-90=54$.

691. En esta ecuacion $x+90=3z$ substitúyase $2x-90$ en lugar de z.

E	$x+90=3z$
F	$x+90=3\times z$
G	$x+90=3\times\overline{2x-90}$
H	$x+90=6x-270$

Practicando en la ecuacion *E* y *F* lo mismo que en la ecuacion *A* y *B* del egemplo antecedente, sale la ecuacion *G*. Multiplicando por 3 el complexo $2x-90$ de la ecuacion *G*, se tiene en la ecuacion *H*, que $3z$ es lo mismo que $6x-270$.

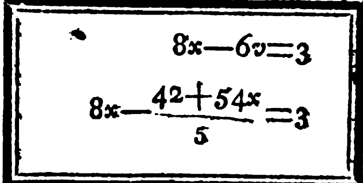
692. Si en esta ecuacion $x-z=3$ se substituye $15-z$ en lugar de x, se hallará que x es lo mismo que $15-z$, como parece en la ecuacion $15-z-z=3$: pues siendo x lo mismo que $1\times x$, si en vez de x se escribe $15-z$, saldrá $x=15-z$: luego &c.

$$x-z=3$$
$$1\times x-z=3$$
$$1\times\overline{15-z}-z=3$$
$$15-z-z=3$$

693. Substituyendo $\frac{z+4-m}{2}$ en lugar de n en esta ecuacion $3z+24=2m+9n$, resultará que el término $9n$ es lo mismo que el quebrado $\frac{9z+36-9m}{2}$, como se echa de ver en la última igualacion del presente egemplo.

$$3z+24=2m+9n$$
$$3z+24=2m+9\times n$$
$$3z+24=2m+\tfrac{9}{1}\times\frac{z+4-m}{2}$$
$$3z+24=2m+\frac{9z+36-9m}{2}$$

694. Substitúyase $\frac{7-9x}{5}$ en lugar de v en la ecuacion $8x-6v=3$, y saldrá que $-6v$ es lo mismo que $\frac{42+54x}{5}$, y si lo quieres ver con evidencia, antes de la substitucion, pon intermedio el signo de multiplicar en el término $-6v$, como en los egemplos que anteceden.


$$8x-6v=3$$
$$8x-\frac{42+54x}{5}=3$$

695. Póngase $\frac{4n-28}{5}$ en lugar de m en esta ecuacion $3n=m+12$, y resultará que m equivale á $\frac{4n-28}{5}$. Si lo que se dijo en el egemplo antecedente te parece al caso, no dejes de practicarlo.

$$3n=m+12$$
$$3n=\frac{4n-28}{5}+12$$

Cuando se halla repetida la letra, en cuyo lugar se ha de substituir, será mejor que antès de la substitucion se reduzca la ecuacion á los ménos términos que sea posible; v. g.

696. En esta ecuacion $6y+2z-2y=144$ substitúyase $8-x$ en lugar de y.

L. . . . . $6y+2z-2y=144$
M . . . . $4y+2z=144$
N. . . . . $32-4x+2z=144$

Reduciendo el miembro primero de la ecuacion L, sale la ecuacion M; y hecha la substitucion en lugar de la y en la ecuacion M, se tiene en la ecuacion N, que $6y-2y=4y$ es lo mismo que $32-4x$.

Cuando la substitucion se habrá de hacer en un quebrado, se-

rá del caso quitar el tal quebrado antes de la substitucion; v. g.

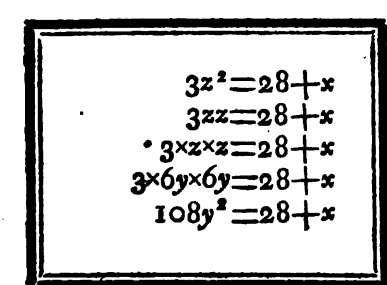
697. Substitúyase $-6+x$ en lugar de z en esta ecuacion $-4z+\frac{9+4z-n}{3}=12$

$$P \ldots\ldots\ldots -4z+\frac{9+4z-n}{3}=12$$
$$Q \ldots\ldots\ldots -12z+9+4z-n=36$$
$$R \ldots\ldots\ldots -8z+9-n=36$$
$$T \ldots\ldots\ldots 48-8x+9-n=36$$

Multiplíquese cada miembro de la ecuacion P por el denominador 3, y se tendrá quitado el quebrado, como parece en la ecuacion Q. El miembro primero de la ecuacion Q redúzcase á la menor espresion, y se tendrá la ecuacion R. En lugar de la incógnita z de la ecuacion R substitúyase su valor, y se tendrá en la ecuacion T, que $48-8x$ equivale á $-8z$.

Si se hubiere de substituir en lugar de una incógnita tal, que tuviere un esponente mayor que la unidad, practíquese lo que se dijo en la regla general de núm. 373 pag. 328. Y continuando en lo demas, como queda advertido en las antecedentes reglas de substitucion, se hallará lo que se pidiere; v. gr.

698. En esta ecuacion $3z^2=28+x$ substitúyase $6y$ en lugar de z.



$$3z^2=28+x$$
$$3zz=28+x$$
$$3\times z\times z=28+x$$
$$3\times 6y\times 6y=28+x$$
$$108y^2=28+x$$

Porque la incógnita z, en donde se ha de substituir, está elevada á la potencia segunda: repítase la z, y puesto intermedio el signo de multiplicar, substitúyase $6y$ en vez de z: y practicada en fin la regla de multiplicar, se tendrá en la quinta igualacion que $108y^2$, á mas de ser igual á $28+x$, lo es tambien (axioma primero núm. VI pag. 2) á $3z^2$.

DE LAS ECUACIONES DE VARIAS INCÓGNITAS.

699. Para encontrar lo que vale cada una de las incógnitas, que se hallaren en cuantas ecuaciones simples se quieran,

como entre todas ellas se encuentren tantas distintas incógnitas, cuantas sean las ecuaciones dadas, y como en ellas no se encuentre término alguno irracional, obsérvese la siguiente

REGLA GENERAL.

Lo 1.º Escríbanse ordenadamente las ecuaciones dadas en un renglon, colocando en primer lugar la que se quiera.

Lo 2.º En la primera ecuacion búsquese el valor de la incógnita que se quiera, tratando para esto á las otras incógnitas como si fuesen cantidades conocidas.

Lo 3.º En cada una de las ecuaciones siguientes, en lugar de la incógnita, que se eligió en la primera ecuacion, substitúyase lo que se encontró valer en dicha primera ecuacion.

Lo 4.º En la segunda ecuacion encuéntrese el valor de la incógnita que se quiera, manejando para esto las demas incógnitas como si fuesen cantidades conocidas.

Lo 5.º El valor de la incógnita, que se tomó en la segunda ecuacion, substitúyase en cada una de las ecuaciones que siguen ácia la derecha en lugar de la incógnita, que se determinó en la referida ecuacion segunda.

Lo 6.º Continúese, como queda dicho, hasta llegar á la última ecuacion, en la que han de quedar destruidas todas las incógnitas, menos una; y si no sucediere así, empiécese otra vez la resolucion, tomando en cada una de las ecuaciones otra diferente incógnita.

Lo 7.º Búsquese ahora el valor de la incógnita de la última ecuacion, y substitúyase luego en cada una de las ecuaciones de la izquierda.

Lo 8.º En la penúltima ecuacion encuéntrese el valor de su incógnita, y substitúyase luego en cada una de las ecuaciones antecedentes.

Lo 9.º Continúese, como queda dicho, hasta llegar á la primera ecuacion; y habiendo encontrado el valor de su incógnita, se tendrá lo que se pidiere; v. g.

700. Los tres señoritos Pedro, Juan y Diego en una visita jugaron á la loteria; y preguntándoles su madre cuanto habian ganado, respondió Pedro: madre, las pesetas, que yo gané, con el duplo de las que ganó Juan, son tantas como las que ganó Diego, si á su ganancia se le añaden 25. Juan

respondió: el décuplo de las que yo gané es igual al triplo de las que ganó Diego, mas el duplo de las que ganó Pedro, con 71. En fin respondió Diego: sumando el triplo de las que yo gané, con 105, saldrá por agregado tanto como es el duplo de las que ganó Pedro, y 9 veces las que ganó Juan. Pídese: cuántas pesetas ganó cada uno?

Supongamos que Pedro, otro de dichos tres señoritos, ganó x pesetas, Juan y, y Diego z. Claro está que las pesetas que ganó Pedro, con el duplo de las que ganó Juan, es $x+2y$, Las pesetas que ganó Diego, con 25, es $z+25$. El problema dice, que las pesetas que ganó Pedro, con el duplo de las que ganó Juan, son tantas como las que ganó Diego, mas 25: luego $x+2y=z+25$.

El décuplo de las pesetas y, que hemos supuesto ganó Juan, es $10y$. El triplo de las pesetas que ganó Diego, mas el duplo de las que ganó Pedro, con 71, componen $3z+2x+71$. El problema dice, que el décuplo de las pesetas, que ganó Juan, es igual á el triplo de las que ganó Diego, mas el duplo de las que ganó Pedro, con 71: luego $10y=3z+2x+71$.

En conclusion, la suma del triplo de las pesetas que ganó Diego, con 105, es $3z+105$. El duplo de las pesetas que ganó Pedro, y 9 veces las que ganó Juan, es $2x+9y$. El problema dice, que sumando el triplo de las pesetas que ganó Diego, con 105, saldrá por agregado tanto como es el duplo de las que ganó Pedro, y 9 veces las que ganó Juan: luego $3z+105=2x+9y$.

Las tres ecuaciones encontradas escríbanse en un renglon, y se tendrán arregladas con el debido órden las que van señaladas con las letras *A*, *B*, *C*.

A. $x+2y=z+25$	*B* $10y=3z+2x+71$	*C*. $3z+105=2x+9y$
D. $x=z+25-2y$	*E*. $10y=5z+121-4y$	*F*. $3z=2z-55-4y+9y$
P $x=15+25-2y$	*G*. . . . . $y=\frac{5z+121}{14}$	*H*. . $z=5y-55$
R. $x=40-28$	*N*. . $14y=75+121$	*L*. . $z=\frac{25z+605}{14}-55$
T. $x=12$	*Q*. . . . . $y=14$	*L*. . $z=15$

En la ecuacion *A* hállese el valor de x, operando para esto como se dijo en el núm. 620 pag. 412, y tratando como cantidades conocidas las demas incógnitas, se tendrá la ecuacion *D*.

En las ecuaciones *B* y *C*, en lugar de la incógnita x, substitúyase (para esto repásense las reglas de substitucion que acabamos de resolver) su valor encontrado en la ecuacion *D*, y se tendrán las ecuaciones *E* y *F*.

En la ecuacion *E* búsquese (núm. 620 pag. 412) el valor de la incógnita y, y saldrá la ecuacion G. Adviértase, que para proceder con mayor claridad, y ménos peligro de equivocacion, se escribieron las operaciones particulares en un papel volante, y que aquí solo se insertaron las mas necesarias.

La ecuacion *F* redúzcase (núm. 366 pag. 327) á la menor espresion, y teniendo la ecuacion *H*, substitúyase en lugar de y su valor encontrado en la ecuacion *G*, y resultará la ecuacion *L*.

En la ecuacion *L* encuéntrese (núm. 620 pag. 412) el valor de su incògnita z, y saldrá la ecuacion *M*.

En las ecuaciones *G* y *D*, en lugar de z, substitúyase su valor encontrado en la ecuacion *M*, y se tendran las ecuaciones *N* y *P*.

En la ecuacion *N* búsquese el valor de su incógnita y, y saldrá la ecuacion *Q*.

En la ecuacion *P*, en lugar de y, substitúyase su valor encontrado en la ecuacion *Q*., y resultará la ecuacion *R*.

En la ecuacion *R* encuéntrese el valor de su incógnita x, y se tendrá la ecuacion *T*.

Ya se tiene concluida la operacion; y así, hallándose $x=12$, $y=14$, y $z=15$; dígase, que Pedro ganó 12 pesetas, Juan 14, y Diego 15.

Digo yo ahora, que aquellos señoritos habrian hecho un discurso mas elevado é inteligible, si cada uno hubiese respondido á su madre; madre, yo no he ganado, ni perdido dinero alguno, por temer que el usar de una libertad, que v. m. no me tiene prohibida, en algun tiempo tal vez me haria perder la amistad y gracia de Dios, y aun de v. m. misma.

Resuélvanse otra vez las tres ecuaciones dadas *A*, *B*, *C*, eligiendo por incógnita la letra y en la ecuacion *A*., la z en la ecuacion *D*, y la x en la ecuacion *C*; y saliendo en la primera ecuacion $y=14$, en la segunda $z=15$, y en la tercera $x=12$, se tendrá en resumen lo mismo que en la primera vez.

Vuélvanse á resolver dichas ecuaciones *A*, *B*, *C*, tomando por incógnita la letra z en la ecuacion *A*, la x en la ecua-

cion B, y la y en la ecuacion C; y en la primera ecuacion saldrá $z=15$, en la segunda $x=12$, y la tercera $y=14$.

701. Encuéntrense dos números tales, que la suma sea 24, y la diferencia 6. Sea x el número mayor, y z el menor; será $x+z=24$, y $x-z=6$. En la primera ecuacion es $x=15$, y en la segunda es $z=9$; dígase, pues, que los dos números que se piden son 15, y 9. Y es así; porque $15+9=24$, y $15-9=6$.

702. Pídense dos quebrados tales, que la mitad del uno sea igual á los tres cuartos del otro, y que sumados hagan tanto como multiplicados. Supóngase que el uno de los dos quebrados es x, y el otro z; serán las ecuaciones $\frac{x}{2}=\frac{3z}{4}$, y $x+z=x\times z$. En la primera ecuacion es $x=\frac{5}{2}$, y en la segunda es $z=\frac{5}{3}$: luego los quebrados que se piden son $\frac{5}{2}$, y $\frac{5}{3}$. Y es así, porque $\frac{1}{2}$ de $\frac{5}{2}=\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{3}$, esto es $\frac{5}{4}=\frac{15}{12}$, y asimismo $\frac{5}{2}+\frac{5}{3}=\frac{5}{2}\times\frac{5}{3}$, esto es $\frac{15+10}{6}=\frac{25}{6}$.

703. El quinto de los años que tiene María Bernarda con el duplo de los de María Asunta es 49. El triplo de los años que tiene María Asunta, ménos los que tiene María Bernarda, es 41. Pregunto: cuántos años tiene cada una? Sean x los años de María Bernarda, y z los de María Asunta; y saldrán las ecuaciones $\frac{x}{5}+2z=49$, y $3z-x=41$; y hallándose en ellas $x=25$, y $z=22$, dígase que María Bernarda tiene 25 años, y María Asunta 22.

704. Bernarda y Asunta tienen 47 años. Asunta tiene 3 ménos que Bernarda. Cuántos tiene cada una? Sean x los años de Bernarda, y z los de Asunta; y hallándose en estas ecuaciones $x+z=47$, y $z=x-3$ ser $x=25$, y $z=22$; respóndase, que Bernarda tiene 25 años, y Asunta 22.

705. Búsquense dos números tales, que el triplo del mayor, mas el tercio del menor, haga 43; y que el mayor, ménos el menor, sea 1. Suponiendo ser x el número mayor, y z el menor, resultarán las ecuaciones $3x+\frac{z}{3}=43$, y $x-z=1$: y siendo en ellas $x=13$, y $z=12$, dígase que los números que se piden son 13, y 12.

706. Si del número de varas de lienzo que compré se quitasen sus 2 tercios, y se añadiesen 8, quedarian 36; pero si al número de los reales que me costaron se añadiese su mitad, y tambien sus 5 sextos, ménos 84, saldrian 2268 reales. Pregunto cuántas varas de lienzo compré, y cuanto me

costaron? Sea x el número de varas, y z el de reales, será $x-\frac{2x}{3}+8=36$, y $z+\frac{z}{2}+\frac{5z}{6}-84=2268$. Siendo $x=84$, y $z=1008$, respóndase que compré 84 varas de lienzo, cuyo importe fue 1008 reales.

707. Juana y María compraron una casa por 8000 libras. Lo que pagó Juana con los 3 quintos de lo que pagó María sube á tanto como lo que pagó María, y 3800 libras mas. Pídese cuánto pagó cada una? Siendo x lo que pagó Juana, y z lo que pagó María, y las ecuaciones $x+z=8000$, y $x+\frac{3z}{5}=z+3800$, dígase que Juana pagó 5000 libras, y María 3000.

708. Un labrador tiene tantos carneros, que si de cada uno le dan 52 reales, le faltarán 784 para comprar la casa en que habita: pero si de cada uno le dan 56 reales, le sobrarán 352. Pídese: cuántos carneros tiene, y cuanto es el valor de la casa? Sea x el número de los carneros, y z el valor de la casa; serán las ecuaciones $x\times52=z-784$, y $56x=z+352$; y hallándose en ellas $x=284$, y $z=15552$, dígase que el tal labrador tiene 284 carneros, y que el valor de la casa es 15552 reales.

709. Un artesano quiere gastar cierta cantidad de dinero en una de dos especies de bayeta. La de especie superior cuesta á 40 reales por vara, y la de inferior á 38. Cuenta el dinero que trae, y halla que si compra de la de superior calidad le faltan 15 reales, y si de la de inferior le sobran 9. Decidme, pues: cuánto dinero trae, y cuantas varas de bayeta comprará, para que le falten ó sobren los reales sobredichos? Sea x el número de reales que trae el artesano, y z el número de varas, y en esta suposicion serán las ecuaciones $40z=x+15$, y $38z=x-9$. Resuélvelas, y hallarás que es $x=465$, y $z=12$: dirás, pues, que los reales que trae el artesano son 465, y que el número de varas que comprará es 12. Multiplica ahora este número de varas por 40 reales, y despues por 38, y tendrás que multiplicando por 40, salen 15 reales mas, que el dinero que trae el artesano, y multiplicando por 38, faltan 9 para igualar el número de los que trae.

710. Tecla dijo á María Ventura: si me das 12 pesos, tendré la mitad mas de los que á tí te quedarán. María Ventura dixo á Tecla: si me das 12 pesos, tendré el cuádruplo de los que á tí te quedarán. Pregúntase: cuántos pesos tiene Tecla, y cuantos María Ventura? Sean x los pesos que tiene

Tecla, y z los que tiene María Ventura; y siendo en esta suposicion las ecuaciones $x+12=z-12+\frac{z-12}{2}$, y $z+12=\overline{x-12}\times4$, dígase que Tecla tiene 24 pesos, y María Ventura 36; pues es $x=24$, y $z=36$.

711. Una Señora compró unas hebillas, un anillo, y un relox. El relox le costó 50 doblones. Las hebillas con el relox le costaron el triplo que el anillo. El anillo con el relox le costaron el duplo que las hebillas. Pídese: cuántos doblones le costaron las hebillas, y cuantos el anillo? Sean x los doblones que costaron las hebillas, y z los que costaron el anillo, y resultarán las ecuaciones $x+50=3z$, y $z+50=2x$; y siendo $x=40$, y $z=30$, dígase que las hebillas le costaron 40 doblones, y el anillo 30.

712. Un platero acaba de fabricar dos cálices y una patena, que vale 600 pesos, la cual puesta sobre el primer cáliz le hace valer el triplo que el segundo, y puesta sobre el segundo le hace valer tanto como el primero. Pídese: cuánto vale cada cáliz? Siendo x el valor del primer cáliz, y z el del segundo; y las ecuaciones $x+600=3z$, y $z+600=x$; dígase que el cáliz primero vale 1200 pesos, y el segundo 600; pues es $x=1200$, y $z=600$.

713. Entregué 120 escudos á Pedro. Despues entregué á Juan no me acuerdo cuantos. En fin entregué á Diego los que no puedo decir. Sé que los escudos que entregué á Juan es la mitad de la suma de los que entregué á Pedro y á Diego; y que los que entregué á Diego es el tercio de la suma de los que entregué á Pedro y á Juan. Pregunto: cuántos escudos entregué á Juan, y cuantos á Diego? Sean x los escudos que entregué á Juan y z los que entregué á Diego: y resultando las ecuaciones $x=\frac{120+z}{2}$ y $z=\frac{120+x}{3}$, dígase que á Juan le entregué 96 escudos, y á Diego 72.

714. Un egército consta de Franceses, Napolitanos y Españoles. Los Napolitanos son 8000. Los Franceses son el cuarto de los Napolitanos y Españoles. Los Españoles son el duplo de los Franceses y Napolitanos. Pídese: cuántos son los Franceses, y cuantos los Españoles? Supongamos que los Franceses son x, y los Españoles z, serán las ecuaciones $x=\frac{8000+z}{4}$,

y $z=\overline{x+8000}\times 2$; y hallándose en ellas ser $x=12000$, y $z=40000$, dígase que los Franceses son 12000, y los Españoles 40000.

715. Divídase el número 300 en tres partes tales, que la primera sea el duplo de la segunda, y esta el triplo de la tercera. Sea v la primera parte, x la segunda, y z la tercera, serán las ecuaciones $v+x+z=300$, $\frac{v}{2}=x$, y $x=3z$; y siendo en ellas $v=180$, $x=90$, y $z=30$, dígase que la primera parte es 180, la segunda 90, y la tercera 30 (1).

716. Búsquense tres números, cuya suma sea 41, y que el segundo sea el duplo que el primero -4, y el tercero el triplo que el segundo $+3$. Sea x el número primero, y el segundo, y z el tercero, serán las ecuaciones $x+y+z=41$, $y=2x-4$, y $z=3y+3$; y hallándose en ellas $x=6$, $y=8$, y $z=27$, dígase que el número primero es 6, el segundo 8, y el tercero 27.

717. Pídense tres números, que el segundo sea el duplo del primero, y el tercero el triplo del segundo; y que multiplicando el primero por 9, el segundo por 7, y el tercero por 4, hagan sus productos la suma de 282. Sea v el número primero, x el segundo, y z el tercero, serán las ecuaciones $x=2v$, $z=3x$, y $9v+7x+4z=282$; y siendo en ellas $x=12$, $z=36$, y $v=6$, dígase que el número primero es 6, el segundo 12, y el tercero 36.

718. Encontradme tres números tales, que el segundo sea 8 mas que el primero, y el tercero 12 mas que el segundo; y que multiplicando el primero por 3, el segundo por 7, y el tercero por 9, sea la suma de sus productos igual á 350. Suponiendo ser x el número primero, y el segundo, y z el tercero; y resultando en esta suposicion las ecuaciones $3x+7y+9z=350$, $x+8$

(1) Muchas de las ecuaciones que el Autor resuelve valiéndose de varias incógnitas, pueden resolverse por medio de una sola incógnita, como lo vamos á manifestar en este mismo egemplo: si el número 300 ha de dividirse en tres partes tales que la primera ha de ser el duplo de la segunda, y esta el triplo de la tercera; es claro que si la tercera la hacemos igual á x, siendo la segunda triplo de aquella la haremos igual á $3\times x=3x$; y siendo la primera el duplo de la segunda, si esta es $3x$, aquella será $2\times 3x=6x$; y como las tres partes juntas han de componer el todo 300 siendo la primera $6x$, la segunda $3x$, y la tercera x, será $6x+3x+x=300$

$$10x=300$$

$$x=30$$

Luego siendo $x=30$, la primera parte será $6\times 30=180$; la segunda $3\times 30=90$; y la tercera 30, cuyos números guardan las condiciones del problema. Discúrrase en los otros egemplos segun las circunstancias del problema.

$=y$, é $y=z-12$, dígase que el número primero es 6, el segundo 14, y el tercero 26.

719. Entre Pedro, Juan y Diego me deben 1476 escudos. Pedro me debe el duplo que Juan, y Diego el triplo tambien que Juan. Cuánto me debe cada uno? Supóngase ser v lo que me debe Pedro, x lo que me debe Juan, y z lo que me debe Diego; y resultando las ecuaciones $v+x+z=1476$, $v=2x$, y $z=3x$ de cuyas incógnitas es $v=492$, $x=246$, y $z=738$, dígase que Pedro me debe 492 escudos, Juan 246, y Diego 738.

720. Una noche jugué al truque, y concluido el juego me hallé con el quíntuplo del dinero que tenia cuando me puse á jugar. Despues jugué al revesino, y concluido el juego me hallé con el séptuplo del dinero que tenia cuando me puse á jugar esta segunda vez. En fin jugué un rato á la loteria, y concluido el juego me hallé con el cuádruplo del dinero que tenia cuando me puse á jugar esta última vez. Pregunto: hallándome, concluida la loteria, con 84 pesetas, con cuánto dinero me puse á jugar al truque, con cuánto al revesino, y con cuánto á la loteria? Supóngase ser x el número de pesetas que tenia cuando me puse á jugar al truque, y el que tenia cuando me puse á jugar al revesino, y z el que tenia cuando me puse á jugar á la loteria; y saliendo las ecuaciones $5x=y$, $7y=z$, $4z=84$, dígase que me puse á jugar al truque con 3 quintos de peseta; ó bien con 20 cuartos y 2 quintos de otro cuarto, ú 81 maravedís y 3 quintos de otro maravedí de vellon; ó bien con 3 sueldos, 4 dineros, 4 quintos en menudos de Valencia; ó bien con 4$\frac{4}{5}$6 catalanes; á revesino con 3 pesetas; y á la loteria con 21 pesetas. Lo mismo se habria encontrado, tomando el cuarto de 84, el séptimo del cuarto, y el quinto del séptimo. Si en el problema espresado solamente se hubiese pedido con cuanto dinero me puse á jugar al truque, se habria satisfecho con esta sola ecuacion $x\times5\times7\times4=84$.

721. En un cestillo hay nueces, higos y dátiles. El número de todo es 680. El número de las nueces con el de los higos es igual al triplo de los dátiles. La mitad del número de los higos con el quinto del número de los dátiles hacen el número de las nueces, mas 85. Pídese: cuántas nueces, cuántos higos y cuántos dátiles hay en el cestillo? Sea v el numero de las nueces, x el de los higos, y z el de los dátiles; y se tendrán las ecuaciones $v+x+z=680$, $v+x=3z$, y $\frac{x}{2}+\frac{z}{5}=v+85$; y siendo en ellas $v=136$, $x=374$, y $z=170$, dígase que en el tal cestillo hay 136 nueces, 374 higos, y 170 dátiles.

722. Se ignoran los años de Pedro, Juan y Diego; pero se sabe que los de Pedro y Juan son tantos como los de Diego, mas 20; que los de Juan y Diego son tantos como los de Pedro, mas 30; y que la suma de los de Pedro y Diego es igual á los de Juan, con 40 mas. Pídese: cuántos años tiene cada uno? Sean x los años de Pedro, y los de Juan, y z los de Diego; y resultando las ecuaciones $x+y=z+20$, $y+z=x+30$, y $x+z=y+40$, dígase que Pedro tiene 30 años, Juan 25, y Diego 35.

723. Un abuelo tiene tantos años como su hijo y su nieto. Entre los tres tienen 180. El nieto tiene el tercio de los años de su padre, mas el noveno de los de su abuelo. Decidme: cuántos años tiene cada uno? Sean v los años del abuelo, x los del hijo, y z los del nieto, y se tendrán las ecuaciones $v=x+z$, $v+x+z=180$, y $z=\frac{x}{3}+\frac{v}{9}$; y siendo $v=90$, $x=60$, y $z=30$, dígase que el abuelo tiene 90 años, el hijo 60, y el nieto 30.

724. De 800 pesos ó libras valencianas se han de hacer tres partes tales, que la segunda exceda á la primera en 36, y la tercera á la segunda en 48. Decidme: cuántos habrá en cada una? Sea v la primera parte, x la segunda, y z la tercera; y saliendo las ecuaciones $v+x+z=800$, $x=v+36$, y $z=x+48$, dígase que en la primera parte habrá 226 ℔ 13 ß 4, en la segunda 262 ℔ 13 ß 4, y en la tercera 310 ℔ 13 ß 4; pues es $v=226\frac{2}{3}$, $x=262\frac{2}{3}$, y $z=310\frac{2}{3}$.

725. Tres artesanos compraron un campo, y no se acuerdan cuanto pagó cada uno; pero consta que el primero pagó el duplo que el segundo, mas 8 pesos. El tercero pagó tanto como los otros dos, mas 12 pesos. Todos juntos pagaron 8000 pesos. Pídese: cuánto pagó cada uno? Sean v los pesos que pagó el primero, x los que pagó el segundo, y z los que pagó el tercero, serán las ecuaciones $v=2x+8$, $z=v+x+12$, y $v+x+z=8000$: y hallándose en ellas $v=2665\frac{2}{6}$, $z=4006$, y $x=1328\frac{4}{6}$, dígase que el primero pagó 2665 pesos $\frac{1}{3}$, el segundo 1328 pesos $\frac{2}{3}$, y el tercero 4006 pesos.

726. Del número 72 háganse tres partes tales, que la mitad de la primera, el tercio de la segunda, y el cuarto de la tercera sean iguales. Sea v la primera parte, x la segunda, y z la tercera, y las ecuaciones $v+x+z=72$, $\frac{v}{2}=\frac{x}{3}$, $\frac{x}{3}=\frac{z}{4}$; y porque en ellas es $z=32$, $v=16$, y $x=24$, dígase que la primera parte es 16, la segunda 24, y la tercera 32; pues la mitad de 16, el tercio de 24, y el cuarto de 32, es 8.

727. *NOTA.* Para resolver la ecuacion que precede *y otras* semejantes á ella, por medio de la resolucion de una sola ecuacion; discúrrase como sigue: si del número 72 han de hacerse tres partes tales, que la mitad de la primera, el tercio de la segunda, y el cuarto de la tercera han de ser iguales, es claro que debemos proporcionarnos unas partes tales que multiplicando la primera por $\frac{1}{2}$, la segunda por $\frac{1}{3}$, y la tercera por $\frac{1}{4}$ nos han de dar productos iguales; luego si estos productos los hacemos iguales á x, tendremos que la primera parte será el reciproco de $\frac{1}{2}$ multiplicado por x, que es $2x$; pues que $2x \times \frac{1}{2} = x$: la segunda parte será tambien el reciproco de $\frac{1}{3}$ multiplicado por x, que es $3x$; porque $3x \times \frac{1}{3} = x$: y la tercera parte será el reciproco de $\frac{1}{4}$ multiplicado tambien por x, que es $4x$; porque $4x \times \frac{1}{4} = x$: ahora siendo las tres partes juntas iguales á 72 será $2x + 3x + 4x = 72$

$$9x = 72$$
$$x = 8$$

En cuya ecuacion tenemos que por ser $x = 8$, será la primera parte $2x = 16$; la segunda $3x = 24$, y la tercera $4x = 32$.

728. Paraque se vea con mas claridad lo que hemos hecho en el egemplo anterior, practicaremos del mismo modo el que sigue.

Pedro, Juan, Diego y José en una compañia que hicieron, hallaron entre caudal y ganancia 1050 pesos, que han de repartirse de modo que los $\frac{5}{3}$ de Pedro, los $\frac{9}{7}$ de Juan, los $\frac{5}{17}$ avos de Diego, y los $\frac{18}{19}$ avos de José sean iguales. Pídese cuánto corresponde á cada uno? Este problema se ve á simple vista, que es igual al otro, pues que tambien en substancia nos pide que del número 1050 hemos de hacer cuatro partes tales que los $\frac{3}{5}$ de la parte de Pedro, sea igual á los $\frac{9}{7}$ de la parte de Juan, á los $\frac{5}{17}$ de la parte de Diego, y á los $\frac{18}{19}$ de la parte de José; y así estas partes deben hacerse de modo, que la de Pedro multiplicada por $\frac{5}{3}$, la de Juan por $\frac{9}{7}$, la de Diego por $\frac{5}{17}$, y la de *José* por $\frac{9}{7}$ nos den por productos una misma cantidad v. gr. x; pero como en toda regla de multiplicar el producto partido por uno de los factores nos da por cociente el otro factor, resulta que partiendo el producto x por $\frac{5}{3}$, el cociente $\frac{3x}{5}$ nos indica la parte de los 1050 pesos que corresponden á Pedro; partiendo la misma cantidad x por $\frac{9}{7}$, el cociente $\frac{7x}{9}$ nos indica la parte de los dichos 1050 pesos que tocan á Juan; asimismo el cociente de $x \diagdown \frac{5}{17} = \frac{17x}{5}$ es lo que debe recibir Diego de la misma cantidad 1050 pesos: y por último el resultado de $x \diagdown \frac{18}{19} = \frac{19x}{18}$ nos señala la parte de

los 1050 pesos que debe recibir José; luego como las cuatro cantidades $\frac{3x}{5}$, $\frac{7x}{9}$, $\frac{17x}{5}$ y $\frac{19x}{18}$ (Axioma 10.° pág. 3) han de ser iguales á 1050, tendremos que

$$\frac{3x}{5}+\frac{7x}{9}+\frac{17x}{5}+\frac{19x}{18}=1050$$
$$\frac{270x}{5}+\frac{630x}{9}+\frac{1530x}{5}+\frac{1710x}{18}=94500$$
$$54x+70x+306x+95x=94500$$
$$525x=94500$$
$$x=180$$

Luego siendo $x=180$, diremos que de los 1050 pesos que hallaron en la compañía entre caudal y ganancia, corresponden á Pedro 108 pesos; por ser su parte $\frac{3x}{5}=\frac{3\times180}{5}=108$: á Juan 140 pesos; porque su parte $\frac{7x}{9}=\frac{7\times180}{9}=140$: á Diego 612 pesos pues su parte es $\frac{17x}{5}=\frac{17\times180}{5}=612$: y á José 190 pesos; como lo manifiesta $\frac{19x}{18}=\frac{19\times180}{18}=190$.

729. Pídense tres números tales, que el primero, mas la mitad de los otros dos, haga 75; que el segundo, mas el tercio de los otros dos, haga 75; y que el tercero, mas el cuarto de los otros dos, haga 75. Sea v el número primero, x el segundo, y z el tercero; y resultando las ecuaciones $v+\frac{x+z}{2}=75$, $x+\frac{v+z}{3}=75$, y $z+\frac{v+x}{4}=75$, dígase que de los números que se piden el primero es $22\frac{1}{17}$, el segundo $48\frac{9}{17}$, y el tercero $57\frac{6}{17}$.

730. Buscadme tres números tales, que el primero, sumado con 8 del segundo, sea la suma el duplo de la diferencia del segundo. El segundo, con 12 del tercero, sea igual al triplo de la resta del tercero. El agregado del tercero, con 16 del primero, sea lo mismo que el cuádruplo del resíduo del primero. Sea v el número primero, x el segundo, y z el tercero, serán las ecuaciones $v+8=\overline{x-8}\times2$, $x+12=\overline{z-12}\times3$, y $z+16=\overline{v-16}\times4$; y siendo en ellas $v=26\frac{2}{23}$, $x=25\frac{1}{23}$, y $z=24\frac{8}{23}$, dígase que de los números que se piden, el primero es $26\frac{2}{23}$, el segundo $25\frac{1}{23}$, y el tercero $24\frac{8}{23}$.

731. El número 36 divídase en cuatro partes tales, que multiplicando la primera por 2, la segunda por 4, la tercera por 6, y la cuarta por 8, salgan productos iguales. Sea v la primera parte, x la segunda, y la tercera, y z la cuarta; y resultando en esta suposicion las ecuaciones $v+x+y+z=36$, $2v=4x$, $4x=6y$, y $6y=8z$, dígase que la primera parte es $17\frac{77}{275}$, la segunda $8\frac{176}{275}$, la tercera $5\frac{209}{275}$, en fin la cuarta $4\frac{88}{275}$ avos.

732. Pregunté á Engracia, Lucia, Francisca y Eulalia cuántos años tenian? Y en el año 1786 me respondió Engracia: mis años,

menos los de Eulalia, son 4; mis años, con los de Francisca componen 36; mis años, mas el tercio de los de Lucia, suben á 26, y el séptimo de los que tenemos entre todas es 10.

Lucia dijo: entre Engracia, Francisca y yo componemos el número de 54 años. Yo tengo 2 años menos que Engracia, y 2 mas que Francisca; pero esta y Eulalia tantos años tiene la una como la otra.

Francisca respondió: la mitad y quinto de los años que cumplió Engracia hacen el quinto de los que tenemos entre todas. Si del número de mis años se quitan los de Eulalia, quedará cero por diferencia; y si se quitan los de Lucia, quedará menos 2, por mas que resten 4, quitando los mios de los de Engracia.

Eulalia dijo: entre todas tenemos 70 años. Yo nací en el mismo año que Francisca, y 4 años despues que Engracia. En conclusion, el cuarto de mis años, y el tercio de los de Lucia, hacen 1, con un cero.

Suponiendo que los años de Engracia son v, los de Lucia x, los de Francisca y, y los de Eulalia z, claro está que encontrándose en cada uno de los cuatro problemas dados ser $v=20$, $x=18$, $y=16$, y $z=16$, serán por órden los años de cada una los mismos que aquí parecen figurados.

DE LAS ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

733. Hemos dicho (núm. 619 pág. 412) que se llamaba ecuacion del segundo grado aquella, cuya incógnita se halla elevada al segundo grado ó dignidad. De estas ecuaciones hay de dos especies, unas que se llaman *ecuaciones de segundo grado simples*, y otras que se les da el nombre de *ecuaciones de segundo grado afectas*.

734. La ecuacion cuadrada simple es aquella, en que solo se encuentra el cuadrado de la incógnita, como en esta $x^2=36$. La resolucion de estas ecuaciones es muy fácil, pues haciendo de modo, que el cuadrado de la incógnita quede limpio de toda fraccion y coeficiente en el un miembro de la ecuacion, y todas las otras cantidades en el otro; sacando la raiz cuadrada de entrambos miembros se tendrá el valor de la incógnita. Así en la ecuacion propuesta será $x=\sqrt{36}$. Por este método se resuelven los ecuaciones simples de todos los demas grados; así en esta ecuacion

$x^n=ab$, será $x=\sqrt[n]{ab}$, y en esta $x^5=32$, será $x=\sqrt[5]{32}$, ó bien $x=2$.

735. La ecuacion del segundo grado afecta es aquella en que á mas de encontrarse el cuadrado de la incógnita, se encuentra tambien èn otro término la misma incógnita simple multiplicada ó dividida por otra cantidad, como en esta $x^2-12x=28$.

736. Para encontrar los dos valores, que tiene la incógnita en cualquiera ecuacion afecta del segundo grado, en que no haya término irracional, practíquese la siguiente

REGLA GENERAL.

Lo 1.° Multiplíquese cada miembro por el producto de los denominadores.

Lo 2.° Redúzcanse á enteros los quebrados impropios.

Lo 3.° Si alguno ó algunos de los términos que hay en el miembro primero, están tambien en el miembro segundo con el mismo signo, quítense ó bórrense los tales términos de ambos miembros.

Lo 4.° Si en cada término está la incógnita, pártase cada miembro por la potencia menor de la incógnita.

Lo 5.° Réstense ó quítense de cada miembro los términos, en los cuales no se halla la incógnita en el miembro primero.

Lo 6.° Réstense ó quítense de cada miembro los términos en los cuales se halla el cuadrado de la incógnita en el miembro segundo.

Lo 7.° Redúzcase cada miembro á la menor espresion.

Lo 8.° Pártase cada miembro por el coeficiente del cuadrado de la incógnita.

Lo 9.° La mitad del coeficiente de la simple incógnita cuádrese.

Lo 10.° Este cuadrado súmese á los dos miembros, y así será el miembro, ó lado en que se encuentre la incógnita, un cuadrado perfecto.

Lo 11.° Sáquese la raíz cuadrada de entrambos miembros, la cual en el miembro donde esta la incógnita, es siempre la suma de la incógnita simple, y de la mitad del coeficiente del segundo término si este es positivo; ó la diferencia de entrambos, si este es negativo. Si no hubiese coeficiente particular, se sobreentiende 1.

Lo 12.° La mitad del coeficiente de la referida simple incógnita súmese si es negativo, ó réstese si es positivo á los dos miembros, tomando del miembro conocido el valor positivo, y el resultado será el primer valor de la incógnita en la ecuacion dada.

Lo 13.° La mitad del coeficiente de la misma simple incógnita súmese otra vez si es negativo, ó réstese si es positivo á los dos miembros de la misma ecuacion, tomando del miembro conocido el valor negativo, y lo que resulte será el segundo valor de la incógnita en la ecuacion dada.

737. Si al cuadrado cubo de los problemas, que resolvió José, se añaden sus 2 cuartas partes, y de la suma se quita 36 veces el cuadrado cuadrado de dichos problemas, saldrá por diferencia tanto como es el cubo de los mismos problemas multiplicado por 84, mas su mitad, menos el duplo de su potencia quinta. Pídese: cuántos problemas resolvió José?

Supongamos que los problemas que resolvió José son x. Claro está que su cuadrado cubo será x^5, y sus 2 cuartas partes serán $\frac{2}{4}\times\frac{x}{1}=\frac{2x}{4}$. El cuadrado cuadrado de dichos problemas, segun lo supuesto, es x^4; luego 36 veces el tal cuadrado cuadrado será $36x^4$. Si de la suma $x^5+\frac{2x}{4}$ se quita $36x^4$, se tendrá la diferencia $x^5+\frac{2x}{4}-36x^4$.

El cubo de los problemas x, que supusimos, es x^3, el cual multiplicado por 84 será $84x^3$. La mitad de los x problemas espresados es $\frac{x}{2}$, y el duplo de la potencia quinta de los mismos es $2x^5$. Quitando $2x^5$ de la suma $84x^3+\frac{x}{2}$; saldrá $84x^3+\frac{x}{2}-2x^5$ por diferencia. Esta diferencia, segun dice el problema, es igual á la otra que hallamos, luego será

A.	$x^5+\frac{2x}{4}-36x^4=84x^3+\frac{x}{2}-2x^5$
B.	$8x^5+\frac{16x}{4}-288x^4=672x^3+\frac{8x}{2}-16x^5$
C.	$8x^5+4x-288x^4=672x^3+4x-16x^5$
D.	$8x^5-288x^4=672x^3-16x^5$
E.	$8x^2-288x=672-16x^2$
F.	$16x^2+8x^2-288x=672$
G.	$24x^2-288x=672$
H.	$x^2-12x=28$
L.	$x^2-12x+36=28+36$
M.	$x^2-12x+36=64$
P.	$x-6=\pm 8$
X.	$x=14$
Z.	$x=-2$

Para encontrar los dos valores que tiene la incógnita x en la ecuacion *A*, practíquese lo siguiente.

Lo 1.º Multiplíquese cada miembro por 8, producto del denominador 4 multiplicado por el denominador 2, y se tendrá la ecuacion *B*.

Lo 2.º Redúzcanse á enteros los quebrados impropios $\frac{16x}{4}$ y $\frac{8x}{2}$ de la ecuacion *B*, y saldrá la ecuacion *C*.

Lo 3.º Porque en la ecuacion *C* se encuentra el término $4x$, no solamente en el miembro primero, sino tambien en el segundo con el mismo signo, quítese el tal término de ambos miembros, y resultará la ecuacion *D*.

Lo 4.º Porque en cada término de la ecuacion *D* se encuentra la incógnita x, pártase cada miembro por x^3, que es la elevada á menos potencia, y se tendrá la ecuacion *E*. Si practicado este precepto resultase una ecuacion tal, que en ella hubiere algun término, cuya incógnita tuviere un esponente mayor que el número 2, la ecuacion dada será de un grado superior al segundo.

Lo 5.º Por hallarse cuadrada la incógnita en el término $-16x^2$ del miembro segundo de la ecuacion *E*, quítese el tal término de ambos miembros, y resultará la ecuacion *F*.

Lo 6.º Redúzcase cada miembro de la ecuacion *F* á los menos términos que sea posible, y se tendrá la ecuacion *G*.

Lo 7.º Pártase cada miembro de la ecuacion *G* por 24, que es coeficiente de la incógnita x cuadrada; esto es del cuadrado x^2 y se tendrá la ecuacion *H*.

Lo 8.º El coeficiente de la simple incógnita de la ecuacion *H* es 12, cuya mitad es 6, y el cuadrado de este 6 es 36.

Lo 9.º El cuadrado 36 que hallamos, añádese á entrambos miembros de la ecuacion *H*, y saldrá la ecuacion *L*; en cuya ecuacion $x^2-12x+36=28+36$: en el miembro $x^2-12x+36$ donde se halla la incógnita, es un cuadrado perfecto; porque si á x^2+2ax cuadrado imperfecto añadimos el cuadrado de la mitad del coeficiente de la simple incógnita x, tendremos $x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$.

Lo 10.º Redúzcase cada miembro de la ecuacion *L* á los menos términos que sea posible, y se tendrá la ecuacion *M*.

Lo 11.º Sáquese la raíz cuadrada de los dos miembros de la ecuacion *M*, cuya raíz del miembro en donde se halla la incógnita, se hallará poniendo la incognita x, junta con la mitad del coeficiente del segundo término $-12x$ del cuadrado, que es -6; porque si en el cuadrado perfecto $x^2+2ax+a^2$ ó bien $x^2-2ax+a^2$ queremos obtener su raíz cuadrada, bastará poner la incógnita x, junta con la mitad del coeficiente que tiene en el segundo término

del cuadrado, y así $\sqrt{(x^2+2ax+a^2)}=a+x$ y $\sqrt{(x^2-2ax+a^2)}=a-x$. Con esto se tendrá la ecuacion P.

Lo 12.° Por hallarse en la ecuacion P, $x-6=\pm 8$, esto es $x-6=8$ ó bien $x-6=-8$; súmese primeramente á los dos miembros de la ecuacion $x-6=8$, la mitad del coeficiente de la simple incógnita que es 6, y se tendrá la ecuacion X, que es $x=14$ primer valor de la incognita.

Lo 13.° Súmese despues el mismo 6 á la ecuacion $x-6=-8$ y se tendrá $x=-2$ segundo valor de la incógnita, como parece en la ecuacion Z.

Tenemos que de los dos valores, que tiene la incógnita x en la ecuacion dada, el uno es 14, y el otro -2: pues es $x=14$, y tambien $x=-2$, y así dígase que los problemas, que resolvió José, son ó bien 14, ó bien que dejó de resolver los dos que tenia obligacion.

738. Pedro tiene tantos pesos, que multiplicados por su tercio dan un producto igual al duplo de los que tiene, mas 24. Pídese: cuántos pesos tiene Pedro? Supongamos que el número de los pesos que tiene Pedro es x; claro está que el producto de dichos pesos x por su tercio $\frac{x}{3}$, será $\frac{x}{1}\times\frac{x}{3}=\frac{x^2}{3}$. Tambien está claro que el duplo de los tales pesos x, mas 24, es $2x+24$. Segun dice el problema estas dos cantidades son iguales: luego $\frac{x^2}{3}=2x+24$. De esta ecuacion resulta $x=12$, y tambien $x=-6$. Dígase pues que Pedro tiené 12 pesos, ó bien debe 6: pues (núm. 622 pág. 415) tanto el 12, como el -6, guardan las condiciones del problema; porque $\frac{12}{1}\times\frac{12}{3}=2\times12+24$, esto es $48=48$; y tambien $-6\times-2=2\times-6+24$, esto es $12=12$. Que tanto el 12 como el -6 tengan las condiciones, que espresa el problema, puede asimismo examinarse de esta manera: $12\times4=48$, y tambien $12\times2=24$, $+24=48$: $-6\times-2=12$, y tambien $-6\times2=-12$; $+24=12$.

739. Pablo tiene tantos años, que multiplicados por su tercio dan un producto igual al séxtuplo de los que tiene, menos 24. Pídese: cuántos años tiene Pablo? En esta ecuacion $\frac{x^2}{3}=6x-24$, que es la que corresponde al problema, es $x=12$, y tambien $x=6$, y así dígase que Pablo tiene 12 años, ó bien 6.

740. Pídese un número tal, que multiplicado por su cuarto, y añadiendo al producto el número 3, sea la suma lo mismo que el óctuplo del tal número, menos el número 45. En esta ecuacion $\frac{x^2}{4}+3=8x-45$, es $x=24$, y tambien $x=8$; y así dígase que el número que se pide es 24, ó bien 8.

741. Qué número es aquel, que el quinto de su cuadrado, menos 28, hace tanto como el tal número, mas 2? En esta ecuacion $\frac{x^2}{5}-28=x+2$, es $x=15$, y tambien $x=-10$; y así dígase que el número que se pide es 15, ó bien -10.

742. Si la mitad del número de durillos que tiene Rafael se multiplica por la otra mitad, y al producto se añaden 4, el agregado será 11 veces el número de sus durillos, menos 68. Pídese: cuántos durillos tiene Rafael? En esta ecuacion $\frac{x^2}{4}+4=11x-68$, es $x=36$, y tambien $x=8$; dígase pues que Rafael tiene 36 durillos, ó bien 8.

743. Ahora tiene tantos durillos Rafael, que el cuadrado de su mitad, junto con el triplo de los que tiene, menos 112, componen lo mismo que nada. Pregunto: cuántos tiene? En esta ecuacion $\frac{x^2}{4}+3x-112=0$, es $x=16$, y tambien $x=-28$; y así respóndase, que el espresado Rafael tiene 16 durillos, ó bien debe 28.

744. Dame un número tal, que la mitad de su cuadrado sea tanto como el séptuplo del tal número, menos 24. En esta ecuacion $\frac{z^2}{2}=7z-24$, es $z=8$, y tambien $z=6$; dígase pues que el número que se pide es 8, ó bien 6.

745. Búsquese un número tal, que el triplo de su cuadrado sea 75. En esta ecuacion $3y^2=75$, es $y=5$, y tambien $y=-5$; y así dígase que el número que se pide es 5, ó bien menos 5.

746. Dame un número, cuyo cuadrado con su cubo haga 56 veces el tal número. En esta ecuacion $z^2+z^3=56z$, es $z=7$, y tambien $z=-8$, dígase pues que el número que se pide es 7, ó bien -8.

747. Encuéntrese un número, que su cuadrado cuadrado haga tanto como el sexdécuplo de su cuadrado. En esta ecuacion $x^4=16x^2$, es $x=4$, y tambien $x=-4$; y así dígase que el número que se pide es 4, ó bien -4.

748. Si del cuadrado de mis reales se quitan 1560, quedarán en limpio los que tengo. Decidme pues: cuál es el número de mis reales? Porque en esta ecuacion $y^2-1560=y$, es $y=40$, y tambien $y=-39$; dígase que el número de mis reales es 40, ó bien -39.

749. Si al cuadrado de mis reales se añaden 36, será la suma igual á mis reales multiplicados por 12. Pregunto: cuántos tengo? dígase que tengo 6 reales: pues en esta ecuacion $z^2+36=12z$ es $z=6$.

750. Qué número es aquel, que multiplicado por su cuádruplo dé un producto igual á la mitad del tal número, mas 141? El número que se pide es 6, ó bien $-\frac{94}{16}=-5\frac{7}{8}$; y es así, porque en esta ecuacion $x\times4x=\frac{x}{2}+141$, es $x=6$, y tambien $x=-\frac{94}{16}$, cuyo quebrado es lo mismo que $-5\frac{7}{8}$.

751. El número, cuyo cuadrado con 31 es igual á 12 veces el tal número, cuál es? La ecuacion correspondiente á el problema es esta $y^2+31=12y$; pero en ella es $y=6+\sqrt{5}$, y tambien $y=6-\sqrt{5}$: luego el número que se pide es $6+\sqrt{5}$, ó bien $6-\sqrt{5}$.

752. En conclusion decidme: qué número es aquel, que multiplicado por sí mismo, y quitando del producto el óctuplo del tal número, sea la diferencia igual á menos 32. En esta ecuacion $z^2-8z=-32$, que es la correspondiente al problema, es $z=4+\sqrt{-16}$, y tambien $z=4-\sqrt{-16}$: pero como tanto $4+\sqrt{-16}$, como $4-\sqrt{-16}$ son cantidades imaginarias (núm. 611 pág. 411), dígase que no hay número alguno, que multiplicado por sí mismo, y quitando del producto el óctuplo del tal número, sea la diferencia igual á menos 32.

COMBINACIONES EN CUANTO Á LA SUSTANCIA.

753. Combinacion es una ordinacion de una ó muchas cosas en órden á otra ú otras. La combinacion se divide de varias maneras; pero para declarar mas bien lo que aquí entendemos por combinacion, nos serviremos del juego de la loteria, por ser bien conocido en España y en otros Reinos.

754. Si de los 90. distintos números, que se ponen en el arca, para hacer la estraccion, saco tres, por egemplo, 2, 5, y 12; y despues los vuelvo á meter en el arca, y saco de ella tres números, por egemplo 5, 18, 43; y luego los vuelvo á meter en el arca, y saco de ella tres números, por egemplo 9, 30, 86, y continuo de esta suerte; está claro que al cabo de cierto número de dias, que yo saque del arca tres números, no podré sacar ya otros tres, que no los haya sacado en otra ocasion.

755. Esto de indagar el número de veces que yo puedo meter la mano en el arca, para que de los 90 números, que en ella hay, saque tres números tales, que todos ellos no los haya sacado otra vez, es lo que se dice indagar cuantos distintos ternos secos se

pueden hacer de los 90 números de la loteria; ó bien indagar cuántos términos ó combinaciones se pueden hacer de 90 cosas tomadas de tres en tres.

756. Si cada vez que metí la mano en el arca para sacar tres números, hubiera sacado cuatro, y hubiera continuado esta funcion; esto se diria, indagar cuantos distintos cuaternos ó combinaciones pueden formarse de 90 números ó cosas tomadas de cuatro en cuatro.

RESOLUCION.

757. Lo 1.º Fórmese una serie de términos tal, que el término primero sea 1; que el término segundo sea 2; que el tercero sea 3; que el cuarto sea 4; que el quinto sea 5, y así de los demas hasta llegar al último, que debe ser aquel número que denota el número de cosas que entran en el caso.

Lo 2.º Fórmese otra serie de términos tal, que el término primero sea el número total de las cosas; que el término segundo sea el primero, menos la unidad; que el tercero sea el segundo, menos la unidad; que el cuarto sea el tercero, menos la unidad; que el quinto sea el cuarto, menos la unidad; y así de los demas hasta que se tengan tantos términos como en la serie primera.

Lo 3.º Multiplíquense continuamente los términos de la primera serie, y el producto que saliere multiplíquese por el número de combinaciones, que pueden formarse en el caso propuesto, y se tendrá una cantidad igual á la que resultará multiplicando sucesivamente los términos de la serie segunda; v. gr.

758. Pídese: cuántos ambos ó binarios pueden formarse de los 90 números de la loteria? Supóngase ser x el número de ambos que se pueden formar; y se tendrá la ecuacion $1\times2\times x=90\times89$. Hecha la multiplicacion, se tendrá $2x=8010$; y partiendo el miembro segundo por el coeficiente de la incógnita, resultará $x=4005$; y así dígase que de los 90 números de la loteria pueden formarse 4005 ambos.

759. De los 90 números de la loteria cuántos distintos ternos secos pueden salir? En esta ecuacion $1\times2\times3\times x=90\times89\times88$, es $x=117480$; así dígase que pueden salir 117480 ternos. Dime asimismo: cuántos distintos cuaternos pueden resultar de dichos 90 números? Pueden resultar 2555190 cuaternos distintos; pues en esta ecuacion $1\times2\times3\times4\times y=90\times89\times88\times87$, es $y=2555190$.

760. Cuántos quinarios ó cuántas distintas combinaciones pueden hacerse de 90 cosas tomadas de cinco en cinco? Pueden hacerse 43949268; pues en esta ecuacion $1\times2\times3\times4\times5\times y=90\times89\times88\times87\times86$, es $y=43949268$.

761. Cuántas diferentes cantidades, compuesta cada una de tres notas, pueden formarse de las nueve señales numéricas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9? Pueden formarse 84. Y es así; porque en esta ecuacion $1\times2\times3\times z=9\times8\times7$, se encuentra ser $z=84$.

762. Ayer jugaba al truque, y la primera vez me dieron el tres de copas, el siete de espadas, y la sota de oros. Pregunto: cuántas veces podian barajarse las cartas, dándome tres cada vez, sin volverme á dar de una vez las tres nombradas? Porque en esta ecuacion $1\times2\times3\times x=48\times47\times46$, es $x=17296$; dígase que podian barajarse 17296 veces.

763. Cual es el número de cosas de que pueden formarse 4005 binarios? En esta ecuacion $1\times2\times4005=x\times\overline{x-1}$, es $x=90$, y así dígase que el número que se pide es 90. Tambien es $x=-89$: pero no sirve.

FIN DEL TOMO PRIMERO.

INDICE

DE LO QUE CONTIENE ESTE TOMO PRIMERO.

Notas romanas.		Pág.
	Elementos de Aritmética numérica.	1.
I.	*Que es Aritmética y su division.*	1.
II.	*De los guarismos, de la unidad, del número y de la parte numérica.*	1.
III.	*Cifras romanas.*	1.
IV.	*Notas arábigas.*	2.
V.	*Division del número.*	2.
VI.	*Axiomas ó comunes sentencias.*	2.
VII.	*De las reglas generales de la Aritmética.*	3.
VIII.	*Numeracion.*	3.
IX.	*Para leer cantidades numéricas.*	4.
X.	*Notacion*	5.
XI.	*Sumar números enteros.*	6.
XII.	*Restar números enteros.*	8.
XIII.	*Tabla pitagórica.*	11.
XIV.	*Monedas efectivas de oro.*	11.
XV.	*Monedas efectivas de plata.*	12.
XVI.	*Monedas efectivas de cobre.*	13.
XVII.	*Monedas imaginarias.*	13.
Idem.	*Imaginarias comunes al Reino.*	14.
XVIII.	*Pesas de comercio.*	15.
XIX	*Medidas longitudinales.*	16.
XX.	*Medidas para áridos.*	17.
XXI.	*Medidas para medir vino.*	17.
Idem.	*Medidas para medir aceite.*	18.
XXII.	*Division del tiempo.*	18.
XXIII.	*Multiplicar números enteros.*	19.
XXIV.	*El multiplicar sirve á menudo.*	21.
XXV.	*Nos serviremos del multiplicar.*	22.
XXVI.	*Multiplicar por número mixto.*	23.
XXVII.	*Multiplicar por nueves restando.*	23.
XXVIII.	*Régimen en órden á los ceros.*	24.
XXIX.	*Porque la unidad no aumenta en la multiplicacion.*	25.
XXX.	*Multiplicar breve ó de un golpe.*	25.
XXXI.	*Reducir á la especie inferior.*	26.

XXXII. . *Partir números enteros multiplicando y restando separadamente.* . . . . 28.
XXXIII. . *Partir, multiplicando y restando á un mismo tiempo.* 33.
XXXIV. . *Partir, observando el método del sumar.* . . . 34.
XXXV. . *Reducir á especie inferior lo que sobró al último, &c.* 35.
XXXVI. . *Reduccion de la especie inferior á superior.* . . 37.
XXXVII.. *El partir sirve á menudo, &c.* . . . . 38.
XXXVIII. *Tambien sirve el partir cuando, &c.* . . . . . 38.
XXXIX. . *Los equimultíplices tienen la misma razon, &c.* 40.
XL. . . *Partir por número dígito.* . . . . 40.
XLI. . . *Porque la unidad no disminuye en la particion.* 40.
XLII.. . *Cuando el divisor, á mas de los ceros de la derecha, &c.* 41.
XLIII. . *Partir por número mixto.* . . . . 42.
XLIV. . *Examen ó pruebas en general.* . . . . 44.
XLV.. . *Prueba de sumar.* . . . . 44.
XLVI. . *Prueba de restar.* . . . . 45.
XLVII. . *Prueba de multiplicar.* . . . . 45.
XLVIII.. *Prueba de partir.* . . . . 46.
XLIX. .. *Fracciones ó quebrados vulgares en general.* . . 47.
L. .. .. *Hallar el valor de un quebrado.* . . . . . . 48.
LI. . . *Hallar la mayor medida comun.* . . . . 49.
LII. . . *Reducir quebrados á la menor espresion.* . . . 50.
LIII. . . *Reducir quebrados á un denominador comun.* . . 51.
LIV.. . *Reducir quebrados á un denominador determinado.* 52.
LV. . .. *Reducir quebrados al denominador mayor.* . . . 53.
LVI.. . *Reducir enteros á quebrados.* . . . . 53.
LVII. .. *Incorporar enteros á la especie de su quebrado.* . 54.
LVIII. . *Reducir quebrados impropios á enteros.* . . . . 55.
LIX.. .. *Reducir un quebrado compuesto á simple.* . . . . 55.
LX. . .. *Reducir á simple el quebrado de parte de quebrado, y la una parte del que él es parte.* .. 56.
LXI... .. *Sumar quebrados.* . . . . 57.
LXII,. .. *Sumar los quebrados que salieren de una contínua particion.* . . . . 58.
LXIII. . *Incorporar un quebrado de quebrado al quebrado de que es parte.* . . . . 59.
LXIV. . . *Incorporar un quebrado de parte de quebrado al quebrado de que es parte de una parte.* . . . 60.
LXV,. . *Restar un quebrado de otro.* . . . . 61.
LXVI. . *Multiplicar un quebrado por otro.* . . . . . . 61.
LXVII. . *Partir un quebrado por otro.* . . . . 63.
LXVIII.. *Partir el numerador y denominador, &c.* . . . 65.

LXIX. . *Partir numerador por numerador.* . . . . . . 66.
LXX.. . *Examinar el valor de un quebrado.* . . . . . 66.
LXXI. . *Examinar la máxima medida.* . . . . 67.
LXXII. . *Examinar la menor espresion de un quebrado.* . 67.
LXXIII. . *Examinar la reduccion de los quebrados, &c.* . 67.
LXXIV. . *Examinar la reduccion de enteros á quebrados, &c.* 68.
LXXV. . *Examinar la reduccion del quebrado compuesto, &c.* 68.
LXXVI. . *Examen del sumar, restar, multiplicar y partir quebrados.* . . . . 69.
LXXVII.. *Sumar números denominados.* . . . . 70.
LXXVIII. *Restar números denominados.* . . . . 75.
LXXIX. . *Reduccion de monedas, pesas y medidas.* . . . 80.
LXXX. .. *Indagar las partes que han de tomarse.* . . . . 81.
LXXXI. . *Reduccion por partes alicotas.* . . . . 82.
LXXXII.. *Reduccion de reales de ardites ó catalanes á libras de ardites, con cinco ilaciones muy conducentes.* . 88.
LXXXIII. *Multiplicar números denominados en general.* . . 92.
LXXXIV. *Primera especie de multiplicar números denominados.* 92.
LXXXV.. *Modo facil y breve de resolver dicha regla.* . . 93.
LXXXVI. *Modo de resolver la misma de un golpe.* . . . 98.
LXXXVII. *Modo de resolver por partes alicotas, ó sin ellas, las reglas de multiplicar por reales y maravedís de vellon castellano.* . . . . 99.
LXXXVIII. *Multiplicar por reales flojos y maravedís navarros.* 102.
LXXXIX. *Multiplicar por libras, sueldos y dineros valencianos.* 103.
XC. . .. *Multiplicar por libras, sueldos y dineros mallorquines.* 104.
XCI. . .. *Multiplicar por libras, sueldos y dineros aragoneses.* 105.
XCII.. .. *Resolver dichas reglas de un golpe cuando el multiplicando es número dígito.* . . . . 107.
XCIII. .. *Resolucion por número mixto.* . . . . 107.
XCIV. .. *Cuando la cantidad dada no llega á un entero.* . 109.
XCV.. . *Práctica de lo dicho.* . . . . 110.
XCVI. .. *Segunda especie de multiplicar números denominados.* 112.
XCVII. . *Cuando la cantidad dada pasa de un entero, &c.* . 125.
XCVIII.. *Cuando no llega á un entero* . . . . 126.
XCIX. . *Tercera especie, en que se figuran los quebrados como lo pide su órden natural.* . . . . . . 127.
C.. . . *Resolver esta especie por el denominador comun.* . 136.
CI. . . *Resolver la misma por el denominador comun á medida de su antojo.* . . . . 139.
CII. . . *Examen de estas reglas.* . . . . 143.
CIII.. . *Práctica de dichas reglas.* . . . . 145.

CIV. . . *Interes de monedas á tanto por ciento ó por mil, &c.* 150.
CV. . . *Resolucion de dicha regla multiplicando y cortando notas del producto.* . . . . 153.
CVI. . . *Taras.* . . . . 156.
CVII.. . *Partir números denominados en general.* . . . . 162.
CVIII. . *Primera especie de partir compuesto.* . . . . . 162.
CIX. . . *Segunda especie de partir compuesto.* . . . . . 164.
CX. . . *Tercera especie de partir compuesto.* . . . . . 167.

ADICIONES AL MISMO TOMO PRIMERO.

Definiciones que deben añadirse á las que da Poy en la pág. 1.ª . 180.
De los signos que mas comunmente usan los calculadores. . 182.
Del número y sus divisiones. . . . . 183.
Adiciones al sumar simple. . . . . 185.
Adiciones al restar simple . . . . 187.
Observaciones de Euclides sobre la suma de números pares é imp.ˢ 188.
Adiciones al multiplicar simple . . . . 188.
Algunas abreviaciones de las que se pueden valer los calculadores en el multiplicar. . . . . 196.
Adiciones al partir simple. . . . . 200.
Método para encontrar todos los divisores y factores de una cantidad, y varios métodos para hallar la mayor comun medida entre dos ó mas cantidades. . . . . 212.
De las fracciones ó quebrados en general. . . . . 225.
De la reduccion de fracciones á otras espresiones. . . . . 230.
De los quebrados contínuos. . . . . 241.
Examen de las fracciones. . . . . 245.
Del sumar y restar números denominados. . . . . 246.
Adiciones á la reduccion de monedas, pesas y medidas. . . 246.
Del multiplicar compuesto. . . . . 263.
Adiciones á los intereses de monedas á razon de tanto por ciento, por mil, &c. por una cualquiera cantidad . . . . . 264.
Abreviaciones sobre intereses. . . . . 265.
Del cálculo de Vales Reales. . . . . 268.
Del modo que se calcula el valor intrínseco de los Vales Reales comunes en Barcelona. . . . . 268.
Como se busca el valor en metálico de los mismos en Madrid. . 270.
Del modo que en Cádiz y tambien en Valencia. . . . . . 271.
Del modo que se negocian los Vales ultimamente establecidos con el nombre de consolidados y no consolidados. . . . 271.
Adiciones al partir compuesto. . . . . 272.

De las fracciones decimales. . . . . 289.
Del modo que se preparan las cantidades decimales para leerlas, y como deben leérse despues de preparadas. . . . . 291.
De la notacion de las decimales. . . . . 293.
De la reduccion de fracciones comunes á fracciones decimales. 293.
De la reduccion de las especies inferiores á quebrado decimal de la especie superior . . . . 297.
Del sumar decimales. . . . . 301.
Del restar decimales. . . . . 303.
Del multiplicar decimales. . . . . 304.
Del partir decimales. . . . . 308.
Nuevo sistéma decimal. . . . . 319.
Correspondencia de las medidas lineales y superficiales de Francia comparadas con las de España. . . . . 321.
Correspondencia de las medidas de capacidad y de peso francesas comparadas con las españolas. . . . . 322.
Ventajas que resultarian á todas las naciones de la adopcion del nuevo sistéma decimal. . . . . 322.
Primera parte del álgebra. . . . . 323.
Reducir un complexo literal á la menor espresion. . . . . . 327.
Hallar el valor de un término literal. . . . . 328.
Sumar literal. . . . . 330.
Restar literal. . . . . 332.
Multiplicar literal en general. . . . . 333.
Regla para multiplicar un incomplexo literal por otro. . . . 337.
Idem para multiplicar un complexo literal por un incomplexo. 338.
Idem para multiplicar un complexo literal por otro. . . . . 339.
Partir literal en general. . . . . 340.
Regla para partir un incomplexo literal por otro. . . . . . 343.
Idem para partir un complexo literal por un incomplexo. . 346.
Idem para partir un incomplexo literal por un complexo. . 347.
Idem para partir un complexo literal por otro. . . . . . 352.
Hallar el mayor comun divisor de las cantidades literales. . 356.
Fracciones literales. . . . . 357.
Formacion de potencias y estraccion de raíces numéricas y literales en general. . . . . 362.
Formacion de potencias numéricas y literales por contínua multiplicacion. . . . . 362.
Regla para elevar de un golpe un incomplexo literal á cualquiera potencia. . . . . 364.
Observaciones que debió hacer Newton para elevar un binómio á la potencia n. . . . . 365.

Fórmula general para elevar cualquier binómio á cualquiera potencia. . . . . 368.
Regla para elevar de un golpe cualquier binómio á cualquiera potencia y formacion de la Tabla Sintético=Analítica. . . 368.
Idem para elevar cualquiera complexo literal á cualquiera potencia entera valiéndose de la substitucion. . . . . 372.
Idem para elevar de un golpe cualquier complexo á la potencia 2.ª 373.
Idem para elevar de un golpe un infinitómio á la potencia 3.ª . 374.
Idem para elevar de un golpe un polinómio á la potencia cuarta. 375.
Idem para buscar una fórmula general para elevar cualquier infinitómio á una cualquiera potencia. . . . . 377.
Elevar los quebrados á potencia. . . . . 377.
Estraccion de raíces en general. . . . . 378.
Regla general para estraer cualquiera raíz de cualquiera cantidad numérica entera. . . . . 378.
Demostracion de la dicha regla general. . . . . 380.
Demostracion de la estraccion de las raíces cúbicas numéricas. 385.
Estraccion de raíces de las cantidades numéricas que constan de enteros y decimales ó bien de solas decimales. . . . 387.
Regla general para estraer con facilidad la raíz cuadrada de cualquiera cantidad numérica. . . . . 391.
Modo de practicar dicha regla con mas brevedad. . . . . 393.
Advertencias sobre lo dicho. . . . . 394.
Estraer cualquiera raíz de cualquiera incomplexo literal. . . 396.
Estraer cualquiera raíz de cualquiera complexo literal. . . 398.
Estraer con facilidad la raíz cuadrada de las cantidades literales complexas . . . . 399.
Estraer la raíz de cualquier quebrado. . . . . 400.
Modo de buscar con facilidad la raíz próxima de las cantidades literales complexas. . . . . 402.
Examen de la práctica de la estraccion de las raíces. . . 402.
Del cálculo de las cantidades afectas del signo $\sqrt{\ }$. . . . . 403.
Segunda parte del álgebra. . . . . 411.
Ecuaciones del primer grado. . . . . 412.
Examen de las ecuaciones. . . . . 415.
Práctica de lo dicho. . . . . 416.
De la substitucion. . . . . 427.
Encontrar el valor de cada una de las incógnitas, que se halláren en cuantas ecuaciones simples se quiera. . . . . 430.
Ecuaciones del segundo grado. . . . . 442.
Combinaciones en cuanto á la substancia. . . . . 448.

ELEMENTOS

DE

ARITMÉTICA NUMÉRICA Y LITERAL

AL ESTILO DE COMERCIO

PARA INSTRUCCION DE LA JUVENTUD

POR DON MANUEL POY Y COMES.

QUINTA EDICION,

AUMENTADA CONSIDERABLEMENTE CON LA PARTE TEORICA DEMOSTRATIVA, CON ALGUNOS NUEVOS TRATADOS TEORICO-PRÁCTICOS Y VARIAS OBSERVACIONES Y NOTAS POR SU DISCÍPULO D. SALVADOR ROS Y RENART, PROFESOR DE HUMANIDADES POR S. M. &c.

TOMO II.

CON LICENCIA:

BARCELONA: EN LA OFICINA DE SIERRA Y MARTÍ.

1819.

Pág.ˢ	Lín.ˢ	Dice.	Léase.
328	5	siendo	siendo igual.
338	última.	$+2$	$+2n$.
347	30	colócase	colóquese.
350	12	$z^{96}x^{-96}$	$-z^{96}x^{-96}$.
352	6	$+b^{-n+4}c^{-n1}$	$+b^{-n+4}c^{-n+1}$.
359	4	$45v^{-}z^{4}$	$45v^{2}z^{4}$.
360	14	$\frac{23}{82}$	$\frac{23}{83}$.
360	18	$\frac{abc}{b+\frac{x}{n}}$	$\frac{abc}{b+\frac{x}{rn}}$.
365	15	csto	esto.
367	28	serian n,	serian 1, n.
375	7	$-150nx^{\frac{2}{7}}z^{-2}$	$-150nx^{-\frac{2}{7}}z^{-2}$.
378	27	esponente de raiz	esponente de la raíz.
380	1 y 2	elévase el 2 á la tercera potencia y mírase	elévese el 2 á la tercera potencia y mírese.
380	16	raies	raíces.
385	33 y 36	izquierda	derecha.
390	20	prodremos	podrémos.
394	31	si una	si á una.
406	20	$\sqrt[24]{m^{30}n^{32}}$	$\sqrt[24]{m^{30}n^{12}}$.
409	17	$-\sqrt{aq}$	$-\sqrt{ab}$
446	6	la ecuacion	en la ecuacion.

Las correcciones hasta aquí corresponden al tomo primero, y las que siguen al tomo segundo.

Pág.ˢ	Lín.ˢ	Dice.	Léase.
10	14	proponiéndole	posponiéndole.
15	16	pág. 30)	pág. 40).
18	32	$\frac{1}{6}$ . . $\frac{1}{6}$	$\frac{3}{5}$ . . $\frac{1}{6}$.
22	29	mesos	meses.
25	17	343 ℔ 1 ℥ 3 ℔ $\frac{3}{11}$	343 ℔ 1 ℥ 3 $\frac{3}{11}$.
25	24	135 ℔ 13 ℥ 7	135 ℔ 13 ℥.
25	26	135 ℥ 13 ℥ 10 $\frac{2}{3}$	135 ℔ 13 ℥ 10 $\frac{2}{3}$.
41	última.	1 cántara $\frac{13}{43}$	2 cántaras $\frac{2}{43}$
43	26	$\frac{2}{}$	$\frac{3}{3}$.
50	12	hancho	ancho.

Pág.ˢ	Lín.ˢ	Dice.	Léase.
54	15	columna	coluna, y léase asimismo siempre que se halle.
60	4 del ejem. 1.°	634 tt	624 tt.
62	5 id. 2.°	2246 escudos	2247 escudos.
64	4 id. 1.°	71 tt	17 tt.
65	4 id 2.°	$\frac{1926}{2103}$	$\frac{1166}{2103}$.
66	4 id. 1.°	858 avos	851 avos.
66	5 id. 2.°	1200 pesos	12000 pesos.
72	33	cuatro	tres.
73	16	proporcton	proporcion.
75	4 del ejem. 2.°	58172	48172.
76	2	1816 tt	1846 tt.
77	25	cnánto	cuánto.
82	3 del ejem. 2.°	$5-x=7$	$5+x=7$.
87	2 id. ...	$10\frac{5}{7}$	$10\frac{2}{7}$.
87	3 id. ...	$25\frac{2}{7}$	$25\frac{5}{7}$.
97	13	emplé	empleé.
97	26	En este	En esta.
102	última.	duodéclupo	duodécuplo.
106	27	—150	—450.
107	38	Pablo	Pedro.
108	11	$z+x=5240$	$z+v=5340$.
120	27	$u-p=d\times\overline{n-1}$	$u-p=-d\times\overline{n-1}$.
137	28	z^6	z^5.
142	25	los primeros demas	los demas primeros.
156	22	logaritmos egun lo dicho (núm 321 pág.)	logaritmo segun lo dicho (núm. 321 pág. 145).
181	14	355	385.
182	23 y 24	aquelos	aquellos.

NOTA. *Adviértase que aunque podiamos haber prescindido de hacer mencion de la mayor parte de los errores que van notados en estas correcciones por no ser esenciales, y poderse corregir á primera vista; no obstante hemos notado todos los que hemos observado hasta ahora, omitiendo alguno de puntuacion.*

*Pág.*ˢ	*Lín.*ˢ	*Dice.*	*Léase.*
213	15	si hay z, centenas	si hay z centenas.
213	16	sobrarán z	sobrarán z unidades.
213	18	que nos sobrará	sobrará.
214	24	73544468	73544368.
214	37	$3+5+3+3+5+7=27$	$3+5+3+4+5+7=27$.
221	1	número 145)	núm. 146) y añádase 1 á las siguientes citas de este apartado 149 y á las del 151.
221	19 y 20	mayor comun medida comun	mayor medida comun.
224	24	125	126.
224	39	5	3.
228	12	la habré	la habrémos.
229	9	lo mismos	lo mismo.
230	16	Asi al	Así si al.
230	18	$\frac{6}{12}\times\frac{2}{2}=\frac{3}{6}$	$\frac{6\times 2}{12\times 2}=\frac{3}{6}$.
230	27	el valor de valor de $\frac{7}{8}$ de libra	el valor de $\frac{7}{8}$ de libra.
231	19	$\frac{71}{81}$	$\frac{72}{81}$.
232	16	$\frac{33}{39}$	$\frac{13}{39}$.
234	11 y 12	numerador y multiplicariamos el denominador por denominador	numerador de $\frac{4}{7}$, y multiplicariamos el denominador de $\frac{1}{4}$ por el denominador de $\frac{4}{7}$.
234	19	por 5	por 28.
237	3	$\frac{16}{10\frac{5}{11}}=\frac{176}{214}$	$\frac{16}{19\frac{5}{11}}=\frac{176}{214}$.
237	27	$\frac{7}{8}$ y $\frac{4}{11}$	$\frac{7}{8}$, $\frac{4}{11}$.
238	12	$\frac{3}{6}$ por $\frac{4}{7}$	$\frac{4}{6}$ por $\frac{3}{7}$.
238	15	$\frac{4}{6}\times\frac{4}{7}=\frac{16}{42}$	$\frac{4}{6}\times\frac{3}{7}=\frac{12}{42}$.
239	17	$\frac{1}{8}<\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}<\frac{1}{2}$.
239	14	mayor que la unidad	mayor que el multiplicando.
240	27	$\frac{3\times 9}{7\wedge 2}$	$\frac{3\times 9}{7\times 9}$.
241	26	(núm. 191 pág. 326)	(núm. 191 pág. 236).
243	2	$\frac{59}{123}$	$\frac{59}{124}$.
243	26	$\frac{101}{141}$	$\frac{101}{541}$.
244	14	$\frac{26}{2705}$	$\frac{36}{2705}$.
247	6	el tal	del tal.
247	7	inferir del	inferir el.

Pág.s	Lín.s	Dice.	Léase.
247	16	debo	debemos.
255	20	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$.
255	23	6908 durillos	3454 durillos.
259	5	así tendremos el	así tendrémos el quebrado.
259	7	la manifiesta	lo manifiesta.
259	28	(núm. 163 pág. 228)	(núm. 164 pág. 228.)
262	11	$\frac{\text{17 tt mallorquinas.}}{\text{20 reales navarros.}}$	$\frac{\text{17 tt mallorquinas.}}{\text{120 reales navarros.}}$
262	13	$\frac{17}{120}$ de libra avos	$\frac{17}{120}$ avos de libra.
264	6	divissor	divisor.
267	3	y son sueldos 2 ß	y son sueldos, 2 tt ß.
267	10	$\frac{11}{25}$	$\frac{11}{50}$.
267	25	36674 tt ß	36974 tt ß.
269	14	218 tt 72 dineros	218 tt 7 ß 2 dineros.
269	18	la cuanta	la cuenta.
270	8	296 tt 15 ß 1	206 tt 15 ß 1.
270	9	Enero al dia 10 de Setiembre	Setiembre al dia 10 de Marzo.
270	10	quitado al	quitado el.
272	24	habemos	hemos, y léase asimismo siempre que se halle.
277	5	de cana paño	de canas de paño.
278	20 y 21	añadimos mitad	añadimos la mitad.
278	37	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$.
279	11	quintal de canela, querrá	quintal, de canela querrá.
282	5	consiguiente como	consiguiente.
282	20	y así facilmente	facilmente.
282	26	acompañado	acompañada.
298	14	19 ß 9	19 ß 3.
300	38	las decimales del divisor.	las decimales del dividendo.
301	24	70630537	706,30537.
309	13	adelantamos	retrocedemos.
311	13	reglas partir	reglas de partir.
312	8	á la unidad denominador.	á la unidad divisor.
314	30	Por 2935	Por 2995.
315	14	15 dineros	10 dineros.
318	22	notas	notas decimales.
320	7	Dalambre	Delambre.
326	30	y x^3	y así x^3.
327	15	diverso	diverso signo.

ERRATAS.

Pág.	*Lín.*	*Dice.*	*Léase.*
2	20	alicuotas	alícotas, y léase asímismo siempre que se halle.
3	2	añaden	añadan.
6	26	Añádense.	Añádanse.
9	13	le	lo.
31	17	cuociente	cociente.
34	6	cábales	cábeles.
35	8	cábales	cábeles.
35	31	(XXIV pág. 20)	(XXIV pág. 21) y añádase 1 á las siguientes citas hasta la página 57.
38	28	oastellano	castellano.
53	11 y 12	denaminador	denominador.
56	7	maravidis	maravedis.
57	20	198	189.
60	17	per	por.
65	3	dinero	dineros.
65	5	6 y $\frac{5}{}$	6 y $\frac{5}{8}$.
67	22	pág. 49)	pág. 40).
77	25	subtraccion	sustraccion.
83	32	$\frac{1}{2}$....10	$\frac{1}{3}$...10.
84	17	11 ℔ propuestas	1184 ℔ propuestas.
91	21	en lugar	un lugar.
92	38	2 dineros.....1 ℔	2 dineros....3 ℔.
97	35	467	367.
99	13	fécil	fácil.
100	8	marevedis	maravedis.
102	11	que al real flojo	que el real flojo.
120	4	846 qniutales	846 quintales.
121	4	si multiplica	si multiplicas.
123	4	1 almud	1 almude.
128	21	16 ℔ 16 ʃ 10	16 ℔ 18 ʃ 10.
145	3	pacticado	practicado.
146	30	odor	odors.
149	22	$\frac{20}{2080}$	$\frac{29}{2080}$.
150	7	1 yard. $\frac{8}{4}$	1 yard. $\frac{3}{4}$.

Pág.[s]	*Lín.*[s]	*Dice.*	*Léase.*
151	8	5253 tt 12 ℔	5353 tt 12 ℔.
151	22	6475 tt 6	6475 tt 18 ℔ 6.
152	1	8657 tt ℔	8637 tt ℔.
154	13	é razon	á razon.
154	15	13 ℔	13 tt ℔.
160	26	en	el.
165	24	6 reales, maravedi	6 reales, 1 maravedí.
167	3	úlimo	último.
167	19	2 palmo	2 palmos.
174	18	inferior la	inferior, y hecha la.
176	21	$\frac{181}{305}$	$\frac{181}{303}$.
176	28	mitad estos	mitad de estos.
177	39	cuociente	cociente.
180	4	prógimo	próximo, y léase asimismo siempre que se halle.
185	27	Aun para no fatigar la cabeza y	Para no fatigar la cabeza.
187	23	llamada	llamado.
190	14	sumado	sumada.
193	19 y 20	multiplicaremos	multiplicamos.
194	8	sea igual	sea igual á.
194	17 y 18	número 78	número 72.
195	6	3955×74	3953×74.
199	31	si faltan añadiremos	añadirémos.
200	3	Si sobran	Si sobran al 100, 1000 &c.
200	20	9219	9319.
201	14	productos	producto.
202	11	praducto	producto.
202	33	dividirlo	dividirla.
203	17	divida	dividida.
203	23	cor. 1.º) debe ser $\frac{a}{m}$	cor. 10.º) debe ser $\frac{c}{m}$.
205	21	por el mismo,	por el mismo 6.
205	34	por la misma;	por la misma *d*.
206	13	$\frac{24:6}{6:2}$	$\frac{24:2}{6:2}$.
210	10 y 11	Cor. 7.º núm. 99. en cuanto á la práctica la mira (pág. 42 prob. 127. y siguientes.	Cor. 6.º núm. 98. En cuanto á la práctica acúdase á la pág. 42 y mírense los problemas 127 y sig.[s]
210	28	el cociente	el dividendo.
211	20	$60726192\frac{345}{647}$	$60726192\frac{347}{623}$.

A LA REAL JUNTA DE COMERCIO

DE LA CIUDAD DE BARCELONA.

MUY ILUSTRE SEÑOR.

La piedad del Rey nuestro señor, siempre solícita para el mayor bien de sus vasallos, creó á V. S. para promover la perfeccion de la Agricultura, Comercio y Artes, que constituyen la felicidad de un Estado. Cuantas y cuan grandes ventajas hayan dimanado

al público de tan sábia disposicion, los mismos efectos lo están preconizando, y haciendo patente á todo el mundo.

Cataluña llena de naves, que giraban por todos los mares, carecia absolutamente de pilotos. Abrió V. S. escuela de nautica; y Cataluña abunda de pilotos habilísimos.

El arte del diseño estaba reducido á un cortísimo número de pintores y escultores, y no teniamos ni un grabador ó abridor de láminas: así nuestras fábricas de seda y algodon no hacian mas que fastidiar al público con dibujos rancios, ó copiar servilmente algunos de ropas estrangeras. Estableció V. S. escuela de dibujo, y acude á ella tanta muchedumbre de discípulos, que siempre han escedido de quinientos; y aun al presente por la mayor capacidad de las magníficas salas pasan de seiscientos los que diariamente concurren. En tan crecido número es bien evidente que ha de haber muchos de sobresalientes. En efecto, en los concursos anuales para los premios, el público ve primores que le admi-

ran: las fábricas tienen diseños nuevos, y de nuestra invencion: abundamos de pintores, estatuarios, grabadores; y en todas las artes se va estendiendo aquella elegancia de contorno y figura, que solo sabe dar á sus artefactos el que posee la destreza del diseño.

Y ya que estiende igualmente V. S. sus desvelos á todos los ramos, que son el objeto de su instituto, qué luces no debe esperar el Comercio de la nueva escuela, ultimamente establecida por V. S.? Esto me ha hecho pensar en ofrecer á V. S. estos Rudimentos de la razon y proporcion: *porque siendo la Aritmética, como es, parte esencial del arte mercantil, y la* razon, proporcion y aplicacion del Algebra, *lo mas fino y delicado de la Aritmética, y al mismo tiempo lo que puede dar mayor espedicion y seguridad á los cálculos; me hé lisonjeado que no podia dejar de ser del agrado de V. S. una obra que por su parte puede auxiliar las acertadas disposiciones de V. S. para el adelantamiento del Comercio.*

Dígnese pues V. S. aceptar esta corta produccion mia, que con esta superior recomendacion conseguirá la estimacion del público, y producirá la utilidad que anhela.

MUY ILUSTRE SEÑOR.

El mas atento servidor de V. S.
Manuel Poy y Comes.

APÉNDICE.

A pesar de la estension de los elementos de Aritmética y Álgebra de esta obra, y del aumento que han recibido con las muchas adiciones que se han hecho y puede tomarse idea de ellas en su índice, quedaria imperfecta si parase en ello solo, y no se estendiese á los rudimentos de la razon y proporcion en comun y en particular con aplicacion del Álgebra á varias questiones de comercio; pues aunque aquellos sean necesarios no pueden formar un perfecto aritmético.

Atendiendo á esto el Autor escribió este otro tomo para tratar de lo insinuado, y haciéndose cargo que escribia en una ciudad que abundaba de comerciantes multiplicó los egemplos prácticos de este asunto, procurando principalmente en el todo arreglar un método fácil, breve y espedito.

Viendo yo igualmente que las nociones y práctica de la razon, proporcion y aplicacion del álgebra son lo mas sutil, primoroso y ameno de la Aritmética, y al mismo tiempo lo mas ventajoso para calcular breve y espeditamente lo mas complicado que se puede ofrecer, he procurado por mi parte comentar todo lo que me ha parecido necesario de lo que dice el Autor sobre el mismo asunto; como voy á esponer.

Lo que nuevamente he añadido en este tomo segundo, tiene por objeto el demostrar la práctica, propiedades, accidentes y variaciones de la proporcion: aclarar el capítulo de la ganancia ó pérdida á tanto por ciento: dar conocimiento y enseñar la resolucion de las reglas de seguros y averias: patentizar el porque una regla de trueques sigue en su resolucion las leyes de la proporcion indirecta: enseñar el modo de resolver la proporcion compuesta por el medio, que llaman de las causas, efectos y circunstancias, dando la demostracion del porque por este medio queda reducida á simple; mostrar el camino que debe seguirse para completar la demostra-

cion que da el Autor de la regla de tres compuesta, cuando se resuelve por el método de examinar primero cada una de las proporciones simples de que consta: decir el porque de lo que se practica en las compañías tanto en la distribucion de caudales, como en el examen de sus operaciones: evidenciar la práctica de las aligaciones: comentar la teoría de las progresiones: demostrar los teoremas fundamentales en que están fundadas las cuestiones así de la progresion aritmética, como de la geométrica: dar un nuevo realce á la obra con un tratado completo de logaritmos, el que debe ser junto con el tratado de decimales, las principales atenciones del calculador; porque ademas de la indispensable necesidad que tiene de ellos en la resolucion de ciertos problemas intrincados puede reducir las operaciones de multiplicar por medio de los logaritmos á operaciones de sumar, las de partir á restar, las de elevar á potencias á simples multiplicaciones, y las de estraccion de raices á simples divisiones: á mas de lo dicho hacer un análisis general del capítulo de interes simple, y del de interes compuesto, con el que queda demostrado el fundamento de tan interesantes operaciones; y añadir una demostracion original de mi maestro D. Antonio Alá (única cosa que mis muchas ocupaciones me permitieron escribir en todo el tiempo que recibí sus instrucciones), en la que se hace ver el porque por medio de la proporcion compuesta no se puede conseguir de un golpe el capital é interes de un capital prestado á un tanto por ciento: y ultimamente añadir algunos problemas difíciles de interes compuesto, por medio de los que á mas de dar un repaso al tratado de los logaritmos, se ve el modo de hacer aplicacion de aquellos números artificiales. Todo esto junto con lo dicho en el tomo primero basta para penetrar y profundizar lo que se dice en el segundo tomo. En este debe advertirse que por estar ya impreso hasta la página 73 cuando pensé en comentarlo, me he visto precisado á poner las adiciones, que corresponden hasta la dicha página despues de este apéndice, en donde ya se espresa el lugar y página á que cada una de ellas corresponde. Todas las adiciones que pertenecen á los demas capítulos de este mismo tomo se encontrarán en sus respectivos lugares.

Me ha parecido conveniente el sacar de la obra del P. Cerda los teoremas fundamentales de las proporciones, y de la obra del mismo Autor y de la de Vallejo el tratado de logaritmos por el método, precision y finura de sus demostraciones, y al mismo tiempo para aligerarme de algun poco de trabajo.

Tales son en resumen los trabajos que por ahora tengo hechos en esta obra, los que pongo bajo la proteccion de mis sabios comprofesores y demas ilustrados del público, á fin de que procuren prudentes disimular mis defectos, y recibiré á merced que me los adviertan para que pueda corregirlos. Recibiré tambien de ellos mismos, con particular satisfaccion, todas las instrucciones y avisos que puedan darme, para poder ser mas útil á mis semejantes y á mi patria que es la única honra á qué aspiro.

ADICIONES QUE CORRESPONDEN Á LAS MATERIAS contenidas desde la página 1, hasta la 73 de este tomo.

Corresponde á la pág. 1, al capítulo de la razon y proporcion en comun.

Para que el discípulo quede bien penetrado del capítulo de la razon y proporcion en comun, es preciso que primero aprenda las 17 definiciones que pone el Autor, en las páginas 1, 2 y 3 y las proposiciones 3.ª, 4.ª, 6.ª y 7.ª en las páginas 5 y 6 de este tomo, y omitiendo todo lo demas que él mismo dice hasta llegar á la página 9 cuando trata de la regla de proporcion, sustituirá en su lugar, y pasará á estudiar los siguientes axiomas y teoremas sacados de la obra del P. Cerda, que unidas las demostraciones que da para patentizar la verdad de estos con las de los teoremas de su geometría, á mi parecer, es de lo mas fino, hermoso y delicado que he visto en sus elementos de matemáticas, y de lo que se ha dicho hasta ahora sobre el mismo objeto.

AXIOMAS.

1.° *Si dos razones son semejantes, ó iguales (que aquí es lo mismo) á una tercera, son tambien semejantes entre sí.* De donde si $a:b::c:d$, y $e:f::c:d$, será tambien $a:b::e:f$.

2.° *Dos cantidades iguales tienen una misma razon á otra tercera, y á las iguales á esta tercera.* Y al contrario *una cantidad, ó sus iguales, tiene una misma razon á cantidades iguales.* Pues si dos cantidades iguales se dividen por una misma tercera, los cocientes, que son los esponentes de la razon, serán los mismos. De donde si $a=b$, será $a:d::b:d$, asimismo $d:a::d:b$.

3.° *Si una cantidad tiene una misma razon á dos ó mas cantidades diferentes, estas cantidades son entre sí iguales.* Pues en tal caso la tal cantidad contiene, ó es contenida por las otras de la misma suerte, lo que no puede ser, sino siendo estas otras iguales. Por tanto si $a:b::a:c$; luego $b=c$.

TEOREMAS FUNDAMENTALES SOBRE LAS *proporciones geométricas.*

Teorema I. *Las partes semejantes son entre sí, como sus todos respectivos.*

Partes *semejantes* son las que tienen una misma denominacion respecto de sus todos, esto es, que cada una es una *tercia*, una *cuarta*, una *quinta &c.* parte; de sus respectivos todos.

Demost. Las partes *semejantes* están contenidas *igual número de veces* en sus todos, luego de la misma suerte que un todo contiene al otro todo, la parte semejante de un todo contendrá á la parte semejante del otro todo. Así siendo los todos A, y B, y las partes semejantes a, b; tendrémos $A:B::a:b$.

Teorema II. *Si cuatro cantidades están en proporcion* $a:b::c:d$, *tambien serán alternando* $a:c::b:d$.

Demost. Si los antecedentes a, c fuesen *menores* que sus consecuentes b, d, los antecedentes se podrán considerar como *partes semejantes* de sus todos los consecuentes, y si los antecedentes fuesen *mayores*, se podrán considerar como *todos*, y los consecuentes como sus partes semejantes; pero las partes semejantes tienen entre sí la misma razon, que sus todos; luego si $a:b::c:d$, serán alternando, $a:c::b:d$.

Teorema III. *Si dos cantidades se multiplican por otra tercera, los productos tendrán entre sí la misma razon, que tenian dichas cantidades antes de multiplicarse.*

Esto es, si a, y b se multiplican por una tercera c, será $a:b::a\times c:b\times c$.

Demost. Por las leyes de la multiplicacion la unidad está contenida en el multiplicador, como el multiplicando en el producto, y así será

$$1:c::a:ac$$
$$1:c::b:bc;$$

luego (axioma 1). $a:ac::b:bc$, y alternando, $a:b::ac:bc$.

Teorema IV. *Si dos cantidades se dividen por otra tercera, las*

cantidades divididas, ó los cocientes, tienen entre sí la misma razon, que tenian antes de dividirse.

Esto es, si a y b se dividen por otra tercera c, será $a:b::\frac{a}{c}:\frac{b}{c}$.

Demost. Por las leyes de la division el dividendo contiene el divisor, como el cociente á la unidad; luego $a:c::\frac{a}{c}:1$, y $b:c::\frac{b}{c}:1$, alternando en entrambas proporciones tendrémos $a:\frac{a}{c}::c:1$, $b:\frac{b}{c}::c:1$; luego (axioma 1). $a:\frac{a}{c}::b:\frac{b}{c}$, y alternando, $a:b::\frac{a}{c}:\frac{b}{c}$, esto es, los cocientes como los dividendos.

Teorema V. *Si hay cuatro cantidades en proporcion, aunque se dividan los consecuentes, ó los antecedentes por una misma cantidad, quedan no obstante dichas cantidades en proporcion.*

Esto es, si $a:b::c:d$, tambien $a:\frac{b}{e}::c:\frac{d}{e}$, y $\frac{a}{r}:b::\frac{c}{r}:d$.

Demost. 1.° Si $a:b::c:d$, tambien alternando, $a:c::b:d$; pero (teor. 4). $b:d::\frac{b}{e}:\frac{d}{e}$; luego (axioma 1). $a:c::\frac{b}{e}:\frac{d}{e}$, y alternando, $a:\frac{b}{e}::c:\frac{d}{e}$.

2.° Si $a:b::c:d$, alternando, $a:c::b:d$, pero $\frac{a}{r}:\frac{c}{r}::a:c$ (teor. 4); luego (axioma 1) $\frac{a}{r}:\frac{c}{r}::b:d$, y alternando $\frac{a}{r}:b::\frac{c}{r}:d$.

Teorema VI. *Si cuatro cantidades están en proporcion, quedarán tambien en proporcion, por mas que se multipliquen los antecedentes, ó los consecuentes por una misma cantidad.*

Esto es, si $a:b::c:d$, tambien $ae:b::ce:d$, y $a:bx::c:dx$.

Demost. 1.° Si $a:b::c:d$, alternando, $a:c::b:d$; pero (teor. 3) $ae:ce::a:c$, luego (axioma 1) $ae:ce::b:d$, y alternando, $ae:b::ce:d$.

2.° Si $a:b::c:d$, alternando, $a:c::b:d$; pero $b:d::bx:dx$, luego (axioma 1) $a:c::bx:dx$, y alternando, $a:bx::c:dx$.

Cor. Siendo $a:c::ae:ce::bx:dx::\frac{a}{r}:\frac{c}{r}::\frac{b}{e}:\frac{d}{e}$, será $ae:bx::ce:dx$, $\frac{a}{r}:\frac{b}{e}::\frac{c}{r}:\frac{d}{e}$, $ae:\frac{b}{e}::ce:\frac{d}{e}$; así *si cuatro cantidades están en proporcion, multiplíquense, ó divídanse los antecedentes por una cantidad, y los consecuentes por otra, quedarán no obstante, así multiplicados, como divididos, en proporcion.*

Teorema VII. *Dadas cuatro cantidades en proporcion* $a:b::c:d$, *tambien invirtiendo*, $b:a::d:c$.

Demost. Si $a:b::c:d$, será $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, luego (axioma 2) $1:\frac{a}{b}::1:\frac{c}{d}$; por consiguiente multiplicando los términos de la primera razon por b, y los de la segunda por d, será (teor. 3) $b:a::d:c$.

Teorema VIII. *Si se toman muchas razones semejantes, la suma de todos los antecedentes es á la suma de todos los consecuentes, como cualquiera de los antecedentes á su respectivo consecuente.*

Esto es, si $a:b::c:d::e:f$,
será $a+c+e:b+d+f::a:b::c:d::e:f$.

Demost. Siendo todas las razones dadas semejantes, si $a=\frac{1}{2}b$, tambien será $c=\frac{1}{2}d$, $e=\frac{1}{2}f$, luego la suma de todos los antecedentes será la mitad de la suma de todos los consecuentes, y le será en razon *subdupla*; pero en tal caso tambien $a:b$ está en razon *subdupla*, luego dichas razones son semejantes. Lo mismo sucederá en cualquiera razon esté un antecedente á su consecuente.

Teorema IX. *Si tengo cuatro cantidades en proporcion, la diferencia de los antecedentes será á la diferencia de los consecuentes, como el un antecedente á su consecuente.*

Esto es, si $a:b::c:d$, será $a-c:b-d::a:b$.

Demost. Si $a:b::c:d$, tambien permutando, $a:c::b:d$. Demos, que $a>c$, y $b>d$, será c la misma parte de a, que d de b, y $a-c$ la misma parte de a, que $b-d$ de b; pero los todos son como las partes semejantes, luego $a-c:b-d::a:b$.

Teorema X. *Dadas cuatro cantidades en proporcion, tambien* (componiendo) *será la suma del antecedente, y consecuente de la una razon á su antecedente, ó á su consecuente, como la suma del antecedente, y consecuente de la otra razon á su antecedente, ó á su consecuente.*

Esto es, si $a : b :: c : d$, tambien:
$a + b : a :: c + d : c$, y $a + b : b :: c + d : d$.

Demost. Si $a : b :: c : d$, tambien alternando, $a : c :: b : d$; pero (teor. 8) $a + b : c + d :: a : c :: b : d$, luego alternando, $a + b : a :: c + d : c$, que es la suma del antecedente, y consecuente al antecedente, y $a + b : b :: c + d : d$, que es la misma suma al consecuente.

Teorema XI. *Si tomo dos, ó mas proporciones semejantes, la suma de todos los antecedentes de las primeras razones será á la suma de todos los consecuentes de estas primeras razones, como la suma de todos los antecedentes de las segundas razones á la suma de todos los consecuentes de las segundas razones.*

Esto es, si $a : b :: c : d$
$e : f :: g : h$
$n : p :: q : r$

será $a + e + n : b + f + p :: c + g + q : d + h + r$.

Demost. Siendo estas proporciones *semejantes*, como se supone, serán tambien las razones, que las componen, semejantes; pero en razones semejantes la suma de los antecedentes es á la suma de los consecuentes, como uno de los antecedentes á su consecuente; luego $a + e + n : b + f + p :: a : b$, y $c + g + q : d + h + r :: c : d$; pero $a : b :: c : d$, luego (axioma 1) $a + e + n : b + f + p :: c + g + q : d + h + r$.

Teorema XII. *Si cuatro cantidades están en proporcion, (tambien* dividiendo) *la diferencia de los términos de la primera razon será á su antecedente, ó consecuente, como la diferencia de los términos de la segunda razon al suyo, y* (convirtiendo) *el antecedente, ó consecuente de la primera razon será á la diferencia del antecedente sobre su consecuente, como el antecedente, ó consecuente de la segunda razon á la diferencia del antecedente sobre su consecuente.*

Esto es, si $a : b :: c : d$, será dividiendo, $a - b : a :: c - d : c$, $a - b : b :: c - d : d$, y convirtiendo, $a : a - b :: c : c - d$, $b : a - b :: d : c - d$.

Demost. Si $a : b :: c : d$, será alternando, $a : c :: b : d$; pero la diferencia de los antecedentes es á la diferencia de los consecuentes, como el un antecedente á su consecuente, luego (teor. 9) $a - b : c - d :: a : c :: b : d$, y alternando $a - b : a :: c - d : c$; y $a - b : b :: c - d : d$, que es la proporcion *dividiendo*, é invir-

tiendo, será $a : a-b :: c : c-d$, $b : a-b :: d : c-d$, que es la proporcion *convirtiendo*.

Teorema XIII. *Si escribo dos, ó mas proporciones cualesquiera, los productos de los términos correspondientes*, esto es, *del primero por el primero, del segundo por el segundo, &c. estarán tambien en proporcion.*

$$\text{Esto es, si } \begin{array}{l} a : b :: c : d \\ e : f :: g : h \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Tambien } ae : bf :: cg : dh.$$

Demost. Por la primera proporcion, tenemos $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, y por la segunda $\frac{e}{f}=\frac{g}{h}$, luego siendo los factores respectivamente iguales, serán tambien iguales los productos, y tendrémos $\frac{a}{b}\times\frac{e}{f}=\frac{c}{d}\times\frac{g}{h}$, esto es, $\frac{ae}{bf}=\frac{cg}{dh}$, luego (axioma 2) (teor. 3) $ae : bf :: cg : dh$.

De aquí es, que siendo cuatro cantidades proporcionales, tambien lo serán sus cuadrados, sus cubos, &c.; por consiguiente sus raices semejantes, segundas, terceras, &c. Porque poniendo una proporcion dos veces, y multiplicando sus términos, tambien estarán en proporcion los productos, que son sus potencias.

$$\text{Esto es, si } \begin{array}{l} a : b :: c : d \\ a : b :: c : d \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Tambien} \ldots \left\{ \begin{array}{l} a^2 : b^2 :: c^2 : d^2 \\ a^3 : b^3 :: c^3 : d^3 \\ \sqrt[3]{a^3} : \sqrt[3]{b^3} :: \sqrt[3]{c^3} : \sqrt[3]{d^3}. \end{array} \right.$$

Por consiguiente si hay dos proporciones, dividiendo los términos de la una por los términos respectivos de la otra, estarán los cocientes en proporcion.

$$\text{Estó es, si } \left\{ \begin{array}{l} a^3 : b^3 :: c^3 : d^3 \\ a^2 : b^2 :: c^2 : d^2 \\ \hline \end{array} \right.$$

$$\text{Tambien} \ldots\ a : b :: c : d.$$

DE LAS REGLAS DE PROPORCION ARITMÉTICA.

Para distinguir en las proporciones la aritmética de la geométrica, en la primera separamos el antecedente del consecuente con solo un punto (.), en la segunda con dos (:). Solo hablarémos en este artículo, y en el siguiente, de la proporcion, que conste de dos razones, esto es, de *tres términos*, si la proporcion es *continua*, y de *cuatro*, si es *discontinua* ó *discreta* que es lo mismo; porque si consta de mas razones, entonces es progresion, y en este caso pide otros principios.

Teorema I. *En toda proporcion aritmética discreta la suma de los estremos es igual á la suma de los medios.*

Esto es, si $a.b::c.d$, $3.6::4.7$, tambien $a+d=b+c$, $3+7=6+4=10$.

Demost. Si $a.b::c.d$, serán los esponentes $a-b=c-d$. Siendo pues estas cantidades iguales, si se añade á entrambas otra cantidad $(b+d)$, quedarán $a+d=b+c$.

Corolario. Como de cantidades iguales quitando partes iguales, las restas, ó diferencias son iguales, *si de la suma de los estremos quito uno de los medios, la diferencia será el otro medio.*

Así en la proporcion numérica precedente $3+7-4=6$, $3+7-6=4$; y *si de la suma de los medios quito uno de los estremos, la diferencia será el otro estremo*, pues $6+4-3=7$, $6+4-7=3$.

De aquí es, que dados tres, cualesquiera que sean, de los cuatro términos, que forman la proporcion aritmética, se encuentra el otro, ó bien de la suma de los estremos quitando uno de los medios, si se busca el otro, ó bien de la suma de los medios quitando uno de los estremos, si se busca el otro estremo.

Ó bien finalmente formando una proporcion, poniendo cada término de los dados en su lugar, y en lugar del término que se busca, una x que le signifique, despues igualando la suma de los estremos á la suma de los medios, y quitando de la tal suma el compañero x, tendrémos el valor de x; que es el término buscado. Por egemplo tengo tres términos de una proporcion, el primero es 2, el segundo 5, el cuarto 6, y busco el *tercero*. Pongo pues $2.5::x.6$, $2+6=5+x$, $x=2+6-5=3$, pues el tercer término, que buscaba, ha de ser 3, y así será $2.5::3.6$, y $2+6=5+3$.

Teorema II. *En cualquiera proporcion aritmética continua la suma de los estremos es dupla del medio.*

Esto es, si $\div a . a+x . a+2x$, será $2a+2x=2(a+x)=2a+2x$ (*duplo* del segundo $a+x$), $\div 3 . 4 . 5$, será $3+5=4\times2=8$, *duplo* de 4.

Demost. En la proporcion aritmética continua el segundo término es igual al primero a mas *la diferencia* del primero al segundo x, y así será $a+x$, el tercero es igual al segundo mas la diferencia, y siendo el segundo $a+x$, el tercero será $a+2x$, luego la suma del primero, y del tercero $a+a+2x$ será el primero dos veces tomado mas dos diferencias, esto es, $2a+2x$; pero esta cantidad es dupla del segundo $a+x$, luego si $\div a . a+x . a+2x$, será $2a+2x=2\times(a+x)$.

De aquí es, *que para encontrar el medio proporcional aritmético, dados los estremos, súmense los estremos, y la mitad de esta suma será el medio proporcional.*

Así en las propuestas proporciones aritméticas, $\frac{3+5}{2}=4$ será el medio proporcional aritmético, $\frac{2a+2x}{2}=a+x$.

Para encontrar el *tercero proporcional*, dados los dos primeros, doblo el segundo, y quito de esta suma el primero, la resta será el tercero proporcional, $2\times4-3=5$, y si del doble del segundo quito el tercero, la resta será el *primero*, $2\times4-5=3$.

DE LAS REGLAS DE PROPORCION GEOMÉTRICA.

Teorema I. *En toda proporcion geométrica discreta el producto de los estremos es igual al producto de los medios.*

Esto es, si $a : b :: c : d$, será $ad=bc$, tambien si $2 : 4 :: 8 : 16$, $2\times16=4\times8$.

Demost. Supuesto que $a : b :: c : d$, tambien $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, multiplicando entrambos cocientes, ó esponentes por bd, serán iguales los productos, y así $\frac{abd}{b}=\frac{cbd}{d}$; reduciéndolo á la menor espresion (borrando las cantidades comunes) será $ad=cb$.

Teorema II. *Si cuatro cantidades* a, b, c, d *son tales, que el producto de los estremos* (ad) *sea igual al producto de los medios* (bc), *están en proporcion, esto es,* a : b :: c : d.

Demost. En tal caso $ad=bc$, dividiendo entrambos productos por bd, tendrémos $\frac{ad}{bd}=\frac{bc}{bd}$, esto es, $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, luego (axioma 2) (teor. 3) $a : b :: c : d$.

De estos dos teorémas se sigue, *que para averiguar si cuatro cantidades están en proporcion*, *el medio mas seguro es ver, si el producto de los estremos es igual al producto de los medios*; si lo es, lo están; si no lo es, no lo están.

Teorema III. *Si cuatro cantidades* a, b, c, d (2, 6, 5, 15) *están en proporcion, el producto de los medios dividido por uno de los estremos, dará por cociente el otro estremo, y el producto de los estremos dividido por uno de los medios, dará el otro medio por cociente.*

Esto es, si $a : b :: c : d$, será $\frac{ad}{b}=c$, $\frac{ad}{c}=b$, $\frac{bc}{a}=d$, $\frac{bc}{d}=a$, si $6 : 2 :: 15 : 5$, tambien $\frac{6\times5}{2}=15$, $\frac{6\times5}{15}=2$, $\frac{2\times15}{6}=5$, $\frac{2\times15}{5}=6$.

Demost. Si $a : b :: c : d$, será $ad=bc$, dividiendo entrambas cantidades por a primer término, b segundo, c tercero, d cuarto, tendrémos $\frac{bc}{a}=d$, $\frac{ad}{b}=c$, $\frac{ad}{c}=b$, $\frac{bc}{d}=a$.

Corolario I. Siendo el producto de los estremos $ad=bc$ producto de los medios, y formándose de sus factores (por los teoremas antecedentes) las proporciones $a : b :: c : d$, $a : c :: b : d$, $b : a :: d : c$, $c : a :: d : b$, se sigue (lo que es muy util para todo el discurso de las matemáticas) *que siempre que encontremos dos productos iguales, se podrá de sus factores formar una proporcion geométrica*, tomando por *primer* término cualquier factor de un producto, por *segundo* cualquier factor del otro, por *tercero* el otro factor de este segundo, y por *cuarto* saldrá el otro factor del primer producto, pues de esta suerte siempre el producto de los estremos es igual al producto de los medios.

Así si $ab=cd$, será $c : a :: b : d$, $d : a :: b : c$, &c.

Corolario II. Como cualquiera cantidad que sea, se puede considerar como un producto de otras dos, que son sus factores, *siempre que tengamos dos cantidades iguales, reduciéndolas á sus factores* (lo que se hace dividiéndolas por el un factor, el cociente es el otro) *se formará de ellos una proporcion.*

Por egemplo $12=12$, $\frac{12}{4}=3$, $\frac{12}{6}=2$, $3\times4=6\times2$, luego $2 : 3 :: 4 : 6$.

De este teoréma nace la famosa *regla de tres*, en que dados tres términos, cualesquiera que sean, se encuentra el otro, que con ellos forme una proporcion. Así dados los tres primeros, dividiendo el producto del segundo, y tercero por el primero, el

cociente es el cuarto, dividiendo el mismo producto por el cuarto, el cociente es el primero de la proporcion. Dividiendo el producto del priméro, y del cuarto por el tercero, el cociente es el segundo, y dividiendo el mismo producto por el segundo, el cociente es el tercero.

Tambien como en la proporcion aritmética podemos poner x en el lugar del término que buscamos, haciendo despues el producto de los estremos igual al producto de los medios, y dividiendo el producto de los dos factores dados por el coeficiente de x, tendrémos el valor de x, que es el término que buscamos. Por egemplo dados *primer* término (4), *segundo* (5), *cuarto* (6), busco el *tercero*, que forme la proporcion. Será $4 : 5 :: x : 6$, $5x = 4 \times 6$, $x = \frac{4 \times 6}{5} = 4,8$; pues el término que se buscaba es 4,8 y la proporcion será $4 : 5 :: 4,8 : 6$, pues $4 \times 6 = 5 \times 4,8 = 24$.

Teorema IV. *En toda proporcion geométrica continua el producto de los estremos es igual al cuadrado, ó segunda potencia del medio.*

Esto es, si $\div a : b : c$, luego $ac = bb$.

Demost. Por ser la proporcion continua, será $a : b :: b : c$; pero en toda proporcion geométrica el producto de los estremos es igual al producto de los medios, luego $ac = bb$.

Asimismo si $\div 3 : 6 : 12$, será $3 \times 12 = 6 \times 6$.

Teorema V. *En toda proporcion geométrica continua el cuadrado del segundo término dividido por el primero, da el tercero proporcional, y dividido por el tercero da el primero.*

Esto es, si $\div a : b : c$, será $\frac{bb}{a} = c$, $\frac{bb}{c} = a$.

Demost. Sea la proporcion $\div a : b : c$. Por ser $ac = bb$, dividiendo entrambas cantidades por a primer término será $\frac{bb}{a} = \frac{ac}{a} = c$, que es el tercer término.

Mas $ac = bb$, dividiendo entrambas cantidades por el tercer término c, será $\frac{bb}{c} = \frac{ac}{c} = a$, que es el primero.

De aquí es, que si dados los dos primeros términos de una proporcion contínua, busco el *tercero proporcional*, no hay mas que multiplicar el segundo por sí mismo, y dividir este cuadrado por el primero, y el cociente será el tercero; y si el mismo cuadrado lo divido por el tercero, el cociente será el *primero*.

Problema. *Dados dos términos, encontrar un medio proporcional.*

Regla. *Multiplíquense los dos términos dados entre sí, y del producto sáquese la raiz cuadrada, que será el medio proporcional.*

La raiz cuadrada de una cantidad se esprime por la misma cantidad precedida de esta señal $\sqrt{\ }$. Así $\sqrt{a}$ es la raiz cuadrada de a. De donde dados a, b, su medio proporcional será $\sqrt{ab}$; por tanto $\div a : \sqrt{ab} : b$, porque multiplicando los estremos, el producto será igual al medio multiplicado por sí mismo.

Se hará mencion de lo que sigue cuando se llegue al § XX. pág. 27, que trata de la resolucion de los problemas de la ganancia ó pérdida á tanto por ciento.

Con lo dicho en los teoremas dados se ve la razon de todo lo que se practica en la resolucion de tódos los problemas de proporcion, ó que por otro nombre les dicen reglas de tres; pero como en las cuestiones de la ganancia ó pérdida á tanto por ciento no está la dificultad en el modo de resolverlas, sino en el modo de plantarlas, es preciso que tratemos de esto por omitirlo el Autor.

Á lo primero que debe atenderse para entender lo dicho es que la cantidad que nos dan para inferir la que hemos de buscar puede ser un simple capital, un capital junto con su ganancia, un capital quitada la pérdida, una simple ganancia, una simple pérdida, ó á veces dos datos de estos para inferir lo que se ha ganado ó perdido por ciento. Una vez se tenga conocido lo que es la cantidad dada, se harán las mismas observaciones con la cantidad que vamos á buscar; y luego tomando el número 100 como á término de comparacion en toda esta especie de problemas, no habrémos de atender á otra cosa sino que por escribir regularmente las proporciones alternadas, hemos de hacer que el primer término sea de la misma especie que el tercero, y el segundo de la misma especie que el cuarto, ó sea de la especie que vamos á buscar, esto es, si la cantidad dada que por lo regular es el término tercero de la proporcion, es un simple capital, el primer término tambien debe ser un simple capital, esto es, 100; si un capital junto con su ganancia, tambien el primero debe ser 100 mas la ganancia, que se haya tenido por ciento: si &c. y lo mismo debe entenderse del segundo respecto del cuarto, ó cantidad que se va á buscar.

En corroboracion de lo dicho pasarémos á resolver un problema, y haciendo iguales observaciones en el modo de disponer las proporciones en los demas de la misma especie que lleva el Autor, no habrá dificultad en saber plantar cuantos problemas nos puedan proponer; v. gr. Un comerciante vendió cierta mercadería, por 10846 pesos. Pídese hallándose ganar á razon de 10 por ciento cuánto le costó? Para disponer este problema colocarémos primero por tercer término la cantidad dada, esto es, 10846 y por cuarto término la cantidad que vamos á buscar, esto es, x porque la ignoramos; despues observarémos la cantidad dada 10846 lo que es, y viendo que es lo que sacó el comerciante de la mercadería que vendió con la ganancia de 10 por 100, dirémos que es un capital con ganancia, y así tendrémos que por tener que ser el tercer término de la misma especie que el primero, será este, 100 mas la ganancia 10, esto es 110; y por ser la cantidad x que vamos á buscar lo que costó la mercadería, esto es el capital empleado, ó lo que es lo mismo el simple capital, habiendo este de ser de la misma especie que el segundo, siendo aquel un simple capital, el segundo será el simple término de comparacion 100; y con esto tendrémos formada la proporcion, y dirémos: si $110 : 100 :: 10846 : x = 9860$; que nos dice que la dicha cierta mercadería costó al comerciante 9860 pesos.

Nota. Despues de haber resuelto los problemas que lleva el Autor de tanto por ciento, se verá lo que sigue.

DE LAS REGLAS DE SEGUROS Y AVERIAS.

El *seguro* es un contrato, en el cual un particular ó una compañía se obliga y responde de los daños que pueden suceder á un navío, ó á los géneros que lleva, hasta llegar á su destino, mediante cierto tanto por ciento que se le paga.

Para resolver cualesquier problema de esta especie, dirémos: 100, es al tanto por ciento que se paga por asegurar, como la cantidad asegurada es á la que se va á buscar; v. gr. Pídese cuanto debe entregar el comerciante á una compañía de seguros, que le ha asegurado 80000 tt 𝔓 bajo el premio de 20 por ciento? Resolviendo esta proporcion $100 : 20 :: 80000 : x = 16000$ tt 𝔓 hallará que debe entregar 16000 tt 𝔓.

Se entiende por *avería* el daño que padece un navío ó los géneros de su cargazon; y tambien los gastos impensados y estraor-

dinarios que es indispensable hacer en la navegacion. De averías hay de dos especies: la una incluye al navío y la cargazon, y se llama *avería gruesa*; la otra que solo corresponde al navío, ó á la carga, se le da el nombre de *avería simple*. Los daños, que provienen de estas se arreglan á razon de tanto por ciento sobre todos los dueños del navío y sobre los de los géneros.

Para resolver cualquier problema de avería se busca primero lo que se ha de rebajar por ciento á cada dueño; diciendo el valor total del navío y de los géneros, es á la avería que ha hecho, como 100 es á lo que se ha de rebajar á cada interesado por ciento: y despues si se quiere saber lo que corresponde pagar á cada uno segun su capital, dirémos: 100 es al tanto por ciento de la avería, como el valor de las mercaderías de cada interesado es á lo que debe pagar v. gr. Un navío cuyo buque y cargazon está valuado en un millon de pesos ha sufrido una pérdida de 10000 pesos valor de los géneros echados á perder, de los que ha tenido que arrojar al mar para aligerar la nave y daño que él ha sufrido. Pídese: á cuanto por ciento corresponde de esta avería á cada interesado, y cuanto debe pagar el que interesó por 200000 pesos? Para hallar el tanto por ciento de la avería, dirémos; 1000000 : 10000 :: 100 : $x = 1$; y se hallará que á cada interesado le corresponde pagar á 1 por ciento; despues para saber lo que debe pagar el que interesó por 200000 pesos se resolverá la siguiente proporcion; 100 : 1 :: 200000 : $x = 2000$, y se hallará que le corresponde pagar 2000 pesos.

En la página 40 § XXIX. que trata de los trueques y permutas corresponde lo que sigue.

Como el trueque debe hacerse con equidad, resulta que el total de la mercadería, que recibe el uno, ha de tener el mismo valor que la que por ella entrega este al otro; luego si dos sugetos quieren trocar sus mercaderías, y el uno tiene 28 quintales de azucar de la Habana 3 quintos blanco y 2 quintos quebrado, que vale á 75 pesetas el quintal, y el otro papel florete de Capellades que vale á 15 pesetas la resma, y se quiere saber cuantas resmas de papel debe entregar este al otro; es claro que dirémos que el valor de los 28 quintales de azucar debe ser igual al valor de las resmas que se deben entregar, y así suponiendo que estas són iguales á x, tendrémos que por valer cada una 15 pesetas, debe ser $15 \times x$

igual á 75×28 por costar cada quintal de azucar 75 pesetas; con lo que siendo $75 \times 28 = 15 \times x$, verificando la multiplicacion de 75 por 28, y partiendo el producto 2100 por 15, el cociente 140 nos indicará las resmas de papel que se deben entregar por los 28 quintales de azucar. Si tomamos la misma ecuacion $75 \times 28 = 15 \times x$, y hacemos como el Autor, de comparar el valor de cada entero de los que se entregan con los enteros de la mercadería entregada, y el valor de cada entero de los que se reciben con los enteros de la mercadería recibida, diciendo v. gr. en el presente problema 75 pesetas : 28 quintales :: 15 pesetas : $x = 140$ quintales; ella nos indicará que para obtener el término cuarto, debemos partir por el tercero el producto del primero por el segundo, con lo que queda demostrada la práctica que hace el Autor para resolver los problemas de trueques, y tambien se ve el porque haciéndolo de este modo siguen estos mismos problemas en su resolucion las leyes de la regla de tres indirecta.

En la página 48 §. XXXIII. *corresponde lo que sigue.*

Es cosa sabida que *causa* es aquello que produce algo: que *efecto* el algo producido; y *circunstancia* aquello sin lo cual la causa no produciria el efecto, como por egemplo; si digo 25 *hombres en* 17 *dias ganan* 220 *doblones*; los hombres son la *causa*, los doblones el *efecto*; y los dias la *circunstancia*.

En toda regla de tres compuesta entran, ó bien dos causas, circunstancias y efectos solos, ó bien dos causas solas, dos efectos y circunstancias de los mismos: y tambien algunas veces dos causas, circunstancias de estas, dos efectos y circunstancias de los mismos.

Cuando quiere resolverse una regla de tres compuesta por el medio que llaman de las causas, efectos y circunstancias que entonces se reduce á simple, no es preciso examinar las proporciones simples de que se compone cada una de por sí, como hace el Autor; sino indagar primero las causas, los efectos y las circunstancias que les acompañan; y desde luego tomando la causa de la primera parte multiplicada por sus respectivas circunstancias, si las tiene, por primer término de la proporcion; la causa de la segunda por sus circunstancias por segundo; el efecto de la primera parte por sus circunstancias, dado caso que las tenga, por tercero; y el efecto de la segunda por sus circunstancias por último término, se tendrá formada una proporcion, en la que haciendo

el producto de estremos igual al producto de medios, y resolviendo la ecuacion que salga, nos dirá lo que se pide; v. gr. Si para hacer 20 piezas de cierta ropa, que tienen de largo 100 pies cada una, han de trabajar 10 hombres 200 horas cada uno; atendido al mismo respecto 5 hombres, para hacer 50 piezas de la misma ropa, que cada una tenga 300 pies de largo, cuántas horas tendrá cada uno que trabajar? Cada uno tendrá que trabajar 3000 horas.

	Hombres.	*Piezas.*	*Pies.*	*Horas.*	*	*Hombres.*	*Piezas.*	*Pies.*	*Horas.*
A	10	20	100	200	: :	5	50	300	$x=3000$

B.......$10\times200 : 5\times x :: 20\times100 : 50\times300$

C....... $10\times\not{200}\times\not{50}\times300=\not{20}\times\not{100}\times\not{5}\times x$

D..................................$3000=x$

Viendo en este problema que los hombres son la causa; porque son los que hacen las piezas, que las piezas el efecto, por ser la cosa producida, que las horas la circunstancia de la causa, porque sin tiempo nada podrian hacer los hombres, y que los pies que tiene de largo cada pieza la circunstancia del efecto, por dar mas ó menos trabajo cada pieza á proporcion de su longitud, verifíquense las multiplicaciones dichas y se tendrá la proporcion arriba puesta *A*, reducida á la proporcion simple *B*; y haciendo en esta el producto de medios igual al de estremos saldrá la ecuacion *C*, la que reducida y buscando el valor de la incógnita nos da lo que se busca, como lo indica la ecuacion *D*.

Que por medio de las causas y efectos, multiplicadas aquellas y estos por sus respectivas circunstancias queden reducidas las proporciones compuestas á simples, se funda en que por este medio hacemos que las circunstancias de las causas y efectos, así de una como de otra parte, sean unas mismas: lo que se puede probar con este mismo egemplo; porque si 10 hombres en 200 horas hacen 20 piezas de ropa de 100 pies de longitud, 200 veces 10 hombres harán el mismo trabajo en 1 hora; y si 5 hombres necesitan x horas para hacer 50 piezas de 300 pies de largo, x veces 5 hombres necesitarán solo una hora para hacer la misma ropa, con lo que siendo en este caso igual el tiempo que necesitan para un igual trabajo podrémos prescindir de la circunstancia de las causas; luego probando lo mismo con la circunstancia de los efectos ten-

drémos demostrado lo que se pide: es claro que si 10 hombres necesitan 200 horas para hacer 20 piezas de 100 pies de largo cada una; los mismos hombres necesitarian el mismo tiempo para hacer 100 veces 20 piezas de 1 pie de longitud cada una, y si 5 hombres trabajando x horas hacen 50 piezas de largo cada una 300 pies; los mismos hombres trabajando iguales horas harán 300 veces 50 piezas que cada una tendrá 1 pie de largo, y así siendo igual la circunstancia de los efectos prescindimos de ella; luego con lo dicho queda demostrado el porque la proporcion compuesta *A*, ha quedado reducida por este medio á la proporcion simple *B*. Lo demas de la resolucion del problema queda demostrado en otros lugares.

Nota. Con lo dicho se ve el porque cuando en una proporcion compuesta, cuya incógnita esté en último lugar, despues de haber examinado las proporciones simples de que se compone, y reducido á directas las proporciones indirectas que hay en ella; el producto de la contínua multiplicacion del término último de la primera parte por todos los de la segunda ménos el *último*, debe ser igual al producto de la contínua multiplicacion del término último de la segunda parte por todos los de la primera ménos el último, como dice el Autor en la pág. 103. Tambien de esto se infiere que, partiendo el producto de la contínua multiplicacion del término último de la primera parte por todos los de la segunda ménos el último, por el producto de la contínua multiplicacion de todos los de la primera ménos el último, el cociente nos debe dar el valor de la incógnita, esto es, lo que se busca en una regla de tres compuesta. En esto funda el Autor el modo de que se vale para resolver las reglas de tres compuestas (véase la pág. 44 y siguientes), el que es preferible al de las causas, efectos y circunstancias que acabamos de esponer, siempre que estas no son fáciles de distinguir, como lo manifiesta el problema 133 de la página 53.

Corresponde lo que sigue á las reglas de compañías, página 54.

Lo primero que debe demostrarse en toda regla de compañías es que la suma de los caudales es á la de las ganancias ó pérdidas; como el caudal de cada interesado es á su propia ganancia ó pérdida.

Para esto supongamos v. gr. tres socios que hicieron compañía, que el primero puso a pesos y que ganó ó perdió d pesos; que

el segundo interesó con b pesos y que ganó ó perdió m pesos, y que el tercero entregó c pesos y que ganó ó perdió n pesos; una vez hecha la distribucion de caudales á proporcion de lo que puso cada uno. Esto supuesto tendrémos que probar como la suma de los caudales, que es $a+b+c$, será á la de las ganancias $d+m+n$; como el caudal de cada compañero á su propia ganancia ó pérdida, esto es, como $a:d$, como $b:m$, y como $c:n$.

	Caudales.		*Ganancias ó pérdidas.*
Hipótesis......	a	:	d
	b	:	m
	c	:	n
Tesis....	$a+b+c$	:	$d+m+n :: a:d :: b:m :: c:n$

Demost. Siendo.......$a:d::b:m::c:n$, tambien por el teor. VIII., será..........$a+b+c : d+m+n :: a:d :: b:m :: c:n$, y es lo que debia demostrarse.

Ocurre algunas veces el demostrar el porque la suma del caudal y ganancia queda en proporcion con el caudal, y tambien con la ganancia.

Demost. Para dar razon de lo dicho nos valdrémos de la hipótesis de la demostracion anterior, y dirémos; que por ser $a:d::b:m$; será componiendo $a+d:a::b+m:b$ que es lo primero; esto es, que el caudal y ganancia del uno, es al caudal del mismo, como el caudal y ganancia del otro es á su caudal, y tambien será $a+d:d::b+m:m$ que es lo segundo; esto es, que la suma del caudal y ganancia del uno es á su ganancia, como la suma del caudal y ganancia del otro es á su respectiva ganancia.

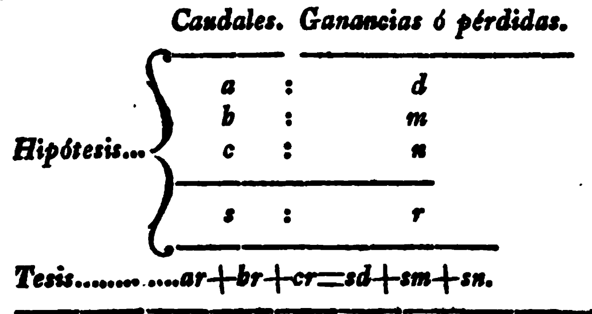
Si valiéndonos de la misma hipótesis quisiésemos demostrar como el caudal ménos la pérdida queda en proporcion con el caudal, y tambien con la pérdida, diriamos:

Demost. Por ser $a:d::b:m$; será dividiendo $a-d:a::b-m:b$ que es lo primero; y tambien $a-d:d::b-m:m$ que es lo segundo.

Corresponde lo que sigue al §. XXXVIII. *en la página* 69.

Para demostrar el modo de examinar las reglas de compañías, segun hace el Autor, supongamos tambien que los caudales de los compañeros son a, b y c, y la suma de estos s: que las ganancias

ó pérdidas correspondientes á cada caudal son d, m y n, y la suma de estas r: con lo que diciendo el Autor que para examinar las reglas de compañía se debe multiplicar cada ganancia ó pérdida por el caudal comun, y si la suma de estos productos sale igual á la suma de los productos que resultan, multiplicando cada caudal por la ganancia ó pérdida comun está exacta la operacion, tendrémos:



	Caudales.		*Ganancias ó pérdidas.*
Hipótesis...	a	:	d
	b	:	m
	c	:	n
	s	:	r

Tesis............$ar+br+cr=sd+sm+sn$.

Demost. Por ser segun lo demostrado. $\begin{cases} s : r :: a : d \\ s : r :: b : m \\ s : r :: c : n \end{cases}$

Tambien por la igualdad de estremos y medios será.. $\begin{cases} ar=sd \\ br=sm \\ cr=sn \end{cases}$

y por el axioma 2.° del tomo 1.° será $ar+br+cr=sd+sm+sn$, que es lo que se habia de demostrar.

Con lo demostrado y con lo que dice el Autor en el problema 166 página 70 de este tomo quedan tambien demostradas las reglas de compañía compuesta. Todo lo demas que he añadido á este tomo se hallará á los lugares que corresponde.

Cuando se dará á luz el tratado de *Cambios*, que será el tercer tomo de esta obra, para facilitar la correspondencia entre Castilla, Cataluña, Valencia, Aragon, Navarra y Mallorca y el giro de estas provincias con las plazas estrangeras, se verá tratada muy por estenso la *regla conjunta*; y entonces podrá decirse que la presente es una obra completa de Aritmética y Álgebra para el desempeño de todos los cálculos que puedan ocurrir al comerciante.

ADVERTENCIA.

Las citas que en el cuerpo de este segundo tomo empiezan por esta letra E, significan que para entender lo que conduce en el caso hemos de acudir al tomo primero en el número y página que en dicha cita se espresa: pero las que se hallaren sin la inicial E son propias de este tomo.

DE LA RAZON Y PROPORCION EN COMUN.

I.

Es de suma importancia tratar de la razon y proporcion en comun: la inteligencia pues de esta doctrina es llave universal para entrar al conocimiento de cuantas partes contiene la Matemática. Esta doctrina abraza no solamente á la cantidad discreta ó numérica, sino tambien á la contínua; esto es, sirve para los números, líneas, superficies y sólidos.

II.

DEFINICIONES.

1.ª Multíplice es el todo respecto á su parte aliquota; v. gr. 24 es multíplice de 8, porque $8 \times 3 = 24$.

2.ª Submultíplice es la parte aliquota respecto á su todo; v. gr. 6 es submultíplice de 18, porque 18 partido por 6 les cabe cabalmente á 3.

3.ª Equimultíplices son los todos, que incluyen igual número de veces á sus partes aliquotas: v. gr. 24 y 30 son equimultíplices de 4 y 5; porque el todo 24 incluye tantas veces á su parte aliquota 4, como el 30 al 5. Infiérese que si dos equimultíplices se parten por sus respective partes aliquotas, los cocientes saldrán iguales.

III.

4.ª Razon es la relacion, respecto ó habitud que una cantidad tiene á otra de su misma especie. Estas dos cantidades se llaman términos de la razon. La que se compara se dice antecedente, y aquella á la cual se compara consecuente; y así en la razon 8 : 4, será 8 el antecedente, y 4 el consecuente.

5.ª La razon se divide en aritmética y geométrica. La aritmética es cuando el antecedente excede al consecuente, ó el consecuente al antecedente, cuya diferencia entre ellos es el exponente ó denominador. La geométrica (de la que hablaremos en adelante) es cuando el antecedente contiene ó está contenido en el consecuente.

6.ª Exponente ó denominador de la razon geométrica es el cociente que resulta dividiendo el antecedente por el consecuente; v. gr. El exponente de 8 : 4 será $\frac{8}{4}$, ó bien 2. Infiérese que siendo el antecedente dividendo, el consecuente divisor, y el exponente cociente, será el producto del exponente por el consecuente igual al antecedente.

7.ª Razon de igualdad es cuando el antecedente es igual al consecuente; v. gr. 8 : 8. Razon de desigualdad es cuando los términos son desiguales; y así se dirá razon de mayor desigualdad, cuando el antecedente será mayor que el consecuente, como la de 8 : 4; y razon de menor desigualdad, cuando el antecedente será menor que el consecuente, como la de 4 : 8.

8.ª Razones iguales, semejantes ó unas mismas son las que tienen los exponentes iguales; v. gr. La razon de 24 : 8 es igual á la de 18 : 6, por tener una y otra el exponente 3.

9.ª Razones desiguales, desemejantes ó diversas son las que tienen los exponentes desiguales; v. gr. La razon de 15 : 5 es desigual á la de 8 : 4, por ser 3 el exponente de la primera, y 2 el de la segunda; de donde puede colegirse que de dos razones desiguales, la que tiene mayor exponente es la mayor.

10.ª Si de dos ó mas razones se multiplican los antecedentes entre sí, y tambien los consecuentes, los dos productos formarán una razon compuesta de todas las razones simples: v. gr. Si de las razones 8 : 6, 5 : 7, y 4 : 2, se multiplican sucesivamente los antecedentes 8, 5 y 4, y de la misma manera los consecuentes 6, 7 y 2, se tendrá la razon compuesta 160 : 84.

11.ª Razon dupla es aquella cuyo antecedente es el duplo de su consecuente, como 8 : 4. Razon tripla es aquella cuyo antecedente es el triplo de su consecuente, como 6 : 2.

12.ª Razon duplicada es la compuesta de dos razones iguales; triplicada la de tres; cuadruplicada la de cuatro: pero razon subduplicada es la que interviene dos veces para componer la duplicada; subtriplicada la que interviene tres veces para componer la triplicada; subcuadruplicada la que interviene cuatro veces para componer la cuadruplicada.

IV.

13.ª Proporcion es la comparacion de dos razones; v. gr. Si la razon de 12 : 8 se compara con la de 9 : 6, formará una pro-

porcion, que se figura de esta manera 12 : 8 : : 9 : 6, y se lee asi: 12 es á 8, como 9 á 6.

14.ª Divídese la proporcion en contínua y discontínua. Proporcion contínua es cuando el consecuente de la primera razon es igual al antecedente de la segunda; v. gr. 12 : 6 : : 6 : 3 Proporcion discontínua es cuando el consecuente de la primera razon es desigual al antecedente de la segunda; v. gr. 12 : 8 : : 9 : 6.

15.ª Subdivídese la proporcion en simple y compuesta, y cada una de estas en directa é indirecta, recíproca ó inversa.

16.ª Proporcion simple directa es la comparacion de dos razones iguales. Y en general dicen la que se forma de cuatro términos directamente proporcionales; de modo que la misma razon que tiene el primero al segundo, tiene el tercero al cuarto; advirtiendo que siempre que sean de una misma especie ó naturaleza el primero y segundo, lo han de ser el tercero y cuarto: y cuando el tercero será de la especie del primero, el cuarto habrá de ser de la especie del segundo.

17.ª Proporcion simple indirecta, recíproca ó inversa, es la comparacion de dos razones desiguales. Y en general dicen la que se forma de cuatro términos indirectamente proporcionales; de manera que el producto del primero por el segundo es igual al producto del tercero por el cuarto. Dichos cuatro términos estarán en proporcion directa mudando los antecedentes; ó bien colocando los dos términos de la una razon por extremos, y los de la otra por medios; v. gr.

Siendo indirectamente proporcionales . . . . 8 : 6 : : 4 : 12.
Será el producto de . . . . 8 × 6 = 4 × 12.
Y directamente proporcionales . . . . { 4 : 6 : : 8 : 12. / 8 : 4 : : 12 : 6. / 12 : 8 : : 6 : 4. }

V.

LEMA I.º

Si cuatro cantidades son directamente proporcionales, el producto de las extremas es igual al de las medias: y si el producto de las extremas es igual al de las medias, las cuatro cantidades son directamente proporcionales; v. gr.

Siendo directamente proporcionales . . . . 6 : 3 : : 4 : 2.
Será el producto de . . . . 6 × 2 = 3 × 4.
Y si el producto de . . . . 6 × 2 = 3 × 4; esto es 12 = 12.
Digo que son directamente proporcionales . . . . 6 : 3 : : 4 : 2.

Infiérese.

Lo 1.° Que si de los cuatro términos de la proporcion directa falta un extremo, partiendo el producto de los medios por el extremo conocido, el cociente será el otro extremo proporcional; pero si el incógnito fuere medio, partiendo el producto de los extremos por el medio conocido, el cociente será el otro medio proporcional, ó el incógnito.

Lo 2.° Que si cuatro cantidades directamente proporcionales se multiplican por otras cuatro directamente proporcionales, los productos tambien serán proporcionales.

Lo 3.° Que dos quebrados son iguales, si el numerador al denominador en el uno, tiene la misma razon que el numerador al denominador en el otro.

Lo 4.° Que el producto, el multiplicando, el multiplicador y la unidad, son cuatro cantidades directamente proporcionales. Asimismo el dividendo, el divisor, el cociente y la unidad. Tambien el numerador, el denominador, el quebrado y la unidad. En fin el antecedente, el consecuente, el exponente y la unidad.

LEMA II.°

Si de cuatro cantidades la primera tiene mayor razon á la segunda, que la tercera á la cuarta, el producto de las extremas es mayor que el de las medias; y si el producto de las extremas es mayor que el de las medias, la primera á la segunda tiene mayor razon que la tercera á la cuarta; v. gr.

Siendo la razon de . . . . $6 : 2 > 4 : 3$.
Será el producto de . . . . $6 \times 3 > 2 \times 4$.
Y si el producto de . . . . $6 \times 3 > 2 \times 4$: esto es $18 > 8$.
Digo que la razon de . . . . $6 : 2 > 4 : 3$.

VI.
PROPOSICIONES.

1.ª Los equimultíplices tienen la misma razon que sus partes aliquotas, y estas la misma razon entre sí; v. gr.

Sean los equimultíplices . . . . 12 y 8.
Y sus partes aliquotas . . . . 6 y 4.
Y tambien . . . . 3 y 2.
Digo que son directamente proporcionales . . . . . $12 : 8 :: 6 : 4$.

Y tambien . . . . 12 : 8 : : 3 : 2.
Y asimismo . . . . 6 : 4 : : 3 : 2.
Porque en la primera proporcion es $12 \times 4 = 8 \times 6$; esto es $48 = 48$.
En la segunda es tambien . . . . . . $12 \times 2 = 8 \times 3$; esto es $24 = 24$.
Y así tambien en la tercera es . . . $6 \times 2 = 4 \times 3$; esto es $12 = 12$.

Adviértase que en esta proposicion se funda la reduccion de los quebrados á un denominador comun, y la reduccion de los quebrados á la menor expresion: pues si dos cantidades se multiplican ó parten por otra tercera, los productos ó cocientes estarán en la misma razon.

2.ª Si el todo es al todo, como la parte á la parte, serán las sumas ó resíduos del un todo á las sumas ó resíduos del otro todo, como el un todo al otro todo; v. gr.
Sean los todos . . . . 12 y 18.
Y sus partes proporcionales . . . . 6. 4. 2.   9. 6. 3.

Serán proporcionales las sumas . . . . $\begin{cases} 18 : 27 :: 12 : 18. \\ 16 : 24 :: 12 : 18. \\ 14 : 21 :: 12 : 18. \end{cases}$

Y asimismo los resíduos . . . . $\begin{cases} 6 : 9 :: 12 : 18. \\ 8 : 12 :: 12 : 18. \\ 10 : 15 :: 12 : 18. \end{cases}$

3.ª Si cuatro cantidades son directamente proporcionales, tambien lo serán alternando, que es comparar el antecedente de la primera razon al antecedente de la segunda; y asimismo el consecuente de la primera razon al consecuente de la segunda; v. gr.
Siendo directamente proporcionales . . . . 6 : 3 : : 4 : 2.
Tambien lo serán alternando . . . . 6 : 4 : : 3 : 2.

4.ª Si cuatro cantidades son directamente proporcionales, tambien lo serán invirtiendo, que es comparar el consecuente á su antecedente en una y otra razon; v. gr.
Siendo directamente proporcionales . . . . 6 : 3 : : 4 : 2.
Tambien lo serán invirtiendo . . . . 3 : 6 : : 2 : 4.

5.ª Si cuatro cantidades son directamente proporcionales, tambien lo serán permutando, que es comparar la segunda razon á la primera; v. gr.
Siendo directamente proporcionales . . . . 6 : 3 : : 4 : 2.
Tambien lo serán permutando . . . . 4 : 2 : : 6 : 3.

6.ª Si cuatro cantidades son directamente proporcionales, tambien lo serán componiendo, que es comparar la suma del antecedente y consecuente de la primera razon á su antecedente, ó

á su consecuente; y asimismo la suma del antecedente y consecuente de la segunda razon á su antecedente ó consecuente; v. gr.

Siendo directamente proporcionales . . . . 6 : 3 : : 4 : 2.
Tambien lo serán componiendo . . . . 6 + 3 : 6 : : 4 + 2 : 4.
Esto es . . . . 9 : 6 : : 6 : 4.
O bien . . . . 6 + 3 : 3 : : 4 + 2 : 2.
Esto es . . . . 9 : 3 : : 6 : 2.

7.ª Si cuatro cantidades son directamente proporcionales, tambien lo serán dividiendo, que es comparar la diferencia del antecedente y consecuente de cada razon al antecedente ó consecuente de la misma razon; v gr.

Siendo directamente proporcionales . . . . 8 : 6 : : 12 : 9.
Tambien lo serán dividiendo . . . . 8 — 6 : 8 : : 12 — 9 : 12.
Esto es . . . . 2 : 8 : : 3 : 12.
O bien . . . . 8 — 6 : 6 : : 12 — 9 : 9.
Esto es . . . . 2 : 6 : : 3 : 9.

8.ª Dadas algunas cantidades de una parte, y otras en igual número de otra en proporcion ordenada (esto es que la *primera* á la segunda en la una parte sea como la primera á la segunda en la otra; y tambien la segunda á la tercera en la una parte como la segunda á la tercera en la otra), por igualdad de razon serán proporcionales la primera á la última en la una parte como la primera á la última en la otra; v. gr.

Sean de una parte las cantidades . . . . 6. 3. 12.
Ordenadamente proporcionales con las de otra . . . . 4. 2. 8.
De suerte que sea . . . . 6 : 3 : : 4 : 2.
Y tambien . . . . 3 : 12 : : 2 : 8.
Digo que por igualdad de razon será. . . . . . . 6 : 12 : : 4 : 8.

9.ª Dadas algunas cantidades de una parte, y otras en igual número de otra en proporcion perturbada (esto es que la primera á la segunda en la una parte sea como la segunda á la tercera en la otra; y asimismo la segunda á la tercera en la una parte como la primera á la segunda en la otra), tambien por igualdad de razon serán proporcionales la primera á la última en la una parte, como la primera á la última en la otra; v. gr.

Sean de una parte las cantidades . . . . 6. 3. 12.
Perturbadamente proporcionales con las de otra . . . . . . 2. 8. 4.
De suerte que sea . . . . 6 : 3 : : 8 : 4.
Y tambien . . . . 3 : 12 : : 2 : 8.
Digo que por igualdad de razon será . . . . 6 : 12 : : 2 : 4.

10.ª Dadas cantidades en cualquier número, de modo que una primera á una segunda tenga la misma razon que una tercera á una cuarta; otra primera á otra segunda, que una cuarta á una quinta; otra primera á otra segunda, que una quinta á una sexta, el producto de las primeras al producto de las segundas será como la tercera á la sexta, y así al infinito; v. gr.

Siendo proporcionales las cantidades .... { 3 : 2 :: 9 : 6. / 8 : 4 :: 6 : 3 / 5 : 20 :: 3 : 12 }

Serán proporcionales los productos .... 120 : 160 :: 9 : 12

11.ª Dadas magnitudes proporcionales en cualquier número, la suma de los antecedentes á la de los consecuentes tiene la misma razon que un antecedente á su consecuente; v. gr.

Siendo proporcionales las cantidades ..... { 2 : 4 / 3 : 6 / 4 : 8 }

Serán tambien proporcionales las sumas .... { 9 : 18 :: 2 : 4 / 9 : 18 :: 3 : 6 / 9 : 18 :: 4 : 8 }

12.ª Si dos cantidades se multiplican por otra tercera, los productos tendrán la misma razon que las cantidades; v. gr.
Sean las cantidades .... 4 y 3
Y la tercera 2
Serán proporcionales los productos .... 8 : 6 :: 4 : 3.

De aquí nace la razon que guardan los quebrados entre sí, y la que conservan los productos, cuando se quitan los quebrados de las proporciones.

13.ª Si dos cantidades se parten por otra tercera, los cocientes tienen entre sí la misma razon que las cantidades; v. gr.
Sean las cantidades .... 8 y 6.
Y la tercera 2
Serán proporcionales los cocientes .... 4 : 3 :: 8 : 6.

De aquí nace la razon que guardan entre sí dos cantidades reducidas á números mínimos, y la que conservan los cocientes cuando se abrevian las proporciones.

14.ª Las razones que son iguales á otra, son iguales entre sí; v. gr.

Sean las razones .... { 8 : 4 / 6 : 3 }

Iguales á la de . . . . 4 : 2.

Digo que son proporcionales . . . . $\begin{cases} 8 : 4 :: 4 : 2 \\ 6 : 3 :: 4 : 2 \\ 8 : 4 :: 6 : 3 \end{cases}$

Infiérese que cuando en alguna proporcion se mudan los términos de una razon, ó bien se toman otros, si son proporcionales en la una, tambien lo serán en la otra.

15.ª De cuatro cantidades proporcionales, si la primera es igual, mayor ó menor que la tercera, tambien la segunda será igual, mayor ó menor que la cuarta; v. gr

Sean las cantidades proporcionales . . . . $\begin{cases} 6 : 3 :: 6 : 3 \\ 8 : 4 :: 6 : 3 \\ 3 : 6 :: 4 : 8 \end{cases}$

Digo que si . . . . $\begin{cases} 6 = 6 & 3 = 3 \\ 8 > 6 & 4 > 3 \\ 3 < 4 & 6 < 8 \end{cases}$

16.ª Si cuatro cantidades son proporcionales, la suma de la máxima y de la mínima es mayor que la suma de las otras dos; v gr.

Sean proporcionales . . . . 6 : 3 : : 4 : 2

Digo que . . . . $6 + 2 > 3 + 4$; esto es $8 > 7$.

17.ª Las cantidades iguales tienen la misma razon á otra tercera, y esta á las cantidades iguales; v. gr.

Sean las cantidades iguales . . . . 8 y 8

Y la tercera sea 3

Digo que son proporcionales . . . . 8 : 3 : : 8 : 3

Y tambien . . . . 3 : 8 : : 3 : 8

18.ª Si dos magnitudes tienen la misma razon á otra tercera, serán iguales; y si la tercera tiene la misma razon á dichas magnitudes, estas serán iguales; v. gr.

Sean las dos magnitudes . . . . 6 y 6

Y la tercera sea 3

Por lo supuesto serán proporcionales . . . . 6 : 3 : : 6 : 3

Porque el producto de . . . . $6 \times 3 = 3 \times 6$; esto es $18 = 18$.

Y partiendo los productos por 3, se tendrá . . . . $6 = 6$.

19.ª De dos magnitudes desiguales, la mayor tiene mayor razon á otra tercera, y ésta tiene mayor razon á la menor que á la mayor; v. gr.

Sean las dos magnitudes desiguales . . . . 8 y 6

Y la tercera sea 4

Digo que la razon de . . . . $8 : 4 > 6 : 4$.

Y tambien la de .... $4 : 6 > 4 : 8$.
Porque el producto de .... $8 \times 4 > 4 \times 6$.

20ª De dos magnitudes la que á otra tercera tiene mayor razon es la mayor; y aquella á la cual la tercera tiene menor razon es la mayor; v. gr.

Sean las dos magnitudes .... 8 y 6.
Y la tercera sea .... 4.
Digo que la razon de .... $8 : 4 > 6 : 4$.
Porque el producto de .... $8 \times 4 > 6 \times 4$.
Esto es .... $32 > 24$.
Y partiendo los productos por 4, se tendrá .... $8 > 6$.
Por la misma razon .... $4 : 8 < 4 : 6$.
Porque el producto de .... $4 \times 6 < 4 \times 8$.
Esto es .... $24 < 32$.
Y partiéndolo todo por 4, se tendrá .... $8 > 6$.

VII.
DE LA REGLA DE PROPORCION.

Regla de proporcion es la que enseña el modo de hallar un cuarto proporcional á tres números dados ó conocidos; por cuya causa se llama vulgarmente *regla de tres.* Dícese tambien *regla aurea*, por su grande utilidad. Divídese en simple y compuesta, y cada una de estas en directa é indirecta.

La proporcion simple consta de cuatro términos, ó de dos razones iguales, si es directa; y desiguales, si es indirecta. La proporcion compuesta consta de tres, cuatro, cinco ó mas razones; y así los términos serán seis, ocho, diez, doce, &c. Así como la regla de proporcion simple se llama regla de tres, por ser solamente tres los términos conocidos; del mismo modo la regla de proporcion compuesta se llama regla de tres, por ser solamente tres los términos principales, en los cuales quedan comprendidos los demas como circunstancias.

No obstante lo referido, no dejó de gustarme la disputa, en que se acordó que la regla que llamamos de tres simple, es regla simple de cuatro; y la que decimos regla de tres compuesta, es regla compuesta de cuatro términos principales, á los cuales se agregan los demas como circunstancias. La mayor parte de los certantes dieron razones muy convincentes, y de ellas la mas perceptible fue: Si la regla que llaman de tres simple, se dice re-

gla de tres, por ser solos tres los términos conocidos; cuando estos no serán mas que dos, sin duda deberemos nombrarla regla de dos simple: cuando solamente será uno el término conocido, de precision la titularemos regla simple de uno; y cuando ninguno de los cuatro términos será conocido, entonces por fuerza la habremos de nombrar regla simple de ninguno; lo que parece muy ridículo.

VIII.
DE LA REGLA DE TRES SIMPLE.

Los cuatro términos de la regla de tres simple han de disponerse de modo, que sus especies guarden un mismo órden; esto es, que de una parte sean de una misma especie el término primero y tercero, y de otra lo sean el segundo y cuarto, en cuyo lugar se escribirá la incógnita *v*, *x*, ó *z*, proponiéndole este signo (=) igual.

Dispuestos así los términos, se conoce que la proporcion es directa, si cuando el término tercero es igual, mayor ó *menor que* el primero, así el incógnito cuarto es tambien igual, mayor ó menor que el segundo.

Se conoce que la proporcion es indirecta, recíproca ó inversa, si cuando el término tercero es mayor que el primero, el cuarto ha de ser menor que el segundo: ó bien si cuando el término tercero es menor que el primero, el cuarto ha de salir mayor que el segundo.

IX.
DIRECTA.

Para resolver la regla de tres simple directa, multiplíquese el término segundo por el tercero, ó al contrario; y partido el producto por el primero, escríbase el cociente por término cuarto, y se tendrá lo que se pide; v. gr.

1. Si 24 varas de cierta ropa costaron 288 reales: Pídese 48 varas, atendido el mismo respecto, cuántos reales constarán?

Varas.	*Reales.*	*	*Varas.*	*Reales.*
24 :	288 : :		48 > :	x ≧ 576

48

13824 | 24
182 | 576
144
0

Porque lo que se pide ha de estar en último lugar, y en el caso propuesto se piden *reales*, escríbanse odenadamente en la primera parte las señales *varas*, y hácia la derecha *reales*. Estas mismas señales *varas*, *reales* escríbanse con el mismo órden en la segunda parte; y para mayor division póngase este signo * intermedio.

Dispuestas así las señales significativas de las especies, escríbanse debajo los números correspondientes, colocando en la primera parte aquellos dos términos conocidos, que el uno tiene conexion con el otro. En tercer lugar escríbase el término que tiene conexion con el que se pide; y en cuarto lugar escríbase la incógnita *x* (ú otra incógnita), suponiendo ser *x* el término que se busca: y con esto se tendrá figurada una proporcion de dos razones tales, cuyos antecedentes son de una misma especie, como igualmente sus consecuentes.

Ordenados así los términos, examínese si la proporcion es directa ó indirecta, diciendo: Yo ya sé que 24 varas costaron 288 reales; luego mayor (>) número de varas costarán mayor (>) número de reales: y porque en ambos términos de la segunda parte sale un mismo signo (>), está claro que la proporcion es directa. Adviértase que en la segunda parte no he proferido cuantidad alguna, á fin de dar á entender en pocos minutos lo que algunos, á causa de su explicacion obscura, no alcanzan en muchos dias.

Sabemos ya que la proporcion espresada es directa; y así multiplíquese el término segundo 288 por el tercero 48, y partido el producto 13824 por el término primero 24, escríbase el cociente 576 por término cuatro, y será $x=576$: dígase, pues, que si 24 varas de cierta ropa costaron 288 reales, al mismo respecto 48 varas costarán 576 reales.

X.

Los cuatro términos de la regla de tres simple directa, quedando siempre proporcionales, pueden variarse de distintos modos, siendo los mas principales, alternando, invirtiendo, permutando, componiendo y dividiendo; v. gr.

2. Por 48 canas de paño entregué 576 ℔ ℈. Pregunto, atendido el mismo respecto, cuántas libras entregaré por 24 canas?

Canas	℔ ℈	* Canas	℔ ℈

48 : 576 : : 24 < : x ≦ 288
48 : 24 : : 576 : x = 288
. 24
13824 ⌊ 48
422 288
384
0

Dispuestos los términos como en la regla antecedente, examínese si es directa la proporcion de esta manera: Yo ya sé que por 48 canas de paño entregué 576 ℔, luego por menor (<) número de canas habré de entregar menor (<) número de libras: y porque en ambos términos de la segunda razon sale el mismo signo (<), dígase que la tal proporcion es directa.

En la proposicion tercera (VI. pág. 5.) se demuestra, que tambien serán directamente praporcionales 48 : 24 : : 576 : x; luego multiplicando el término tercero 576 por el segundo 24, y partiendo el producto 13824 por el término primero 48, *saldrá* por cociente el cuarto proporcional 288; y así dígase, que por 24 canas de paño entregaré 288 ℔ ℈, como parece figurado en la regla.

3. Compré 24 varas de paño por 288 pesos. Pídese, cuántas varas de paño de la misma cualidad compraré con 576 pesos?

Pesos.	Varas.	* Pesos.	Varas.

288 : 24 : : 576 > : x ≧ 48
24 : 288 : : x = 48 : 576
24
13824 ⌊ 288
2304 48
0

Siendo, pues, directa la presente proporcion, tambien lo será (VI. proposicion 4.ª pág. 5.) invirtiendo; y así multiplicando (V. lema 1°. ilacion 1.ª pág. 4.) el término cuarto 576 por el primero 24, y partiendo el producto 13824 por el término segundo 288, se tendrá, que con 576 pesos compraré 48 varas de paño.

XI.

En la resolucion de las reglas de tres algunas veces se omite mucho trabajo, abreviando los términos, si abreviar se pudieren, partiéndolos por una misma medida, y resolviendo la regla con

los términos abreviados. Cuando en las reglas de proporcion directa el término incógnito fuere estremo, abrevíese cualquiera de los medios con el estremo conocido; pero cuando el término incógnito fuere medio, abrevíese cualquiera de los estremos, y el medio conocido; v. gr.

4. Pregunto, cuántas canas de paño me darán por 288 tt ℈, al respecto que por 576 tt ℈ me dieron 48 canas?

tt ℈.	Canas.	* tt ℈.	Canas.
~~576~~ :	~~48~~ : :	~~288~~ :	z=24
$\frac{1}{6}$...~~96~~	$\frac{1}{6}$.....8	$\frac{1}{8}$.......~~36~~	
$\frac{1}{8}$..~~12~~		$\frac{1}{12}$......... 3	
$\frac{1}{12}$......1			

Siendo directa la proporcion, que aquí parece figurada, abrevíese el término primero 576, y el segundo 48, tomando el sexto de uno y otro, y se tendrá 96 y 8. Abrevíese ahora el término primero 96, y el tercero 288, tomando el octavo de uno y otro, y se tendrá 12 y 36. En fin tómese el doceno del término primero 12, y del tercero 36, y se tendrá 1 y 3. Abreviados así los términos, multiplíquese el término segundo 8 por el tercèro 3, y escrito el producto 24 por término cuarto, sin partirlo por el término primero 1, porque la unidad no disminuye en la particion, dígase que por 288 tt ℈ me darán 24 canas de paño. Repásese (E. núm. xxxix. pág. 40.), y lo que se dijo de la razon y proporcion en comun (1. hasta vii. exclusive, pág. 1. hasta 9.), y se verá cuanto mas podíamos entretenernos en estos cuatro egemplos propuestos.

Ahora, que entendeis el modo de abreviar los términos de la regla de tres simple directa; id, antes de pasar adelante, á resolver por este medio las tres reglas antecedentes.

XII.

Cuando en la proporcion simple directa el término segundo ó tercero, ó bien ambos, constan de várias especies, no es necesario trasladarlos á la especie inferior, como comunmente se practica, antes bien se omite por lo regular mucho trabajo, multiplicando desde luego el uno por el otro; pero teniendo especial mira que el producto salga de la misma especie que el término segundo, ó que el cuarto proporcional que se busca; v. gr.

5. Al respecto que por 64 cargas de vino me entregaron 366 tt 18 ℈ 8, cuánto me entregarán por 787 cargas?

64 : 366 tt 18 ₰ 8 : : 787 > : x ≧ 4512 tt 2 ₰ 8
366 tt 18 ₰ 8

288042
9 *reales*..... 708 tt . 6 ₰
8 *dineros*...... 26 tt . 4 ₰ 8

288776 tt 10 ₰ 8 | 64 = 8×8
⅛.......... 36097 tt . 1 ₰ 4
⅛............ 4512 tt . 2 ₰ 8

Siendo directa la proporcion, multiplíquese el término tercero 787 por el segundo 366 tt 18 ₰ 8, y (E. núm. LXXXIV. pág. 92.) saldrá 288776 tt 10 ₰ 8, cuyo producto, partido por el término primero 64 (E. núm. XLIII. pág. 42.), indicará que por 787 cargas de vino me entregarán 4512 tt 2. ₰ 8.

6. Por 3585 pesos fuertes me dieron en Barcelona 298 canas, 6 palmos de cierta ropa; cuántas canas de la misma qualidad me darán por 558 pesos fuertes?

3585 : 298 *canas* 6 *palm.* : : 558 < : y ≦ 46 *canas* 4 *palm.*
558

166284
4 *palm.*. 279
2 *palm.*. 139 *canas* 4 *palm.*

166702 *canas* 4 *palm.* | 3585
23302   46 *canas* 4 *palmos.*
1792
×8

14340 *palmos*

Multiplicando el término segundo por el tercero (E. núm. XCVI. pág. 111.), y partiendo el producto (E. núm. CVIII. pág. 162.) por el término primero se tendrá, que por 558 pesos fuertes me darán 46 canas, 4 palmos.

7. Un Hornero compró trigo en Urgel, el cual puesto en

Barcelona le costó á razon de 168 tt 16 § 4 por cada 28 cuarteras Pídese, cuánto costaron 345 cuarteras, 9 cuartanes?

~~28~~ : ~~168~~ tt ~~16~~ § ~~4~~ : : 345 *cuartˢ.* 9 *q.* : x = 2084 tt 11 § 8 $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}$. ~~7~~ $\frac{1}{4}$.. ~~42~~ tt ~~4~~ § ~~1~~. 6 tt 0 § 7
$\frac{1}{7}$.. 1 $\frac{1}{7}$...... 6 tt 0 § 7. 2070 tt
6 dineros........ 8 tt 12 § 6
1 dinero........ 1 tt . 8 § 9
6 cuartanes... 3 tt . . § 3 $\frac{1}{2}$
3 cuartanes... 1 tt 10 § 1 $\frac{3}{4}$
2084 tt 11 § 8 $\frac{1}{4}$

Porque el término primero 28, y el segundo 168 tt 16 § 4 tienen cuarto y séptimo, tómese (xi. pág. 12.) el cuarto y séptimo de uno y otro, y se tendrá 1 : 6 tt 0 § 7. Multiplíquese ahora el término tercero 345 cuarteras, 9 cuartanes por el término segundo 6 tt 0 § 7, y (E. núm. xcix. pág. 127.) resultará (E. núm. xli. pág. 30.) que 345 cuarteras, 9 cuartanes costaron al Hornero 2084 tt 11 § 8 $\frac{1}{4}$.

XIII.

Cuando el término primero sea compuesto, entónces sí que es preciso reducirlo á la especie última ó inferior, y trasladar á su propia especie el término tercero; v. gr.

8. Compré en Aragon 135 quintales, 2 arrobas y media de cierta mercaduría por 1030 tt 15 § jaqueses. Pregunto, queriendo al mismo respecto emplear ahora 9768 tt 17 § 8 jaqueses, cuántos quintales de la misma especie compraré?

1030 tt 15 § : 135 *qˢ*. 2 *aˢ*. 18 *lˢ*. : : 9768 tt 17 § 8 : x = 1285 *qˢ*. 1 *aˢ*. 18 *lˢ*. 5 *onz.ˢ* $\frac{13}{19}$.
×20 ×20
20615 § 195377 § 8
×135 *qˢ*. 2 *aˢ*. 18 *lˢ*
26375895
2 arrobas........ 97688 *qˢ*. 2 *aˢ*.
$\frac{1}{2}$ *arroba*........ 24422 *qˢ*. 0 *aˢ*. 18 *lˢ*.
8 dineros............ 67 *qˢ*. 3 *aˢ*. 9 *lˢ*. | 20615
26498073 *qˢ*. 1 *aˢ*. 27 *lˢ*.

Porque el término primero es compuesto de libras y sueldos, trasládese (E. núm. XXXI. pag. 26.) á la especie de sueldos, y luego practíquese la misma reduccion en el término tercero. Multiplíquese ahora (E. núm. XCIX. pág. 127.) el término tercero 19537798 por el segundo 135 quintales, 2 arrobas $\frac{1}{2}$; y partiendo el producto 26498073 quintales, 1 arroba, 27 libras por el término primero 20615 ϑ, se hallará (E. núm. CVIII. pag. 162.) que compraré 1285 quintales, 1 arroba, 18 libras, 5 onzas 13. 19 avos de otra onza de Aragon.

XIV.

Cuando de dos términos, que han de ser de una misma especie, el uno es de especie superior que el otro, ó bien de una especie desemejante al otro, redúzcanse ambos á una misma especie; y resolviendo la regla con los términos así reducidos, se hallará lo que se pide; v. gr.

9. Pídese, cuánto cuestan 3 arrobas, 18 libras de cierta mercadurías, que compré en Barcelona, al respecto que 24 quintales de la misma especie me costaron 153 ℔ 12 ϑ catalanes?

24 : 153 ℔ 12 ϑ : : 3 *arr.* 18 *lib.* : y = 5 ℔ 18 ϑ 1 $\frac{11}{13}$.		
×4 *arr.*		153 ℔ 12 ϑ
96 *arr.*		460 ℔ 16 ϑ
	2 *libras*.....	11 ℔ 16 ϑ 3 $\frac{9}{13}$
	16 *libras*.....	94 ℔ 10 ϑ 5 $\frac{7}{13}$
		567 ℔ . 2 ϑ 9 $\frac{3}{13}$ | 96

Porque los 24 quintales del término primero sean de una especie semejante á las arrobas del término tercero, multiplíquense aquellos por 4, y se tendrán 96 arrobas por término primero. Multiplíquese ahora (E núm. XCII. pag. 106.) el término tercero por el segundo, y partido el producto por el primero se tendrá, que dichas 3 arrobas, 18 libras, peso catalan, costarán 5 ℔ 18 ϑ 1 $\frac{11}{13}$.

10. Por 15 pesos entregué 8 varas $\frac{1}{2}$ de cierta ropa, cuántas de la misma entregaré por 67 duros?

$15 : 8$ *varas* 2 *palm* : : $67 : x = 50$ *varas* 3 *palmos* $\frac{11}{21}$

$\frac{1}{5}$.....3	$\frac{1}{2}$.........33 ℔ 10 ℥
$\frac{1}{3}$.....3	$\frac{1}{2}$.........16 ℔ 15 ℥
21 ℔	$\frac{1}{2}$..........8 ℔ 7 ℥ 6
	125 ℔ 12 ℥ 6
	×8 *varas* 2 *palm.*
	1000 *varas*
	2 *palmos*....... 62 *varas* 2 *palm.*
	10 ℥.............. 4 *varas* 1 *palm.*
	2 ℥.............. 0 *varas* 3 *palm.* $\frac{4}{5}$
	6 *dineros*.......... *varas* 0 *palm.* $\frac{17}{20}$
	1067 *varas* 3 *palm.* $\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{3}$.............. 355 *varas* 3 *palm.* $\frac{3}{4}$
	$\frac{1}{7}$.............. 50 *varas* 3 *palm.* $\frac{11}{28}$

$21 = 3 \times 7$

Porque el término primero es de diferente especie que el tercero, conviértanse ambos á una misma; y (E. prob. 328. y 330. pág. 84.) se tendrá, resolviendo esta regla en Cataluña, 21 ℔ á 8 varas, 2 palmos como 125 ℔ 12 ℥ 6 á *x*. Y multiplicando el término tercero por el segundo, y partiendo el producto por el primero resultará, que por 67 duros entregaré 50 váras, 3 palmos, y $\frac{11}{28}$ avos de la misma ropa.

Si esta regla se resuelve en Castilla, y se cuenta el peso de 15 reales de vellon, y el duro de 20, saldrá (E. núm. XXIV. pág. 21.) la proporcion 225 reales : 8 varas, 2 palmos : : 1340 reales : *x*, por la cual hallarás que por 67 duros entregaré 50 varas, 2 palmos 22. 45 avos de otro palmo.

XV.

Cuando en algun problema se hallaren dos términos homogéneos iguales, estos han de considerarse en la formacion de la regla como si no estuviesen; v. gr.

11. Al respecto que con 300 doblones en 8 meses gané 54 pesos; pídese cuántos pesos habria ganado en los mismos 8 meses con 845 doblones?

Doblones.	*Pesos.*	*	*Doblones.*	*Pesos.*
300 :	54 :	:	845 :	$x = 152\frac{1}{10}$

Pasados por alto los 8 meses que se hallan en ambas partes del problema; resuél-

vase la cuestion con los términos que aquí parecen figurados, y se hallará que en los referidos 8 meses con 845 doblones habria ganado 152 pesos $\frac{1}{10}$.

XVI.

Es muy facil la resolucion de las reglas de tres con quebrados, como se tengan presentes los numéricos y literales que resolvimos (E. L. pág. 48. hasta LXX pág. 66. y CXXIV. pág. 195. hasta CXXVI. pág. 199.); v. gr.

12. Cuánto me corresponde pagar por $\frac{8}{9}$ de libra de chocolate, al respecto que $\frac{2}{5}$ de libra de la misma calidad me costaron $\frac{6}{7}$ de peseta?

$$\frac{2}{5} : \frac{6}{7} :: \frac{8}{9} : y = 1 \text{ peseta } 6 ⅌ 9 \tfrac{2}{7}$$

$$\frac{6}{7} \times \frac{8}{9} \;\Big|\; \frac{48}{63} \searrow \frac{2}{5} \;\Big|\; \frac{240}{126}$$

Multiplíquese el término segundo $\frac{6}{7}$ por el tercero $\frac{8}{9}$, y el producto $\frac{48}{63}$ pártase por el primero $\frac{2}{5}$, y se tendrá, que por $\frac{8}{9}$ de libra de chocolate me corresponde pagar $\frac{240}{126}$ avos de peseta, ó bien (E. núm. LVII. pág. 55.) 1 peseta $\frac{114}{126}$ avos, ó bien (E. núm. L. pág. 48.) 1 peseta 6 ⅌ 9 $\frac{54}{126}$ avos, ó bien (E. núm. LII. pág. 50.) 1 peseta 6 ⅌ 9 $\frac{3}{7}$.

XVII.

Muchos problemas se proponen, que aunque de por sí sirvan de poca utilidad, conduce no obstante proponerlos para ilustrar mas el ingenio de los principiantes; y así resuélvase el siguiente.

13. Una mesonera compró una bota de vino, de que quitados $\frac{3}{5}$ y $\frac{1}{6}$, pagó 112 duros de las 14 cargas restantes. Pídese, de cuántas cargas constaba la bota, cuánto valia, y por cuánto volverá á vender la carga para ganar $\frac{1}{8}$ del precio que le costó?

$\frac{3}{5}$ $\frac{1}{6}$	$\frac{18}{\cdot}$ .. $\frac{5}{\cdot}$ $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{6}$ 30	18 5 23	$7 : 14 :: 30 : x = 60$ *cargas.* $\frac{1}{7}$...1 $\frac{1}{7}$...2
			$14 : 112 :: 60 : y = 480$ *duros.* $\frac{1}{7}$...2 $\frac{1}{7}$...16 $\frac{1}{2}$...1 $\frac{1}{2}$......8
De............... 30			$14 : 112 :: 1 : z = 9$ *duros.*
Quítense........ 23			$\frac{1}{14}$..1 $\frac{1}{8}$...14 / 126
7			$\frac{1}{14}$.........9

Reducidos los dos quebrados $\frac{3}{5}$, y $\frac{1}{6}$ (E. núm. LIII. pág. 50.) se tiene, que toda la bota se divide en 30 partes iguales, de cuyas partes, quitando las $18+5=23$, restan 7 que equivalen á las 14 cargas restantes: luego la parte 7 es á la parte 14, como el todo 30 al todo $x=60$; y así dígase que la bota constaba de 60 cargas. Asimismo porque 14 cargas costaron 112 duros, dígase que las 60 cargas de que constaba toda la bota valian 480 duros. En fin porque el precio de dichas 14 cargas con su octavo sube á 126 duros, dígase que la tal mesonera volverá á vender la carga á 9 duros.

XVIII.

Para examinar la regla de tres simple directa multiplíquese el término primero por el cuarto; y si sale un producto igual al que salió, multiplicando el término segundo por el tercero, estará exacta la operacion; v. gr.

14. Pídese el valor de 72 varas de terciopelo, al respecto que 12 valen 48 pesos.

```
    12 : 48 : : 72 : x=288
        ×72           ×12
Producto.3456   Producto.3456
  1/12.....288
```

Dígase que el valor de las espresadas 72 varas de terciopelo es 288 pesos; y es así, porque (v. lema 1.° pág. 3.) el producto de $48\times72=288\times12$.

15. Cuánto entregaré por 64 manzanas, al respecto que 25 cuestan 32 cuartos.

```
25 : 32 : : 64 : y=81 cuart.s 23/25
      64                  25
    204.8 |25            2025
     ..48 └─ Sobras..23
Sobran.23   81           2048
```

Respóndase que por las indicadas 64 manzanas entregaré 81 cuartos $\frac{23}{25}$ avos, ó bien 81 cuartos, 3 maravedís $\frac{17}{25}$ avos; y es así, porque el producto de las cantidades estremas 25 por 81 con el 23 que sobró, es igual al producto de las medias 32 por 64.

Las reglas de tres se resuelven multiplicando y partiendo. Examinar pues dichas reglas por el método espresado no es otra cosa que examinar (E. núm. XLVIII. pág. 46.) su regla de partir. En la multiplicacion del término segundo por el tercero puede haberse padecido alguna equivocacion; y así será mejor que en los casos de entidad se examine tambien (E. núm. XLVII. pág. 45.) la regla de multiplicar.

De otros modos puede examinarse la regla de proporcion, como puede colegirse de los egemplos 1, 2, 3 y 4, que todos cuatro son un mismo. Valerse de este método es muy engorroso cuando el término cuarto sale con quebrado numeroso; y así en este caso suprímase el tal quebrado, y en lugar de él añádase un entero mas: y se dirá estar exacta la operacion, si saliere por cociente un número de enteros igual á los que compusieron aquel término conocido, que en el caso se toma por incógnito, y á mas de esto un quebrado que á poca diferencia se comprenda ser igual á lo que se añadió.

XIX.

La esperiencia enseña que lo que mas habilita á los principiantes es la práctica; y así resuelva cada uno los problemas siguientes.

16 Cuántos pesos son menester para ganar 966 reales, supuesto que con 640 pesos se ganaron 128? En esta proporcion 128 : 640 : : 966 : $x=$4830 pesos, se ve que para ganar 966 reales son menester 4830 pesos.

17. Con 100 tt ℔ gané 8 ¿cuántas ganaré con 579? Resolviendo esta proporcion 100 : 8 : : 579 : y, se hallará que con 579 tt ℔ ganaré 46 tt 6 ʒ 4 $\frac{4}{5}$.

18. Con 512 doblones se perdieron 54 pesos. Pídese, cuántos pesos se perdieron con 324 doblones? Como tengas presente el problema 98, el 431 y el 571 (E. núm. XXXV. pág. 36, XCV. pág. 110, y CIX. pág. 164.), y lo que á su consecuencia se advierte, responderás sin duda, si resuelves esta proporcion en Castilla, que con dichos 324 doblones se perdieron 34 pesos 2 reales, 19 maravedís, 21. 32 avos de maravedí vellon; si en Cataluña 34 pesos, 2 reales, 20 maravedís de vellon castellano, ó bien 34 pesos, 4 sueldos, 9 dineros, 3 cuartos de otro dinero; si en Valencia 34 pesos 3 ℔ 5 $\frac{1}{4}$; si en Aragon 34 pesos 2 ℔ 12 dineros; si en Navarra 34 pesos, 1 real flojo, 13 maravedís y medio; si en Mallorca 34 pesos, 3 sueldos, 10 dineros, 3 cuartos de otro dinero; y si en Cadiz 34 pesos, 1 real plata, 6 cuartos.

19. De 6 fanegas de trigo me pidieron 34 pesos. Pregunto, cuánto costarán 84 fanegas de la misma calidad? Siendo 6 : 34 : : 84 : $x=476$, dígase que costarán 476 pesos.

20. Un confitero quiere emplear 1702 reales en cierta mer-

caduría que vale á 46 reales el quintal. Pídese, cuántos quintales comprará, y por cuánto volverá á vender cada quintal, para ganar en todos 148 reales? Partiendo 1702 reales por 46 reales, se tendrá (E. núm. XXXVIII. pág. 38.) que el tal Confitero comprará 37 quintales. Y porque 37 quintales, según dice el problema, son á 1702 reales $+$ 148 como 1 quintal á $y=50$ reales, dígase que para ganar 148 reales con todos los quintales, los volverá á vender á 50 reales el quintal.

21. Para enladrillar un cuarto de 74 pies cuadrados de superficie fueron menester 182 ladrillos. Pídese, para enladrillar otro cuarto de 89 pies cuadrados de superficie cuántos ladrillos de igual magnitud serán menester? Porque $74 : 182 :: 89 : z=218\frac{33}{37}$ avos, dígase que serán menester 218 ladrillos $\frac{33}{37}$ avos.

22. Manuel hizo mojar 72 canas de cierta ropa, cuales menguaron 8 canas. Pídese de las 126 canas de la misma cualidad, que ahora entrega para mojar, cuántas quedarán proporcionalmente? En esta proporcion $72 : 64 :: 126 : x$, es $x=112$; y así dígase que de las 126 canas quedarán 112.

23 Un comerciante compró 3 piezas de cierta ropa que con los derechos y demas gastos le costaron 816 reales. Pídese, habiendo pagado 1 real de derechos por cada 12 reales, cuánto le costaron sin los derechos? Le costaron 748 reales; y es así, porque $12 : 11 :: 816 : y=748$.

24. Pídese, cuánto cuestan 5400 coles á razon de 3 ß 6 por cada cien coles? Cuestan 189 ß $=$ 9 tt 9 ß; y es así, porque $100 : 3$ ß $6 :: 5400 : x=189$; á no ser que sean compradas en Aragon, que en este caso diré que cuestan 182 ß $4=9$ libras, 2 sueldos, 4 dineros jaqueses.

25 Compré 8650 ladrillos á razon de 8 tt 5 ß el millar. Pregunto, cuánto me costaron? Me costáron 71 tt 7 ß 3; porque 1000 : 8 tt 5 ß :: 8650 : $x=71$ tt 7 ß 3. Si dichos ladrillos se compraron en Aragon costaron 71 tt 7 ß 4 jaqueses.

26. Al respecto que un oficial en ocho meses gana 960 tt 6 ß valencianos, cuánto ganará en doce años y medio? Porque en esta proporcion 8 : 960 tt 6 ß :: 150 : y, es $y=18005$ tt 12 ß 6, dígase que ganará 18005 tt 12 ß 6 dineros, moneda corriente en Valencia.

27. Me dieron 37 quintales, 3 arrobas de azucar por 1057 pesos. Pregunto, atendido el mismo respecto, por 784 pesos cuántos quintales me darán, y á cuánto me costará el quintal? Re-

solviendo esta proporcion 1057 : 37 quintales, 3 arrobas : : 784 : x, se hallará que me darán 28 quintales. Y partiendo los 784 pesos por dichos 28 quintales se tendrá, que me costará á 28 pesos el quintal.

28. Si por 860 pesos 13 sueldos corrientes en Valencia, se dan 185 varas de cierta ropa; 346 varas de la misma cualidad cuánto costarán, y cuánto cada vara? En esta proporcion 185: 860 ₶ 13 ₰ : : 346 : $x=1609$ ₶ 12 ₰ 11 $\frac{101}{185}$ se ve que las referidas 346 varas costarán 1609 pesos 12 ₰ 11 $\frac{101}{185}$ avos; cuya cantidad dividida por las mismas 346 varas manifestará, que la vara costará 4 pesos 13 ₰ $\frac{14 ₰ 11 \text{ din. } \frac{101}{185}}{346}$ avos.

29. Por 34 doblones compré en Mallorca 54 canas, 6 palmos de cierta ropa. Pídese, atendido el mismo respecto, por 83 doblones cuántas canas compraré? Porque 34 : 54 canas, 6 palmos : : 83 : $y=133$ canas, 5 palmos $\frac{4}{17}$, dígase que compraré 133 canas, 5 palmos $\frac{4}{17}$ avos.

30. Francisco vendió 8 quintales de cierta mercaduría por 34 libras de ardites. Pregúntase, cuánto le entregarán por 54 quintales, 3 arrobas, 13 libras peso catalan? Le entregarán 233 ₶ 4 ₰ 4 $\frac{1}{2}$, porque 8 : 34 : : 54 quintales, 3 arrobas $\frac{1}{2}$: $x=233$ ₶ 4 ₰ 4 $\frac{4}{8}$.

31. Si con 350 pesos se ganan 284 reales vellon; cuántos reales se ganarán con 832 pesos $\frac{1}{2}$? Se ganarán 675 reales, 17 maravedís $\frac{17}{35}$ avos vellon; porque 350 : 284 : : 832 $\frac{1}{2}$: $x=675$ reales, 17 maravedís $\frac{17}{35}$.

32. Cuánto ganará en 7 meses, 13 dias el que en 3 meses gana 234 pesos corrientes en Valencia? Ganará 579 ₶ 16 ₰; porque 3 : 234 : : 7 meses, 13 dias : $y=579$ pesos 16 ₰.

33. Quien en 5 mesos, 3 dias ganase 324 reales; en cuánto tiempo ganaria 1620 reales? En 25 meses, 15 dias; porque 324: 5 meses, 3 dias : : 1620 : $z=25$ meses, 15 dias=2 años, 1 mes $\frac{1}{2}$.

34. Un caballero de Cataluña gasta 487 ₶ 12 ₰ cada año por cebada para el sustento de sus caballos, cuando la cuartera vale 23 reales de ardites. Pídese, cuántas libras habrá menester cuando la cuartera valdrá 19 reales; y cuántas cuarteras ha de comprar al año? Dígase que habrá menester 402 ₶ 16 ₰; porque 23 : 487 ₶ 12 ₰ : : 19 : $x=402$ ₶ 16 ₰. Pártanse ahora las 402 ₶ 16 ₰=4028 reales por los 19 reales, y (E. prob. 117. pág. 38.) se tendrá, que ha de comprar 212 cuarteras al año.

35. Tomé á arriendo una heredad por 5 años por 3160 tt 12 ß, con pacto de adelantar el dinero que corresponde pagar por 3 años, 4 meses. Pregunto, cuánto he de contribuir de presente? He de contribuir 2107 tt 1 ß 4; pues es 5 : 3160 tt 12 ß : : 3 años, 4 meses : $y=2107$ tt 1 ß 4. Si imitas la resolucion (E. pág. 127.) del problema 472, te saldrá lo mismo.

36. Si para ganar 346 pesos son menester 2486 tt 18 ß; pídese con 8754 tt 12 ß cuántos pesos se ganarán? Se ganarán 1218 pesos, y á mas de estos el quebrado 948. 49738 avos, ó bien 6 dineros 20100. 49738 avos de otro dinero catalan, ó bien 4 dineros 28568. 49738 avos de otro dinero valenciano, ó bien 4 dineros 43736. 49738 avos de otro dinero aragonés, ó bien 5 maravedís 24334. 49738 avos de otro maravedí navarro, ó bien 5 dineros 9166. 49738 avos de otro dinero mallorquin, ó bien 2 cuartos 21868. 49738 avos de otro cuarto corriente en Cadiz, ó bien 9 maravedís 35838. 49738 avos de maravedí de vellon castellano, contando el peso de 15 reales cabales; y contándolo de 15 y 2 maravedís, saldrán 9 maravedís $\frac{37734}{49738}$; y es así, porque 2486 tt 18 ß : 346 : : 8754 tt 12 ß : $z=1218$ pesos 948. 49738 avos de otro peso.

37. Pídese, cuánto costarán 63 quintales catalanes de cierta mercaduría, al respecto que 35 arrobas, 18 libras costaron 840 libras de ardites? Porque 8 quintales, 3 arrobas, 18 libras : 840tt : : 63 quintales : $v=5930$ tt 13 ß 9 $\frac{480}{928}$, dígase que dichos 63 quintales costarán 5930 tt 13 ß 9 $\frac{15}{29}$ avos.

38. Compré 64 cargas, 2 barrilones de vino en Cataluña por 589 tt 16 ß. Pídese, cuánto importan cada 12 cargas? Importan 109 tt 14 ß 7 $\frac{11}{43}$ avos; porque 64 cargas, 2 barrilones : 589 tt 16 ß : : 12 cargas : $y=109$ tt 14 ß 7 $\frac{11}{43}$.

39. De 18 libras, 9 onzas de cierta mercaduría pidieron 65 reales, 8 dineros. Pregúntase, cuánto pedirán de 36 libras? Si dichos reales son catalanes ó valencianos pedirán 125 reales, 10 dineros $\frac{14}{25}$ avos de dinero catalan ó valenciano; pero si son aragoneses pedirán 125 reales, 14 dineros 2. 25 avos de otro dinero jaqués; y es así, porque 18 libras, 9 onzas : 65 reales, 8 dineros : : 36 libras : $x=125$ reales, 11. 25 avos de otro real.

40. Un platero tiene dos joyas de oro, desiguales solamente en los quilates de su materia. La una es de oro de 19 quilates $\frac{1}{3}$, y la otra de 23 quilates $\frac{3}{4}$. La de 19 quilates $\frac{1}{3}$ vale 450 tt ß. Pídese el valor de la de 23 quilates $\frac{3}{4}$. En esta proporcion 19

quilates $\frac{1}{3}$: 450 : : 23 quilates $\frac{3}{4}$: $x=552$ tt 16 s $\frac{2}{58}$, es manifiesto que el valor de la joya de 23 quilates $\frac{3}{4}$ es 552 tt 16 s $\frac{1}{29}$.

41. Por 345 pesos, 6 reales de plata vieja de España se compraron 23 arrobas, 15 libras de cierta mercaduría. Pídese, cuánto ha de contribuir Juan por la tercera parte? Ha de contribuir 115 pesos 2 reales plata; pues es 23 arrobas, 15 libras : 345 pesos, 12 reales : : 7 arrobas, 21 libras $\frac{2}{3}$ peso de Castilla ó berberisco de Mallorca; ó bien 7 arrobas, 22 libras $\frac{1}{3}$, peso de Cataluña ó propio de Mallorca; ó bien 7 arrobas, 29 libras, peso de Aragon, ó grueso de Valencia; ó bien 7 arrobas, 25 libras, peso sutil valenciano : $y=115$ pesos, 2 reales plata de cambio.

42. A 15 dineros por 3 cuartos de chocolate cuánto valen 9 onzas? Esta proporcion $\frac{3}{4}$: 15 : : 9 : $x=180$ dineros, indica que valen 15 sueldos, ó sean 11 s 4 de Aragon.

43. Por $\frac{6}{7}$ de peso compré $\frac{2}{3}$ de libra de cierta mercaduría. Pregunto, para comprar al mismo respecto $\frac{4}{5}$ cuánto habré menester? Habré menester 1 peso, mas 7 maravedís 54. 70 avos de otro maravedí de plata vieja de España; ó bien 14 maravedís 44. 70 avos de otro maravedí de vellon castellano: ó bien 9 dineros $\frac{3}{5}$ de Cataluña; pues es $\frac{2}{3}$: $\frac{6}{7}$: : $\frac{4}{5}$: $x=\frac{72}{70}$ avos de peso.

44. Cuánta canela me entregarán por $\frac{4}{6}$ de doblon, al respecto que de $\frac{3}{4}$ de libra me hicieron pagar $\frac{1}{3}$ de doblon? Esta proporcion $\frac{1}{3}$: $\frac{3}{4}$: : $\frac{4}{6}$: $y=\frac{12}{8}$ da á entender que por $\frac{4}{6}$ de doblon me entregarán 1 libra y media de canela.

45. Cuánto me corresponde por $\frac{3}{4}$ de jornal, al respecto que por 5 jornales me dieron $\frac{5}{8}$ de doblon? Me corresponden 3 reales flojos de Navarra, ó sean 3 reales de Aragon; ó bien 3 reales, 18 dineros de Valencia; ó bien 5 reales, 22 maravedís de vellon castellano; ó bien 5 reales, 6 dineros de Cataluña; pues es $\frac{5}{1}$: $\frac{5}{8}$: : $\frac{3}{4}$: $z=\frac{3}{32}$ avos de doblon.

46. Un Comerciante de Valencia compró 384 varas de cierta ropa á razon de 24 tt 12 s por cada 4 varas, y despues las volvió á vender á razon de 46 tt 4 s por cada 6 varas. Pídese, cuánto ganó por vara; cuánto le costaron; cuánto sacó de todas, y cuánto ganó con ellas? Porque $\frac{24 \text{ tt } 12 \text{ s}}{4}=6$ tt 3 s, $\frac{46 \text{ tt } 4 \text{ s}}{6}=7$ tt 14 s, y 7 tt 14 s $-$ 6 tt 3 s $=$ 1 tt 11 s, dígase que el tal Comerciante compró aquella ropa á razon de 6 tt 3 s la vara; la volvió á vender á 7 tt 14 s; y que ganó 1 tt 11 s por vara. Esta proporcion : 4 varas : 24 tt 12 s : : 384 : $x=2361$ tt 12 s

declara que todas las varas le costaron 2361 tt 12 ϑ. Estas 6 varas : 46 tt 4 ϑ : : 384 : $y=2956$ tt 16 ϑ; que de todas sacó 2956 tt 16 ϑ; y esta 1 vara : 1 tt 11 ϑ : : 384 : $z=595$ tt 4 ϑ que con todas las varas ganó 595 tt 4 ϑ.

47. Un tendero de Mallorca compró una pieza de cierta ropa, no se sabe por cuanto precio; pero sí que al mismo vendió 8 canas, 5 palmos por 89 tt 17 ϑ. Pídese, habiéndole quedado $\frac{1}{6}$ y $\frac{4}{7}$ de toda la pieza, de cuantas canas constaba, qué valia, y cuanto la cana? Reducidos los dos quebrados $\frac{1}{6}$ y $\frac{4}{7}$ á un denominador comun se tendrá que toda la pieza consistia en 42 partes iguales, de las cuales habian quedado $7+24=31$, cuya cantidad quitada del todo 42, quedan las 11 partes, que equivalen á las 8 canas, 5 palmos que se vendieron. Esto supuesto, dígase por medio de esta proporcion 11 : 8 canas, 5 palmos : : 42 : $x=32$ canas, 7 palmos $\frac{5}{11}$, que la tal pieza constaba de 32 canas, 7 palmos $\frac{5}{11}$ avos; por medio de esta 11 : 89 tt 17 ϑ : : 42 : $y=343$ tt 1 ϑ 3 $\frac{3}{11}$, que valia 343 tt 1 ϑ 3 tt $\frac{3}{11}$; y por medio de esta 8 canas, 5 palmos : 89 tt 17 ϑ : : 1 : $z=10$ tt 8 ϑ 4 $\frac{4}{23}$ que cada cana importa 10 tt 8 ϑ 4 $\frac{4}{23}$. (xvii. pág. 18.)

48. Al respecto que $\frac{2}{7}$, y $\frac{1}{3}$ de una pieza de cierta ropa valen 84 tt ϑ; cuanto vale toda la pieza, cuanto los $\frac{2}{7}$, cuanto el $\frac{1}{3}$, y cuanto lo que queda? Redúzcanse los quebrados $\frac{2}{7}$ y $\frac{1}{3}$ á un denominador comun, y quitando del todo 21 las partes 6 y $7=13$, restarán 8. Siendo pues 13 : 84 : : 21 : $v=135$ tt 13 ϑ 10 $\frac{2}{13}$; 21 : 135 tt 13 ϑ 10 $\frac{2}{13}$: : 6 : $x=38$ tt 15 ϑ 4 $\frac{8}{13}$; 21 : 135 ϑ 13 ϑ 10 $\frac{2}{13}$: : 7 : $y=45$ tt 4 ϑ 7 $\frac{5}{13}$; y 21 : 135 tt 13 ϑ 10 $\frac{2}{13}$: : 8 $z=51$ tt 13 ϑ 10 $\frac{2}{13}$, dígase que toda la pieza vale 135 tt 13 ϑ 10 $\frac{2}{13}$, los 2 séptimos 38 tt 15 ϑ 4 $\frac{8}{13}$, el un tercio 45 tt 4 ϑ 7 $\frac{5}{13}$, y lo que queda 51 tt 13 ϑ 10 $\frac{2}{13}$.

49. De una pieza de paño de 38 canas, 4 palmos de largo, que con los gastos costó 471 tt 12 ϑ 6, pregunto el valor y longitud de su tercio, y su cuarto. Reducidos los quebrados $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ al denominador comun, se tendrá el todo 12, y las partes 4 y $3=7$; y así siendo 12 : 471 tt 12 ϑ 6 : : 7 : $x=275$ tt 2 ϑ 3 $\frac{1}{2}$, y 12 : 38 canas, 4 palmos : : 7 : $z=22$ canas, 3 palmos $\frac{2}{3}$; respóndase que el valor del tercio y cuarto de dicha pieza es 275 tt 2 ϑ 3 $\frac{1}{2}$, y la longitud del mismo tercio y cuarto de la tal pieza es 22 canas, 3 palmos $\frac{2}{3}$.

50. De un monton de trigo se vendieron $\frac{2}{6}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{2}{7}$. Pregunto, siendo lo restante 384 cuarteras $\frac{3}{4}$, y su valor 2154 tt 12 ϑ;

de cuantas cuarteras constaba el tal monton, cuanto valia, y cuanto la cuartera? Redúzcanse los quebrados $\frac{2}{6}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{3}{7}$ al denominador comun, y del todo 210 quítense las partes 70, 42 y 90 = 202; y resolviendo la proporcion 8 : 384 cuarteras $\frac{3}{4}$: : 210 : x, que nace de las 8 partes restantes, se hallará que el monton constaba de 10099 cuarteras, 8 cuartanes $\frac{1}{4}$. Pártanse ahora las 2154 tt 12 ß por aquellas 384 cuarteras $\frac{3}{4}$, ó bien el valor de todo el monton por las cuarteras de que constaba el tal monton, y se tendrá que la cuartera valia 5 tt 12 ß. En conclusion multiplíquense las 10099 cuarteras, 8 cuartanes $\frac{1}{4}$ por 5 tt 12 ß, y saldrá que dicho monton valia 56558 tt 5 ß.

51. Cuatro comerciantes compraron en Barcelona no se acuerdan cuantos quintales de azucar, sí solamente que han vendido ya, no solo los $\frac{3}{8}$, sino tambien $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{5}$, y los $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{7}$ Pregúntase, quedándoles para vender 428 quintales, cuyo valor fue 10272 tt ß; cuantos quintales compraron, cuanto costaron y cuanto cada quintal? Reducidos los quebrados $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{5} = \frac{1}{20}$, y $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{7} = \frac{8}{21}$ á un denominador comun, y quitada la suma de los numeradores nuevos 1260, 168 y 1280 = 2708 del comun *denominador* 3360, cuya diferencia es 652, fórmense las proporciones 652 : 428 : : 3360 : x, y 652 : 10272 : : 3360 : z; y resolviendo la primera, se hallará que aquellos comerciantes compráron 2205 quintales, 2 arrobas, 14 libras $\frac{462}{163}$ avos de libra de azucar; y resolviendo la segunda, que les costó 52935 tt 9 ß 2 $\frac{70}{163}$ avos. En fin pártanse las 10272 tt ß por los 428 quintales, y se tendrá que cada quintal les costó 24 tt ß.

52. Sé que 12 mulas en 8 dias comen 16 fanegas de cebada; que 9 caballos en 6 dias comen 14 fanegas; y que 4 yeguas en 18 dias comen 18 fanegas. Pregunto, en cuanto tiempo comerán todos juntos 230 fanegas? Si 12 mulos en 8 dias comen 16 fanegas de cebada, está claro que dichas 12 mulas comen 2 fanegas de cebada cada dia; pues $\frac{16}{8} = 2$. Asimismo si 9 caballos en 6 dias comen 14 fanegas, es evidente que cada dia comen 2 fanegas $\frac{1}{3}$; pues $\frac{14}{6} = 2\ \frac{2}{6}$. Tambien, supuesto que 4 yeguas en 18 dias comen 18 fanegas, es indubitable que cada dia comen 1 fanega; pues $\frac{18}{18} = 1$. En resúmen tenemos este problema: Si 12 mulas, 9 caballos, y 4 yeguas comen 5 fanegas $\frac{1}{3}$ de cebada en 1 dia; en cuantos dias las mismas 12 mulas, 9 caballos, y 4 yeguas comerán proporcionalmente 230 fanegas de cebada? Resuélvase esta proporcion 5 fanegas $\frac{1}{3}$: 1 : : 230 : x; y se hallará que las comerán en 43 dias $\frac{1}{8}$.

53. Si 12 mulas en 8 dias comen 16 quarteras de cebada; 9 caballos en 6 dias comen 14 cuarteras; y 4 yeguas en 18 dias comen 18 cuarteras; en cuantos dias 14 mulas, 8 caballos y 6 yeguas, atendido el mismo respecto, comerán 230 cuarteras? Si las 2 cuarteras de cebada, que en el problema antecedente dijímos, que comerán cada dia las 12 mulas, se parten por las mismas 12 mulas, se tendrá que cada mula cada dia comerá $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ de cuartera. Multiplicando este $\frac{1}{6}$ de cuartera por 14 (por ser 14 las mulas que se proponen en la segunda parte del presente problema, se hallará, que las tales 14 mulas cada dia comerán $\frac{14}{6}$ de cuartera. Y prosiguiendo con el mismo órden respecto á los 8 caballos, y 6 yeguas; se hallará en esta proporcion $\frac{319}{54}$: 1 : : 230 : $x=38$ dias $\frac{228}{319}$ avos, que las expresadas 14 mulas, 8 caballos, y 6 yeguas comerán las referidas 230 cuarteras de cebada en 38 dias $\frac{228}{319}$ avos de dia.

54. Supuesto que 12 coches con 2 caballos cada coche valen 2832 doblones, y al mismo respecto 3 coches sin caballos valen 372 doblones: Pídese, 16 caballos sin coches cuanto valdrán? Si de lo que vale un coche con 2 caballos se quita lo que vale un coche sin caballos, se tendrá el valor de 2 caballos; y así será 2 : $\frac{2832}{12}-\frac{372}{3}$: : 16 : x, y quitados los quebrados será 2 : 236—124 : : 16 : x, y reducido será 1 : 112 : : 8 : $x=896$; dígase pues que 16 caballos sin coches valen 896 doblones.

XX.
DE LA GANANCIA Ó PÉRDIDA Á TANTO POR CIENTO.

55. Un comerciante compró cierta mercaduría por 4630 reales. Pídese, por cuantos reales la volverá á vender para ganar á razon de 10 por ciento? Es evidente que cada 100 reales han de subir á 110; y así será 100 : 110 : : 4630 : $x=5093$; y así díg se que la volverá á vender por 5093 reales.

56. Pedro vendió cierta mercaduría por 5093. pesos. Pídese, hallándose ganar á razon de 10 por ciento cuanto le costó? Es indubitable que cada 110 pesos han de bajar á 100; y así la proporcion será 110 : 100 : : 5093 : $z=4630$; dígase pues que le costó 4630 pesos

57. Juan compró cierta mercaduría por 4630 duros, la cual volvió á vender por 5093 duros. Pregunto, cuanto ganó por ciento? De 5093 duros quítense los 4630, y saliendo 463 por dife-

rencia será 4630 : 463 : : 100 : $x=10$; por lo que dígase que ganó á 10 por ciento.

58. Diego vendió cierta mercaduría por 5093 escudos. Pídese, hallándose ganar á razon de 10 por ciento, cuanto ganó con toda la mercaduría? Por medio de esta proporcion 110 : 100 : : 5093 : $x=4630$, se tiene que Diego compró dicha mercaduría por 4630 escudos: luego quitando esta cantidad de los 5093 escudos, que sacó de la tal mercaduría, se tendrá que con ella ganó 463 escudos.

59. Diego compró cierta mercaduría por 4630 doblones. Pregúntase, queriendo ganar á razon de 10 por ciento, cuanto ganará con toda la mercaduría? Ganará 463 doblones, pues es 100: 10 : : 4630 : $y=463$.

60. Un mercader vendió cierta mercaduría por 3226 tt 10 ℔. Pídese, hallándose con 239 tt ℔ de ganancia, cuanto ganó por ciento? De las 3226 tt 10 ℔ que sacó quítense las 239 tt ℔ de ganancia; y siendo la diferencia 2987 tt 10 ℔, y la misma 2987 tt 10 ℔ : 239 : : 100 : $z=8$, dígase que ganó á 8 por ciento.

61. Un tendero con ciertas canas de paño, que vendió, halló ganar á 8 por ciento. Pídese, subiendo toda la ganancia á 239 tt ℔, cuanto le costó el referido paño? Porque 8 tt se ganaron con 100, se hallará en esta proporcion 8 : 100 : : 239 : x que el paño referido le costó 2987 tt 10 ℔.

62. Otro tendero compró 86 piezas de cierta ropa por 4652 tt. Pídese por cuanto volverá á vender la pieza para ganar 12 tt $\frac{3}{4}$ por ciento? En esta proporcion 100 : 112 $\frac{3}{4}$: : 4652 : y se hallará, que lo que costaron las referidas piezas con su ganancia sube á 5245 tt 2 ℔ 7 $\frac{1}{5}$; luego partiendo esta cantidad por las dichas 86 piezas se tendrá, que volverá á vender la pieza por 60 tt 19 ℔ 9 $\frac{123}{215}$ avos.

63. Un comerciante vendió cierta mercaduría por 2548 reales. Pídese, hallándose perder 12 reales $\frac{1}{2}$ por ciento, cuanto le costó? Le costó 2912 reales; y es así, porque 100—12 $\frac{1}{2}$: 100 : : 2548 : $z=2912$.

64. Pedro vendió cierta mercaduría por 2548 pesos. Pregúntase, hallándose perder 364 pesos, cuanto perdió por ciento? Perdió 12 pesos, 4 reales de plata antigua; pues es 2548+364: 364 : : 100 : $x=12\frac{1}{2}$.

65. Un mercader de Cadiz vendió cierta mercaduría por 850 doblones de á 4 pesos. Halló ganar á 5 y $\frac{1}{2}$ por ciento. Pídese

por cuanto la habia de vender para ganar á 9 por ciento? Por ser $100+5\frac{1}{2} : 100+9 :: 850 : y=878$. doblones 42. 211 avos, dígase que la habia de vender por 878 doblones, 6 reales plata, 5 cuartos, 3 maravedís 139. 211 avos.

66. Otro mercader, vendiendo cierta mercaduría en Cadiz por 850 pesos, perdió á 5 y $\frac{1}{2}$ por ciento. Pídese, por cuanto la habia de vender para ganar á 9 por ciento? La habia de vender por 980 pesos, 3 reales plata, 6 cuartos 34. 189 avos; pues es $100-5\frac{1}{2} : 100+9 :: 850 : z=980\frac{80}{189}$.

67. Pídese, por cuanto precio ha de comprar el quintal de cierta mercaduría, para que volviéndose á vender á 45 tt ℔ el quintal, se gane á 14 por ciento? Siendo $114 : 100 :: 45 : x=$ 39 tt 9 ℔ 5 $\frac{13}{19}$ dígase que ha de comprarse por 39 tt 9 ℔ 5 $\frac{13}{19}$ avos.

68 Por cuanto precio ha de venderse la vara de cierta ropa, para que costando á 34 reales la vara, se gane á 12 reales por ciento? Es $100 : 112 :: 34 : y=38\frac{2}{25}$; luego ha de venderse por 38 reales $\frac{2}{25}$ avos.

69. Un comerciante, habiendo vendido cierta mercaduría por 764 tt ℔, halló ganar á razon de 12 por ciento. Pregunto, si la hubiese vendido por 820 tt, cuanto habria ganado por ciento? Si de esta proporcion $764 : 112 :: 820 : z=120$ tt 4 ℔ 2 $\frac{50}{191}$, se quitan 100 del término cuarto, se tendrá, que habria ganado 20 tt 4 ℔ 2 $\frac{50}{191}$ avos por ciento.

70. Un mercader cargó en Mallorca 13774 cuarteras de trigo, de las cuales por causa de una grande borrasca echó parte al mar. Llegó á Barcelona, en donde solamente se hallaron 9438 cuarteras. Pídese, cuantas cuarteras, medida de Barcelona, se perdieron, al respecto que 97 de Mallorca hacen 100 de Barcelona, y á razon de cuantas por ciento? Esta proporcion $97 : 100 :: 13774 : x=14200$ da á entender, que 13774 cuarteras de Mallorca suben á 14200 cuarteras de Barcelona; luego si de estas 14200 cuarteras se quitan las 9438, que solamente llegaron á Barcelona, se tendrá que se perdieron 4762 cuarteras, medida de Barcelona. Y porque $14200 : 4762 :: 100 : z=33\frac{38}{71}$, dígase que por ciento se perdieron 33 cuarteras, 6 cuartanes $\frac{30}{71}$ avos medida de Barcelona.

71. Cuanto vale el campo, que pagando de arriendo 284 tt 14 ℔ cada año, da el 4 por ciento de ganancia á su dueño? Porque $4 : 100 :: 284$ tt 14 ℔ $: x=7117$ tt $\frac{1}{2}$, dígase que vale 7117 tt 10 ℔.

72. Diego compró cierta mercaduría, que entre compra, y los derechos que hizo á 16 por ciento, le costó 9744 reales. Pídese, á cuanto sube la compra, y á cuanto los derechos? Siendo 116 : 100 : : 9744 : x=8400, y la diferencia entre 9744 y 8400, 1344, dígase que la compra sube á 8400 reales, y los derechos á 1344

73. Se compró cierta mercaduría, que con los gastos de 1 sueldo por libra de ardites, costó 2572 tt 16 ♃. Pregúntase, cuanto costó de compra, y á cuanto suben los gastos? Es 21 ♃ : 20 ♃:: 2572 tt 16 ♃ : x=2450 tt 5 ♃ 8 $\frac{4}{7}$, y la diferencia entre el antecedente y consecuente de la segunda razon es 122 tt 10 ♃ 3 $\frac{4}{7}$; luego de compra costó 2450 tt 5 ♃ 8 $\frac{4}{7}$, y los gastos suben á 122 tt 10 ♃ 3 $\frac{3}{7}$.

74. Una pieza de cierta ropa con los derechos y demas gastos costó 486 tt 18 ♃. Pregunto, costando de derechos 1 tt 15 ♃ por cada 12 tt 5 ♃, cuanto costó sin los derechos? En esta proporcion 12 tt 5 ♃ : 1 tt 15 ♃ : : 486 tt 18 ♃ : x=69 tt 11 ♃ 1 $\frac{5}{7}$ se ve que de derechos se pagaron 69 tt 11 ♃ 1 $\frac{5}{7}$; luego quitando estos derechos de lo que costó dicha pieza con los derechos, se tendrá que sin los derechos costó 417 tt 6 ♃ 10 $\frac{2}{7}$.

XXI.
DE LOS CENSOS.

Censo es la cantidad de dinero que recibe el dueño de alguna hacienda, bienes raices, oficios ú otros derechos obligándolos al pago de los réditos que cada año correspondan á la cantidad recibida, la cual se llama capital; v. gr.

75. Un caballero quiere emplear 12650 reales en varios censos (vulgo censales) á razon de 3 reales por ciento al año. Pídese, cuanta será la pension ó renta anual? Será 379 reales y *medio*; pues es 100 : 3 : : 12650 : x=379 $\frac{1}{2}$

76. Cuantos reales empleó por un censo á 3 por ciento el caballero, que anualmente percibe la pension de 379 reales y medio? Empleó 12650 reales; pues es 3 : 100 : : 379 $\frac{1}{2}$: x=12650.

77. Por un censo de 12650 reales se paga anualmente la pension de 379 reales $\frac{1}{2}$. Pídese, á cuanto fue cargado por ciento? Fue cargado á 3 por ciento; pues es 12650 : 379 $\frac{1}{2}$: : 100 : y=3.

78. Un mercader quiere hacerse 528 pesos de renta anual. Halla quien se encarga esta pension pagando 16 dineros al año por

cada peso. Pídese, cuantos pesos ha de entregar el mercader? Si dichos 16 dineros son catalanes, ha de entregar 11088. pesos; y es así, porque 1 ʃ $\frac{1}{3}$: 28 ʃ : : 528 : $x=11088$. Si los mismos 16 dineros son jaqueses será la proporcion 1 ʃ : 16 ʃ : : 528 : $y=8448$ pesos; si valencianos será 1 ʃ $\frac{1}{3}$: 20 ʃ : : 528 pesos : $z=7920$ pesos; si mallorquines será 1 ʃ $\frac{1}{3}$: 22 ʃ $\frac{2}{3}$: : 528 : $v=8976$ pesos.

79. Un artesano se encargó un censo de 8000 tt ʃ, por el cual ha de pagar 383 tt 6 ʃ 8 cada año. Pídese, cuanto corresponde por libra, y á cuanto por ciento fue cargado? En esta proporcion 8000 tt : 383 tt 6 ʃ 8 : : 240 dineros : $y=11$ dineros $\frac{1}{2}$ se ve que por libra corresponden 11 dineros $\frac{1}{2}$, y en esta 8000 : 383 tt 6 ʃ 8 : : 100 : $z=4$ tt 15 ʃ 10, que fue cargado á 4 tt 15 ʃ 10 por ciento.

80. Antonio paga cada año 136 tt ʃ por un censo que tomó á razon de 7 dineros $\frac{1}{5}$ por libra. Pregúntase, de cuantas libras es el censo que se encargó? Es de 4533 tt 6 ʃ 8; pues es 7 dineros $\frac{1}{5}$: 240 dineros : : 136 tt ʃ : $x=4533$ tt 6 ʃ 8; á no ser que los 7 dineros $\frac{1}{5}$ sean de Aragon, que en tal caso serán 7 dineros $\frac{1}{5}$: 1 tt ʃ : : 136 tt ʃ × 320 dineros : $v=6044$ tt 8 ʃ 14 dineros $\frac{2}{9}$ jaqueses, ó bien 7 dineros $\frac{1}{5}$: 320 dineros : : 136 tt ʃ : $x=6044$ tt 8 ʃ, 14 dineros $\frac{2}{9}$.

81. Un comerciante quiere emplear 16500 tt ʃ en varios censos á razon de 3 por ciento al año. Pídese, cual será la pension de 1 año, 5 meses y medio? En esta proporcion 100 : 3 : : 16500 : $y=495$, se tiene que la pension de un año será 495 tt; luego (E. núm. XCVII. pág. 125.) la pension de 1 año, 5 meses $\frac{1}{2}$ será 721 tt 17 ʃ 6.

82. Un artesano tomó un censo de 400 reales de vellon. Pídese, pagando de pension 5 reales, 17 maravedís por 5 meses, 15 dias, á cuanto sube la pension anual de dicho censo? Sube á 12 reales de vellon; pues es 5 meses $\frac{1}{2}$: 5 reales $\frac{1}{2}$: : 12 meses : $z=12$ reales.

83. Tomé un censo de 4250 tt ʃ á 5 por ciento al año. Pregunto: cuanto he de pagar por 4 meses, 25 dias? En esta proporcion 100 : 5 : : 4250 : $x=212$ tt 10 ʃ, se ve que por 1 año habria de pagar 212 tt 10 ʃ; pero como solo se pide lo que he de pagar por 4 meses, 25 dias, dígase que (E. núm. XCVIII. pág. 126) he de pagar 85 tt 11 ʃ 9 $\frac{2}{3}$.

84. Por un censo que tomé á 5 por ciento pagué 85 tt 11 ʃ 9 $\frac{2}{3}$ por 4 meses, 25 dias. Pídese la pension anual. Porque 4 meses, 25 dias : 85 tt 11 ʃ 9 $\frac{2}{3}$: : 12 meses : $y=212$ tt 10 ʃ, dígase que la pension anual es de 212 tt 10 ʃ.

XXII.
INDIRECTA.

Para resolver la regla de tres simple indirecta multiplíquese el término primero por el segundo, y partido el producto por el tercero, escríbase el cociente por término cuarto, y se tendrá lo que se pide; v. gr.

85. Si 84 albañiles en 36 años fabricaron un templo: Pídese atendido el mismo respecto, 42 albañiles en cuantos años lo habrian fabricado?

Albañiles.	*Años.*	* *Albañiles.*	*Años.*
84 :	36 : :	42 < :	$x \geq 72$
	84		
	3024 | 42		
	. . 84 | 72		
	0		

Porque lo que se pide son *Años*, y lo que se ha de buscar debe colocarse en último lugar, escríbanse á la izquierda las señales *albañiles*, *años*, y con el mismo órden cópiense las mismas á la derecha. Dispuestas *así las* señales, escríbanse los números correspondientes, y se tendrán ordenados los cuatro términos de la regla de tres simple, del mismo modo que digimos núm. IX. pag. 11.

Examínese ahora si la regla es directa ó indirecta, diciendo: Yo ya sé que 84 albañiles fabricaron un templo en 36 años; luego menor (<) número de albañiles habrian fabricado el mismo templo en mayor (>) número de años. Salen signos contrarios; luego la regla espresada es indirecta: multiplíquense pues los dos términos primeros 84 y 36 el uno por el otro; y partido el producto 3024 por el término tercero 42, escríbase el cociente 72 por término cuarto, y se tendrá $x=72$, dígase pues, que si 84 albañiles fabricaron un templo en 36 años, 42 albañiles lo habrian fabricado en 72 años.

XXIII.

En la resolucion de la regla de tres simple indirecta algunas veces se consigue mucho descanso abreviando cualquiera de los dos términos conocidos, que tienen conexion entre sí, con el término que tienen conexion con el incógnito; v. gr.

86. Al respecto que 84 albañiles construyeron un templo en 36 años: Pídese, cuantos albañiles lo habrian construido en 72 años?

Años.	*Albañiles.*	*	*Años.*	*Albañiles.*
36 :	84 : :		72 :	$y \lessgtr 42$
$\frac{1}{18}$..2	$\frac{1}{4}$..21		$\frac{1}{4}$..18	
			$\frac{1}{18}$......1	

Tenemos que la presente regla es indirecta, abreviese, pues, cualquier término de la primera razon (E. núm. XXXIX. pág. 40.) con el antecedente de la segunda; esto es, abreviese el término segundo 84, y el tercero 72, tomando el cuarto de uno y otro, y se tendrá 21 y 18. Abreviese ahora el término primero 36, y el tercero 18, tomando el dieziocheno, y se tendrá 2 y 1. En fin multiplíquese el término primero 2 por el segundo 21; y como el producto 42, partido por el término tercero 1 no se disminuya, dígase que en los 72 años habrian construido aquel templo 42 albañiles.

XXIV.

Los cuatro términos de la regla de tres simple indirecta estarán en proporcion directa mudando los antecedentes; ó bien colocando los dos términos de la una razon por estremos, y los de la otra por medios; v. gr.

87. Para edificar un templo en 72 años son menester 42 albañiles. Pídese, en cuántos años lo edificarán 84 albañiles?

Albañiles.	*Años.*	*	*Albañiles.*	*Años.*
42 :	72 : :		84 :	$z \lessgtr$
84 :	72 : :		42 :	$z=36$

Esta regla indirecta transviértase á directa mudando (IV. difinicion 17. pág. 3.) los antecedentes 42 y 84; y resolviéndola (IX. pág. 10.) multiplicando el término segundo 72 por el tercero 42, y partiendo el producto 3024 por el término primero 84, saldrá que 84 albañiles edificarán el templo referido en 36 años.

88. Cuántos albañiles se necesitan para hacer un templo en 36 años, al respecto que en 72 años lo harian 42 albañiles?

Años.	*Albañiles.*	*	*Años.*	*Albañiles.*
72 :	42 : :		36 :	$x \gtreqless 84$
72 :	36 : :		x :	42

De esta regla indirecta escríbanse los dos términos 72 y 42 de la primera razon por estremos, y (IV. definicion 17. pág. 3.) se tendrá la directa 72 : 36 :: x : 42, que se resuelve (v. lema 1.º ilacion 1.ª pág. 3 y 4.) partien-

do el producto de los extremos 72 y 42 por el medio 36; y saliendo 84, dígase que se necesitan 84 albañiles.

XXV.

Cuando en la regla de tres simple indirecta el término primero ó segundo, ó bien ambos, constan de varias especies, omítase el reducirlos á la inferior; pero adviértase que si el término tercero tuviere tal condicion, entonces sí que es indispensable el trasladarlo á la especie última, y el reducir á su propia especie el término primero. En cualquiera de estos casos téngase singular atencion en que el producto del término primero por el segundo salga de la especie del término segundo, ó del incógnito cuarto que se va á buscar; v. gr.

89. Al respecto que 12 sastres hicieron el vestuario á un regimiento en 8 meses, 24 dias; en cuántos meses lo habrian hecho 16 sastres?

12 : 8 m.s 24 d.s : : 16 : x = 6 m.s 18 d.s
×8 m.s 24 d.s
96
6 d.s .. 2 meses, 12 dias.
18 d.s .. 7 meses, 6 dias.
105 meses, 18 dias. | 16
9 — 6 meses, 18 dias.
30
288
128
0

Siendo indirecta la presente *regla*, multiplíquese el término primero 12 por el segundo 8 meses, 24 dias, y (E. n. LXXXIV. pág. 92.) se tendrá el producto 105 meses, 18 dias, que partido por 16 da á entender, que dichos 16 sastres habrian hecho el referido vestuario en 6 meses, 18 dias. La regla expresada se habria resuelto con muy pocas notas, tomando el cuarto del término primero 12, y del tercero 16, y asimismo el cuarto del segundo 8 meses, 24 dias, y del tercero 4; pues quedando 3 : 2 meses, 6 dias : : 4 : x, se tendria concluida la operacion, multiplicando los 2 meses, 6 dias por 3.

90. Al respecto que de una pieza de cierta ropa, que costó 76 ₶ 10 ℥, me dieron 17 canas por 38 ₶ 5 ℥. Pregunto, de

otra pieza de la misma estension, que costó 153 tt 9, cuántas canas me darán por las mismas 38 tt 5 9?

La regla que aquí parece figurada es indirecta; luego multiplicando (E. núm. xcvi. pág. 112.) el término primero por el segundo, y partiendo el producto por el tercero, se tendrá que me darán 8 canas, 4 palmos. Porque el término primero 76 tt 10 9 es la mitad del tercero 153 tt habriamos satisfecho la pregunta, partiendo el término segundo 17 canas por 2. Repásese el núm. xv. pág. 17. y xxiii. pág. 32.

76 tt 10 9 : 17 :: 153 $>$: $y \leq$ 8 c.s 4 p.s
17 *canas.*
1292
10 9.......8 c.s 4 p.s
1300 c.s 4 p.s | 153
76   8 *canas*, 4 *palmos.*
×8
612
0

91. Para hacer un vestido de cierta ropa, que tiene 6 palmos $\frac{3}{4}$ de ancho, se necesitan 4 canas, 5 palmos: Pídese, para que con 3 canas hubiese bastante, cuántos palmos habria de tener de ancho?

4 c.s 5 p.s : 6 p.s $\frac{3}{4}$ :: 3 $<$: $z \geq$ 10 p.s $\frac{1}{48}$
6 p.s $\frac{3}{4}$
26
4 p.s...3 p.s $\frac{1}{4}$
1 p.s..0 p.s $\frac{13}{16}$
30 p.s $\frac{1}{16}$ | 3

Dígase (E. núm. xcii. pág. 107. xcix. pág. 127. xl. pág. 40) que para que de aquella ropa con 3 canas hubiese bastante, habria de tener 10 palmos $\frac{1}{48}$ avos de ancho.

92. Por costar la cuartera de trigo 6 tt 17 9 3 me dan 3 libras, 4 onzas de pan por 4 9 6. Pregunto, cuántas libras de pan me darán por los mismos 4 9 6 cuando la cuartera costará 6 tt 2 9?

6 tt 17 ß 3 : 3 *lib.* 4 *onz.* : : 6 tt 2 ß 4 : x = 3 *lib.* 9. *onz.*
20   20
137 ß 3   122 ß
× 3 *lib.* 4. *onzas.*
411
4 *onzas* ⅓..45 *libras*, 8 *onzas.*
3 *diner*......0 *libras*, 10 *onzas.*
457 *libras*, 6 *onzas.* | 122
91   3 *libras*, 9 *onzas.*
× 12
1098 *onzas.*
0

Porque el término tercero, que ha de servir de divisor, consta de varias especies, redúzcase (E. núm. XXXI. pág. 26.) *á la última*, y trasládese á su propia especie de sueldos el término primero, y se tendrá 137 ß 3 : 3 libras, 4 onzas : : 122 : x. De esta regla multiplíquese el término primero por el segundo, y partido el producto por el tercero, dígase que me darán 3 libras, 9 onzas de pan.

93. A cuánto vendrá la cuartera de trigo, cuando por 4 ß 6 me darán 3 libras, 9 onzas de pan, al respecto que por costar la cuartera 6 tt 17 ß 3 me dan 3 libras, 4 onzas de pan por los mismos 4 ß 6?

3 *lib.* 4 *onz.* : 6 tt 17 ß 3 : : 3 *lib.* 9 *onz.* : y = 6 tt 2 ß
12   12
40   ⅑......................15 ß 3   45 *onzas.*
× 8
⅕...8   6 tt 2 ß   ⅕...9
⅑...1

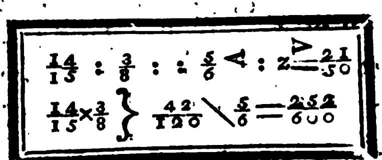
Reducidos á la especie de onzas el término primero y tercero, y tomado el quinto de los productos, tómese el noveno del término segundo, y del que salió por tercero, y se tendrá 8 : 15 ß 3 : : 1 : y. Multiplíquese ahora el término segundo 15 ß 3 por el pri-

mero 8; y saliendo el producto 6 ℔ 2 ℥, dígase que la cuartera de trigo vendrá á 6 ℔ 2 ℥.

XXVI.

Aunque es muy facil la resolucion de la regla de tres simple indirecta por quebrados, resuélvase no obstante el problema siguiente.

94. Por costar la carga de aceite $\frac{14}{15}$ àvos de doblon de á ocho, me dan $\frac{3}{8}$ de cuartan por $\frac{1}{4}$ de peso. Pregunto, cuánto aceite me darán por el mismo cuarto de peso cuando la carga costará $\frac{5}{6}$ de doblon de á ocho?

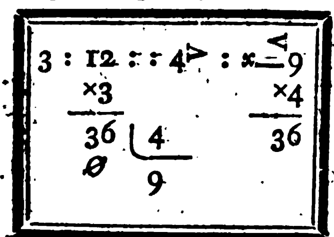


Para examinar si la presente regla es indirecta, dígase: Yo ya sé que por costar la carga de aceyte $\frac{14}{15}$ avos de doblon de á ocho me dan $\frac{3}{8}$ de cuartan por $\frac{1}{4}$ de peso; luego costando la carga menor parte de doblon de á ocho, me darán por el mismo cuarto de peso mayor parte de cuartan de aceite. Salen signos contrarios; luego la presente regla es indirecta, multiplíquese, pues, el término primero $\frac{14}{15}$ por el segundo $\frac{3}{8}$, y partido el producto $\frac{42}{120}$ por el término tercero $\frac{5}{6}$, dígase que cuando la carga de aceite costará $\frac{5}{6}$ de doblon de á ocho, por $\frac{1}{4}$ de peso me darán $\frac{252}{600}=\frac{21}{50}$ avos de cuartan de aceyte; esto es 6 cuartas $\frac{18}{25}$ avos.

XXVII.

Para examinar la regla de tres simple indirecta multiplíquese el término tercero por el cuarto; y si sale un producto igual al que salió multiplicando el término primero por el segundo, estará exacta la operacion; v. gr.

95. En cuánto tiempo habrian hecho un pozo 4 hombres, al respecto que 3 hombres lo hicieron en 12 dias?



Dígase que el dicho pozo lo habrian hecho 4 hombres en 9 dias. Y es así; porque (iv. definicion 16. pág. 3.) el producto del término primero 3 por el segundo 12 es igual al producto del término tercero 4 por el cuarto 9 que salió.

96. Pedro tiene una bota de vino, que por valer 6 ℔ cada carga, le pagan 7 reales $\frac{1}{2}$ de 16 mitadellas. Pídese, de otra bota, que vale á

7 ℔ 10 ℥ la carga, cuántas mitadellas entregará por los mismos 7 reales $\frac{1}{2}$?

6 : 16 : : 7 ℔ 10 ℥ : y=12 mit.^{s} $\frac{4}{5}$		
20	20	×150
120	150	1800
×16		$\frac{1}{5}$..........30
1920.	150	$\frac{3}{5}$..............90
420	12	1920
120		

Dígase que por los espresados 7 reales, y medio dará Pedro 12 mitadellas $\frac{4}{5}$. Y es así, porque el producto del término cuarto 12 mitadellas $\frac{4}{5}$ por el tercero 150, es igual al que salió multiplicando el término primero 120 por el segundo 16. Si en lugar de buscar lo que corresponde á los $\frac{4}{5}$ de mitadella se hubiese añadido al producto 1800 el número 120 que sobró, se habria encontrado (egemplo 15. pág. 19. y E. núm. XLVIII. pág. 46.) lo mismo. Habria sido muy breve la resolucion de la presente regla como se hubiesen reducido sus términos á la menor expresion.

XXVIII.

97. Si con 650 ℔ ℥ en 8 meses se ganan 184 pesos: Pregunto: cuántas libras serán menester para que en un año se ganen los mismos pesos? Serán menester 433 ℔ 6 ℥ 8; pues es 8 : 650 : : 12 : x=433 ℔ 6 ℥ 8.

98. Supuesto que para hacer el vestuario á un regimiento en 9 meses fuesen menester 64 sastres; cuántos sastres serian menester para hacer el mismo vestuario en 6 meses? Porque 9 : 64 : : 6 : x=96; dígase que serian menester 96 sastres.

99. En una fortaleza hay víveres para mantener 560 soldados 8 meses; Pregunto, por cuanto tiempo habria víveres si se añadiesen 235 soldados? Habria por 5 meses, 19 dias $\frac{3}{53}$ avos; pues es 560 : 8 : : 560+235 : x=5 meses, 19 dias $\frac{3}{53}$.

100. Un capitan sitiado en una fortaleza con 4200 soldados tiene víveres por 8 meses: Pídese, habiendo de durar 14 meses, cuántos soldados ha de sacar de dicha fortaleza, á fin de que los restantes tengan bastante provision? Ha de quitar 1800 soldados; pues es 8 : 4200 : : 14 : y=2400, y 4200—2400=1800. Resolviendo esta regla 8 : 4200 : : 14 : 4200—x, se halla (IV. definicion 16. pág. 3.) que dicho capitan ha de sacar 1800 soldados.

101. Por costar la cuartera de trigo 56 reales me dan 18 onzas de pan por 12 maravedís. Pregunto, cuántas onzas de pan se darian por los mismos 12 maravedís si la cuartera costase 63 reales? Siendo 56 : 18 : : 63 : $z = 16$, dígase que se darian 16 onzas.

102. Para hacerse Pedro un vestido de cierta ropa de 5 palmos de ancho necesita 6 canas, medida mallorquina ó catalana. Pídese, habiéndose resuelto hacérselo de otra ropa, que tiene 9 palmos de ancho, cuántas canas habrá menester? Es 5 : 6 : : 9 : $x = 3$ canas, 2 palmos $\frac{2}{3}$; y así dígase que habrá menester 3 canas, 2 palmos $\frac{2}{3}$.

103. Si costando la cuartera de trigo 46 reales, 8 dineros catalanes se dan 12 onzas de pan por 8 dineros: Pídese, cuando por los mismos 8 dineros me darán 9 onzas de pan, á cuánto vendrá la cuartera? Vendrá á 61 reales, 18 dineros $\frac{2}{3}$; pues es 12 : 46 reales, 8 dineros : : 9 : $y = 61$ reales, 18 dineros $\frac{2}{3}$.

104 Si costando la fanega de trigo 60 reales, me dan 9 onzas de pan por 3 cuartos: Pregunto, cuántas onzas de pan se darán por los mismos 3 cuartos, cuando la fanega costará 45 reales, y cuántas libras de pan habrán de salir de cada fanega? Porque 60 reales : 9 : : 45 : $x = 12$ onzas, y tambien 3 cuartos : 12 onzas : : 45 reales $\times$ 8 cuartos $\frac{1}{2} = 382$ cuartos $\frac{1}{2}$: $z = 1530$ onzas $= 95$ libras, 10 onzas castellanas; dígase que se darán 12 onzas por los expresados 3 cuartos, y que de cada cuartera habrán de salir 95 libras, 10 onzas de pan.

105. Un caballero de Valencia quiere hacerse un vestido de paño, que tiene 6 palmos y medio de ancho, y ha menester 6 varas, 3 palmos, que vale 12 tt 13 ß la vara: Pídese, queriendo aforrarle de tafetan de 3 palmos de ancho, que vale á 3 tt la vara, con que gastará mas, con el paño ó con el tafetan, y cuánto? Resolviendo esta regla 6 palmos $\frac{1}{2}$: 6 varas, 3 palmos : : 3 palmos : $y = 14$ varas, 2 palmos $\frac{1}{2}$ se halla, que por los aforros se han menester 14 varas, 2 palmos $\frac{1}{2}$ de tefetan. Multiplicando las 6 varas, 3 palmos de paño por 12 tt 13 ß sale que su importe es 85 tt 7 ß 9. El producto de 14 varas, 2 palmos $\frac{1}{2}$ por 3 tt ß, indica que el tafetan costó 43 tt 17 ß 6. Del valor del paño quítese el del tafetan, y se tendrá que el caballero gastó 41 tt 10 ß 3, mas con el paño que con el tafetan.

106. Por costar una pieza de cierta ropa 324 tt me dan 6 canas, 5 palmos, medida catalana ó mallorquina, por 98 tt 15 ß. Pregunto, de otra pieza de la misma extension, que vale 295 tt

18 ß, cuántas canas me darán por las mismas 98 tt 15 ß? Resuélvase esta proporcion : 324 : 6 canas, 5 palmos : : 295 tt 18 ß : x, y se hallará que me darán 7 canas, 2 palmos $\frac{98}{2959}$ avos.

107. Si por costar una pieza de cierta ropa 267 tt 12 ß jaqueses, me dan 8 varas aragonesas por 40 tt 16 ß: Pregunto, dándome de otra pieza 6 varas, 2 palmos por las mismas 40 tt 16 ß, cuánto es su valor y longitud? Resuelta esta regla 8 varas : 267 tt 12 ß : : 6 varas, 2 palmos : x, resuélvase esta 40 tt 16 ß : 6 varas, 2 palmos : : 329 tt 7 ß 1 $\frac{2}{13}$: x, y por medio de la primera se hallará, que dicha pieza cuesta 329 tt 7 ß 1 $\frac{3}{13}$ avos, y que su longitud es 52 varas, 1 palmo, 1081. 1224 avos de otro palmo, medida aragonesa.

XXIX.
DE LOS TRUEQUES Ó PERMUTAS.

Trueque ó permuta es la entrega que se hace de alguna cosa, tomando por ella otra equivalente, transfiriéndose mutuamente el dominio. El trueque ha de hacerse con equidad; de modo que el total de la mercaduria, que recibe el uno, ha de tener el mismo valor que la que por ella entrega este al otro. En esta atencion, partiendo por el término tercero el producto del primero por el segundo, saldrá con exactitud el cuarto que se pide.

108. Pedro y Juan quieren trocar sus mercadurias. Pedro tiene 64 cuarteras de trigo, que vale á 56 reales de ardites la cuartera. Juan tiene cáñamo, que vale á 15 tt ß el quintal. Pídese, cuánto cáñamo se entregará por el sobredicho trigo? Siendo en esta regla indirecta 56 reales : 64 cuarteras : : 15 tt=150 reales : x=23 quintales, 3 arrobas, 14 libras $\frac{68}{75}$ avos, peso catalan, dígase (E. núm. XXVII. pág. 38.), que por el trigo espresado se entregarán 23 quintales, 3 arrobas, 14 libras $\frac{68}{75}$ avos de cáñamo. Y es así, porque (XXVII. pág. 37.) multiplicando las 64 cuarteras por 56 reales, y los 23 quintales, 3 arrobas, 14 libras $\frac{68}{75}$ por 15 tt, ó por 150 reales, saldrá que tanto el trigo, como el cáñamo, valen 358 tt 8 ß. Repasa la segunda y tercera especie de partir compuesto (E. núm. CIX y CX. pág. 164. y 167.); y entenderás, que multiplicando 23 quintales, 3 arrobas, 14 libras por 15 libras de ardites, y añadiendo para el producto total los 2 sueldos 7 dineros, 5 trecenos, que importa el número 136, que sobró al último de la particion, te ha de resultar lo mismo.

109. Pedro y Pablo quieren trocar en Barcelona lienzo con tafetan. Pedro tiene 85 canas, 6 palmos de lienzo, que vale á 23 reales, 8 dineros la cana. Pablo tiene tafetan, que vale á 45 reales. Pídese, cuántas canas de tafetan ha de entregar Pablo á Pedro? Ha de entregar 44 canas, 3 palmos $\frac{19}{27}$ avos; pues es 23 reales, 8 dineros :. 85 canas, 6 palmos : : 45 reales : y=44 canas, 3 palmos $\frac{19}{27}$. Para examinar esta regla multiplíquense las 85 canas, 6 palmos por 23 reales, 8 dineros, y luego las 44 canas, 3 palmos 19. 27 avos por 45 reales, ó bien 44 canas, 3 palmos por los mismos 45 reales; pero añadiendo al último de esta regla los 3 reales, 23 dineros, que importa el número 31 $\frac{2}{3}$ que sobró al último de la particion, y se hallará, que tanto el lienzo, como el tafetan, valen 200 ℔ 1 ℈ 8. Tambien puede examinarse multiplicando los 45 reales por las 44 canas, 3 palmos 19. 27 avos que salieron, ó bien los mismos 45 reales por 44 canas, 3 palmos; pero añadiendo para el producto las 3 canas, 7 palmos, 2 tercios, que componen los 31 palmos, 2 tercios que sobraron al último de la particion: y si salen con exactitud las mismas 2000 canas, 6 palmos, 2 tercios, que salieron, multiplicando el término primero por el segundo, no se habrá padecido equivocacion.

110. Manuel y Francisco, residentes en Cataluña, trocaron sus mercadurías. Francisco entregó á Manuel 68 cargas de vino, que valia á 8 ℔ 16 ℈ la carga: por 84 cuarteras, 6 cuartanes de trigo. Pídese el valor de la cuartera de trigo. En esta regla 68 cargas :. 8 ℔ 16 ℈ : : 884 cuarteras $\frac{1}{2}$:. z, se encuentra ser z= 7 ℔ 1 ℈ 7 $\frac{101}{169}$ avos; luego (E. núm. xxxvii. pág. 37.) el valor de la cuartera de dicho trigo es 7 ℔ 1 ℈ 7 $\frac{101}{169}$ avos. Y es así, porque tanto las 68 cargas de vino á 8 ℔ 16 ℈ la carga, como las 84 cuarteras, 6 cuartanes de trigo á 7 ℔ 1 ℈ 7 la cuartera, dan el mismo producto 598 ℔ 8 ℈, si al de las cuarteras se añaden los 4 ℈ 2 $\frac{1}{2}$ que comprehenden los 101 medios de dinero, que sobraron al último de la particion.

111. Pedro y Pablo, residentes en Zaragoza, quieren trocar sus mercadurías. Pedro tiene 94 quintales, 3 arrobas de lana, que vale á 18 ℔ 16 ℈ jaqueses el quintal. Pablo tiene vino, que vale á 8 ℔ 12 ℈ la carga. Pídese el vino que ha de entregar por la sobredicha lana. Ha de entregar 207 cargas, 2 cántaras $\frac{2}{43}$ avos; pues es 18 ℔ 16 ℈ : 94 quintales, 3 arrobas : : 8 ℔ 12 ℈ : x=207 cargas, 1 cántara $\frac{13}{43}$ avos. Y es así, porque las mismas 1781 ℔

6 ß jaqueses, que importa la referida lana, importa el vino expresado á su respective precio.

112. Pedro y Juan quieren trocar vino con trigo y garbanzos. Pedro tiene 86 moyos, 4 cántaros de vino, que vale á 200 reales de vellon castellano el moyo. Juan tiene trigo, que vale á 56 reales la fanega, y garbanzos, que valen á 45. Pídese, queriendo Juan recompensar á Pedro con igual número de fanegas de trigo que de garbanzos, cuántas entregará de cada especie? Siendo 200 reales : 86 moyos, 4 cántaras : : 56 reales+45=101 : y=170 fanegas, 9 celemines, 2 cuartillos 2. 101 avos, dígase que de cada especie entregará 170 fanegas, 9 celemines, 2 cuartillos 2. 101 avos. Y es así, porque sumando el valor del trigo con el de los garbanzos salen los mismos 17250 reales, que importa el referido vino á razon de 200 reales de vellon el moyo.

113. Juan y Diego, residentes en Mallorca, quieren trocar paño con cebada y aceite. Juan entregará 134 canas, 3 palmos de paño, que valen á 12 tt 14 ß la cana. Pídese, queriendo Juan igual número de cuarteras de cebada que cuartanes de aceite, cuánto le entregará Diego de cada especie, al respecto que *cada* cuartera de cebada vale 3 tt 5 ß, y cada cuartan de aceite 16 ß 8? En esta regla 12 tt 14 ß : 134 canas, 3 palmos : : 3 tt 5 ß+16 ß 8 : z=417 y $\frac{216}{980}$ avos, se halla que Diego entregará 417 cuarteras $\frac{183}{196}$ avos de cuartera de cebada, é igual número de cuartanes de aceite; esto es (E. núm. 1. pág. 48.) 417 cuarteras, 5 barcellas, 3 almudes $\frac{30}{49}$ avos de almud de cebada, y 417 cuartanes, 8 rótolos 79. 196 avos de aceite. Esta regla la examinarás como la antecedente.

114. Pedro y Pablo quieren trocar sus mercadurías. Pedro tiene 276 quintales, 3 arrobas, peso catalan, de abadejo, que vale á 9 tt 15 ß de ardites el quintal. Pablo tiene almendras, que valen á 10 tt. 6 ß el quintal, y avellanas, que valen á 5 tt 4 ß. Pídese, queriendo $\frac{1}{4}$ mas de avellanas que de almendras, cuántos quintales se darán de cada suerte? Siendo 9 tt 15 ß : 276 quintales, 3 arrobas : : : 10 tt 6 ß+5 tt 4 ß+1 tt 6 ß : z=160 quintales, 2 arrobas, 11 libras $\frac{282}{336}$ avos, dígase que de almendras se darán 160 quintales, 2 arrobas, 11 libras $\frac{47}{56}$ avos, cuya cantidad con su cuarto da á entender que de avellanas se darán 200 quintales, 3 arrobas, 1 libra, y 179. 224 avos. Porque las espresadas almendras con las avellanas valen las mismas 2698 tt 6 ß 3, que importa el abadejo, dígase que está exacta la operacion.

115. Pedro y Pablo truecan sus mercadurías en Barcelona. Pedro tiene 348 cuarteras de trigo, que vale á 5 tt 18 ℔ la cuartera, y 234 cuarteras de judias, á 3 tt 12 ℔, y quiere de contado el cuarto del dinero. Pablo tiene paño, que vale á 8 tt 14 ℔ la cana, y bayeta á 42 reales $\frac{1}{2}$. Pídese, cuántas canas de paño y bayeta se han de entregar; cuánto vale cada especie, y cuanto dinero se ha de dar de contado? Las 348 cuarteras de trigo á 5 tt 18 ℔ valen 2053 tt 4 ℔. Las 234 cuarteras de judias á 3 tt 12 ℔ valen 842 tt 8. La suma de los dos valores es 2895 tt 12 ℔. Si de esta suma se quita su cuarto, se tendrá que de contado se ha de dar 723 tt 18 ℔; y partiendo la diferencia, que es 2171 tt 14 ℔, por 8 tt 14 ℔+4 tt 5 ℔=12 tt 19, saldrá que de paño, é igualmente de bayeta, se han entregar 167 canas, 5 palmos $\frac{143}{259}$ avos, cuyas canas multiplicadas por 8 tt 14 ℔, darán á entender que el paño vale 1458 tt 19 ℔ 7 $\frac{47}{259}$ avos, y multiplicadas por 4 tt 5 ℔=42 reales $\frac{1}{2}$, que la bayeta importa 712 tt 14 ℔ 4 $\frac{212}{259}$ avos.

116. Ticio y Cayo truecan sus mercadurías en Mallorca. Ticio tiene 467 canas, 6 palmos de cierta ropa, cuya cana vale 17 tt, y quiere ganar á 3 por ciento. Cayo tiene azucar, que vale á 18 tt 12 ℔ el quintal, y arroz, que vale á 6 tt 8 ℔ el quintal. Pídese, queriendo Ticio el duplo de arroz que de azucar, cuántos quintales le entregará Cayo de cada especie? Multiplíquense las sobredichas 467 canas, 6 palmos, por las 17 tt; y (E. núm. CIV. pág. 150. y CV. pág. 153.) añadiendo al producto 7951 tt 15 ℔ el 3 por ciento, pártese la suma 8190 tt 6 ℔ 0 $\frac{2}{5}$ por 18 tt 12 ℔+6 tt 8 ℔+6 tt 8 ℔=31 tt 8 ℔, y saldrá, que Cayo entregará á Ticio 260 quintales, 3 arrobas, 9 libras $\frac{366}{3140}$ avos de azucar; y multiplicando esta cantidad por 2, se tendrá que tambien le entregará 521 quintales, 2 arrobas, 18 libras $\frac{732}{3140}$ avos de arroz. Para examinar esta regla multiplica los 260 quintales, 3 arrobas, 9 libras de azucar por 18 tt 12 ℔, y saldrán 4851 tt 11 ℔ 2 $\frac{4}{13}$: multiplica despues los 521 quintales, 2 arrobas, 18 libras de arroz por 6 tt 8 ℔, y hallarás 3338 tt 14 ℔ 1 dinero, 11 trecenos: suma en fin estos dos productos con los 8 dineros 29.56 avos, á los que equivale el número 73 y $\frac{1}{5}$ que sobró al último de la particion: y si el agregado te sale igual al dividendo, habrás resuelto el problema con exactitud.

117. Juan y Diego quieren trocar sus mercadurías. Juan tiene paño de dos calidades. El de primera vale á 12 tt 6 ℔ la ca-

na catalana. y el de segunda á 9 tt 18 ß. Diego tiene 456 cuarteras $\frac{1}{2}$ de trigo, medida barcelonesa, que vale á 58 reales de ardites la cuartera, y quiere de contado el quinto del dinero, y ganar con el residuo á 4 por ciento. Pídese, cuánto dinero, y cuántas canas de paño han de entregarse de cada calidad? Multiplíquense las 456 cuarteras $\frac{1}{2}$ de trigo por los 58 reales, y tomando del producto 2647 tt 14 ß el quinto, se tendrá que de contado han de entregarse 529 tt 10 ß 9 $\frac{3}{5}$, cuya cantidad, quitada de dicho producto, da la diferencia 2118 tt 3 ß 2 $\frac{2}{5}$; y añadiendo á esta su veintecinqueno por el 4 por ciento, se tendrá la suma 2202 tt 17 ß 8 $\frac{22}{125}$, que dividida por 12 tt 6 ß+9 tt 18 ß=22 tt 4 ß, indicará que han de entregarse 99 canas, 1 palmo, 3 cuartos 4603. 13875 avos de cuarto de paño de cada calidad. Multiplica las 91 canas, 1 palmo por 12 tt 6 ß, y despues las mismas por 9 tt 18 ß: y si la suma de estos productos con las 2 tt 6 ß 2 dineros 92. 125 avos, que vale en número 369 y 309. 375 avos, que sobró al último de la particion, componen con puntualidad el dividendo, no habrás padecido equivocacion.

XXX.
DE LA REGLA DE TRES COMPUESTA.

Esta regla se dice compuesta, porque se compone de varias reglas simples de tres, y así cuando las dos razones de cada una de las reglas simples de tres, que la componen, se hallarán directamente proporcionales, se llamará proporcion compuesta directa, pero cuando alguna de las razones fuere recíproca, se intitulará regla de tres compuesta indirecta, recíproca ó inversa.

La regla de tres compuesta consta de dos partes, como la simple. Esto supuesto se verá fácil su resolucion, como se tengan presentes los preceptos que siguen.

Lo 1.° Resérvese para el último lugar el término que se busca, y escríbanse ordenadamente las especies de una y otra parte, de modo que la primera de la una parte corresponda á la primera de la otra, la segunda á la segunda, la tercera á la tercera, &c.

Lo 2.° Ordenados así los términos, examínese cada una de las proporciones simples, comparando con la especie que se busca cada una de las otras; y si alguna se hallára inversa, redúzcase á directa, mudando los antecedentes.

Lo 3.° Teniendo ya directa la proporcion, resuélvase de esta

manera: multiplíquense continuamente el término último de la primera parte, y todos los de la segunda, menos el último, y se tendrá el dividendo. Multiplíquense asimismo todos los términos de la primera parte, menos el último, y se tendrá el divisor. En fin hágase la particion, y escrito el cociente por término último, se tendrá lo que se pide; v. gr.

118. Al respecto que 24 hombres en 15 dias ganan 128 doblones: Pídese, 36 hombres en 25 dias cuántos doblones ganarán?

Hombres.	*Dias.*	*Doblones.*	*	*Hombres.*	*Dias.*	*Doblones.*
24 ...	15 ...	128 ;	:	36 ...	25 ...	x = 320
×15		×36				
360		4608				
		×25				
		115200		360		
		720		320		
		000				

Porque lo que se pide son doblones, escríbase este término doblones en el último lugar, y ordenados los demas términos de la primera parte como quiera, escríbanse los de la segunda con el mismo órden: y en el presente caso se tendrá que corresponden hombres á hombres, dias á dias, y doblones á doblones. Dispuestos así los términos, examínense las proporciones simples, comparando primeramente los hombres con los doblones, diciendo: Yo ya sé que 24 hombres en ciertos dias ganan 128 doblones; luego ➤ número de hombres en los mismos ciertos dias ganarán ➤ número de doblones. Y porque salen signos semejantes; esto es, que aumentándose los hombres han de aumentarse tambien los dias, dígase que esta proporcion es directa. En la segunda proporcion compárense los dias con los mismos doblones, diciendo: Yo ya sé que ciertos hombres en 15 dias ganan 128 doblones; luego los mismos ciertos hombres en ➤ número de dias ganarán ➤ número de doblones; luego esta proporcion tambien es directa; y así multiplíquense sucesivamente el término tercero 128, el cuarto 36, y el quinto 25, y se tendrá 115200 por dividendo. Multiplíquese asimismo el termino primero 24 por el segundo 15, y el producto 360 será el divisor. Pártase aquel dividendo por este divisor, y escribiendo el cociente 320 en último lugar, dígase que si 24

hombres en 15 dias ganan 128 doblones, 36 hombres en 25 dias ganarán 320 doblones.

119. Si 36 hombres en 25 dias ganaron 320 doblones: Pídese, 24 hombres en cuántos dias ganarán 128 doblones?

Hombres.	*Doblones.*	*Dias.*	*	*Hombres.*	*Doblones.*	*Dias*
~~36~~...	320...	25	: :	~~24~~...	128..	y=15
24				36		

Dispuestos por órden los términos, colocando en último lugar los dias que se buscan, examínese la proporcion, que se forma de hombres y dias, diciendo: Yo ya sé que 36 hombres ganaron ciertos doblones en 25 dias; luego < número de hombres ganarán los mismos ciertos doblones en > número de dias. Y porque salen signos contrarios; esto es, que disminuyéndose los hombres han de aumentarse los dias; que es lo mismo que decir que menos hombres harán la propia ganancia en mas tiempo, digo que esta proporcion es indirecta: redúzcase pues (IV. definicion 16. pág. 3.) á directa mudando los antecedentes; esto es escribiendo 36 en lugar de 24, y 24 en lugar de 36. Examínese ahora la proporcion que se forma de doblones y dias, diciendo; Yo ya sé que ciertos hombres ganaron 320 doblones en 25 dias; luego los mismos ciertos hombres ganarán < número de doblones en < número de dias; luego la presente proporcion es directa, por salir semejantes los signos. Teniendo ya reducida á directa la regla de tres compuesta dada, multiplíquese el término tercero 25 por el quarto 36, y su producto 900 por el término quinto 128, cuyo producto 115200 será el dividendo. Multiplíquese ahora el término primero 24 por el segundo 320, cuyo producto 7680 será el divisor. Hágase por último la division, y saliendo ser 15 el valor de y, que se busca, escríbase el tal valor por término último, y se tendrá que 24 hombres ganarán 128 doblones en 15 dias.

XXXI.

Para examinar la regla de tres compuesta directa multiplíquense continuamente el término último de la segunda parte, y todos los de la primera, menos el último; y si saliera un producto igual al que salió, multiplicando asimismo el término último de la pri-

mera parte, y todos los de la segunda, menos el último, no se habrá padecido equivocacion; v. gr.

120. Supuesto que 24 hombres en 15 dias ganan 128 doblones, cuántos hombres ganarán 320 doblones en 25 dias?

Dias.	*Doblones.*	*Hombres.*	*	*Dias.*	*Doblones.*	*Hombres.*
~~15~~ ...	128 ...	24	: :	~~25~~ ...	320 ...	x = 36
25				15		

Examen.

$$36 \times 25 \times 128 = 24 \times 15 \times 320$$
$$115200 = 115200$$

La proporcion que se forma de dias y hombres es indirecta, por cuya causa se redujo á directa mudando sus antecedentes; pero la que se forma de doblones y hombres es directa. Teniendo ya directa la presente proporcion compuesta, resuélvase como las dos que anteceden: y habiéndose hallado que los hombres que se piden son 36, examínese si se padeció equivocacion, practicando lo que tenemos advertido, y parece al pie del egemplo. Si se hubiesen abreviado los términos de ambos miembros, se hubiera encontrado con mas brevedad, que no se padeció equivocacion: se habria, pues, tenido luego 1=1.

XXXII.

La regla de proporcion compuesta algunas veces puede resolverse con mucha brevedad, reduciendo sus términos (pero despues de reducidos á directa, si fuere menester) á la menor expresion, de esta manera: Abreviese cualquier término de los que han de servir de dividendo con cualquier término de los que han de servir de divisor; y resolviendo la regla con los términos abreviados se hallará lo que se pidiere; v gr.

121. Cuántos doblones ganarán 24 hombres en 15 dias, al respecto que 36 hombres en 25 dias ganaron 320 doblones?

Dias	Hombres.	Doblones. *	Dias.	Hombres.	Doblones.
~~25~~ ...	~~36~~ ...	~~320~~ : :	~~15~~ ...	~~24~~ ...	x = 128
$\frac{1}{5}$ ...... ~~5~~	$\frac{1}{12}$ .... ~~3~~	$\frac{1}{5}$ 64	$\frac{1}{5}$ ...... ~~3~~	$\frac{1}{12}$ 2	
$\frac{1}{5}$ 1	$\frac{1}{3}$ 1		$\frac{1}{3}$ 1		

La presente proporcion compuesta se compone de dos proporciones simples, que ambas son directas, y así los términos que han de servir de dividendo son 320, 15 y 24; y los que han de servir de divisor son 25 y 36. Esto supuesto tómese el quinto de los términos 25 y 320, y en lugar de ellos se tendrán los términos 5 y 64. Tómese el quinto de 5 y 15, y se tendrá 1 y 3. Tómese el doceno de 36 y 24, y saldrá 3 y 2. En conclusion tómese el tercio del término segundo 3, y del cuarto 3, y resultará 1 y 1. Abreviados así los términos, como se tenga presente que (E. núm. xxix. y xli. pág. 25 y 40.) la unidad no aumenta en la multiplicacion, ni disminuye en la particion, y que (E. núm. xxxix. pág. 40.) los equimultíplices tienen *la misma razon* que sus partes alicótas, no habrá reparo en que el producto del término tercero 64 por el quinto 2 manifiesta exactamente los 128 doblones que se piden.

XXXIII.

Dijimos (vii. pág. 9.) que la proporcion compuesta se llama regla de tres, por ser solamente tres los términos principales, á los cuales acompañan los demas como circunstancias. De aquí nace que cualquiera proporcion compuesta, despues de reducida á directa, si fuere menester, puede reducirse á simple, recopilando todos sus términos á cuatro. Para esto ha de formarse una razon compuesta de todas las razones simples que la componen, dejando intacta la que en si contiene la incógnita; v. gr.

122. Si en 15 dias 24 hombres ganan 128 doblones, en cuántos dias ganarán 320 doblones 36 hombres?

Doblones.	Hombres.	Dias.	* Doblones.	Hombres.	Dias.
128 ...	~~24~~ ...	15 : :	320 ...	~~36~~ .	$z=25$
	36			24	

$$128 : 320$$
$$36 : 24$$
$$4608 : 7680 : : 15 : z = 25.$$

La proporcion que se forma de doblones y dias es directa; pero la que se forma de hombres y dias es indirecta, por cuya causa se mudaron los antecedentes. En la proporcion compuesta, que aquí parece figurada, intervienen tres razones: de doblones á doblones, de hombres á hombres, y de dias á dias; esto es 128 : 320, 36 : 24 y 15 : z, ó bien $\frac{128}{320}$, $\frac{36}{24}$ y $\frac{15}{z}$. Formando de las dos primeras razones simples 128 : 320 y 36 : 24 la compuesta $\frac{128 \times 36}{320 \times 24}$ se tendrá $\frac{4608}{7680}$; esto es 4608 : 7680. De esta razon compuesta, y de la simple que consigo trae la incógnita, sale esta proporcion simple 4608 : 7680 : : 15 : z; y siendo en ella $z=25$, dígase que los dias que se piden son 25.

La regla de tres compuesta puede tambien reducirse á simple, sin atender ó tantear si es directa ó indirecta. Para esto, con cada uno de los cuatro términos principales acompáñense sus propias circunstancias por contínua multiplicacion, y se tendrán cuatro términos tales, cuyo producto de los productos extremos será igual al producto de los productos medios; v. gr.

123. Resuélvase el problema, que el P. Tomas Cerdá en su tomo 1.° de Matemática pág. 143. nos presenta á la letra como se sigue: 60 hombres trabajando á 8 horas por dia hacen en 12 dias un foso largo de 21 varas, 2 pies, ancho de 4 pies y hondo de 8 pies, cuál será la longitud del foso ancho de 2 pies, y hondo de 5, que 50 hombres harán en 15 dias, trabajando 6 horas por dia?

	ancho	hon.	lar.					ancho	hon.	lar.
Hom.	*Dias.*	*Hor.*	*Pies.*	*Pies.*	*Pies.* *	*Hom.*	*Dias.*	*Hor.*	*Pies.*	*Pies.*	*Pies.*
60..	12..	8..	4..	8..	65 ::	50..	15..	6..	2..	5..	x

A.... $60\times12\times8 : 4\times8\times65 :: 50\times15\times6 : 2\times5\times x$

B...... $\cancel{60}\times1\cancel{2}\times\cancel{8}\times2\times\cancel{5}\times x = \cancel{4}\times\cancel{8}\times65\times\cancel{50}\times1\cancel{5}\times\cancel{6}$

C..... $2x = 325$ — 5

D........ $x = 162$ pies $\frac{1}{2}$

E....... $x = 54$ varas 6 pulgadas.

Por ser los cuatro términos principales *hombres* y *foso* de la primera parte, y *hombres* y *foso* de la segunda; esto es *hombres* la causa y los *dias* y *horas* las circunstancias, sin las cuales no harian aquel trabajo los hombres; y *foso* el efecto, y el *hancho*, *hondo* y *largo* sus circunstancias, sin las cuales de ningun modo habria foso, resulta la proporcion *A* : y porque de sus cuatro términos el producto de los extremos es igual al de los medios, sale de ella la ecuacion *B*, cuyos miembros abreviados dan la igualacion *C*, el valor de cuya incógnita son los pies que declara la ecuacion *D* : y porque 3 pies componen una vara, dígase que la longitud del foso será la que hallamos en la ecuacion *E*.

XXXIV.

Para mayor inteligencia de lo dicho adviértase, que la proporcion compuesta puede resolverse por tantas proporciones simples como en ella intervienen; v. gr.

124. Si 36 hombres en 25 dias ganaron 320 doblones, en 15 dias cuántos hombres ganarán 128 doblones?

Dias.	*Doblones.*	*Hombres.* *	*Dias.*	*Doblones.*	*Hombres.*
25..	320...	36 :	: 15...	128...	$y = 24$

En esta proporcion compuesta intervienen dos proporciones simples, de las cuales la primera es: Si en 25 dias ganaron 320 doblones 36 hombres, en 15 dias cuántos hombres ganarán los mismos 320 doblones? En esta proporcion (xv. pág. 17.) simple in-

directa 25 : 36 : : 15 : x es $x=60$; y así dígase que atendido este respecto, en 15 dias ganarán 320 doblones 60 hombres. Pero adviértase que en el problema propuesto no se pide: en 15 dias cuántos hombres ganarán 320 doblones? sino que en él se pide: en 15 dias cuántos hombres ganarán 128 doblones? Bien, por esto mismo dígase ahora en la segunda proporcion: Al respecto que en 15 dias ganarian 320 doblones 60 hombres: Pídese, en los mismos 15 dias cuántos hombres ganarán 128 doblones? Porque en esta última proporcion simple directa 320 : 60 : : 128 : y es $y=24$, dígase que si 36 hombres en 25 dias ganaron 320 doblones, en 15 dias ganarán 128 doblones 24 hombres.

XXXV.

Para entender la regla de tres compuesta parece que basta la resolucion de los problemas dados: no obstante para habilitarte en la práctica, conduce que resuelvas los que siguen.

125. Pídese, cuántos doblones ganarán 18 hombres en 9 dias, al respecto que 12 hombres en 6 dias ganan 84? Escríbanse ordenadamente los términos de una y otra parte como en las reglas antecedentes. Examínese luego si son directas ó indirectas las dos reglas de tres simples que intervienen: y hallándose directa, no solamente la de hombres y doblones, sino tambien la de dias y doblones, pueden reducirse inmediatamente sus términos: y practicándolo así, con solo el multiplicar continuamente 7, 3 y 9 se tendrá, que los doblones que se piden son 189.

126. Por costar una pieza de cierta ropa 240 libras de ardites, me dan 8 canas por 59 ℔ ß. Pregunto, atendido el mismo respecto, cuánto cuesta otra pieza, de la cual me dan 6 canas por 40 ℔ ß? De las dos reglas de tres simples, que componen la compuesta, se halla directa la de libras y libras, é indirecta la de canas y libras: mudados pues los antecedentes de esta, resuélvase, como la antecedente, y se hallará que la otra pieza cuesta 216 ℔ $\frac{54}{59}$ avos, ó bien 216 ℔ 18 ß 11 $\frac{47}{59}$ avos.

127. Por costar una pieza de cierta ropa 140 doblones, me dan 6 varas por 42 pesos. Pídese, atendido el mismo respecto, por 28 pesos cuántas varas me darán de otra pieza, que cuesta 280 doblones? Me darán 2 varas.

128. Una pieza de paño de 36 canas mallorquinas ó catalanas de largo, y 9 palmos de ancho vale 300 ℔ ß. Pídese, cuánto vale otra pieza de la misma calidad, que tiene 48 canas de

largo, y 8 palmos de ancho? Es $x=355$ tt $\frac{5}{9}$; luego la otra pieza vale 355 tt 11 § 1 $\frac{1}{3}$.

129. Con 86 doblones de 4 pesos de á 8 reales plata en 2 años, 4 meses, se ganaron 78 tt 5 § valencianos. Pídese, cuántos doblones serán menester para que, atendido el mismo respecto, se ganen 64 tt § en 1 año? Serán menester 164 doblones $\frac{116}{939}$ avos de doblon, ó bien 164 doblones, 9 sueldos, 10 dineros 186. 313 avos de otro dinero valenciano,

130. Dos comerciantes quieren trocar sus mercadurias. El uno tiene de cierta especie de ropa, que vale á 90 escudos de oro la pieza y en trueque la sube á 96, dando 2 meses de tiempo al otro, que tiene lienzo, que vale 40 escudos de oro la pieza, y en trueque la sube á 44. Pídese, cuántos meses de tiempo dará este á aquel para recibir la tal especie de ropa? Dígase: Si 90 escudos en 2 meses ganan 6; en cuántos meses 40 escudos ganarán 4? Y porque sale $z=3$, dígase que le dará 3 meses de tiempo.

131. Si con 246 pesos en 4 años se ganan 38 tt § por cada 100 pesos; cuánto tiempo será menester para que, atendido el mismo respecto, con 583 pesos se ganen 47 tt § por *ciento*, y cuánto ganarán los dichos 583 pesos? Este problema, si bien se considera, contiene dos distintas reglas de proporcion simple. La primera es: Si con 100 pesos se ganan 38 tt § en 4 años, para ganar 47 tt § con los mismos 100 pesos cuántos años son menester? Porque (xv. pág. 17.) en esta proporcion $38 : 4 :: 47 : x$, sale $x=4\frac{36}{38}$, dígase que son menester 4 años, 11 meses, 11 dias $\frac{1}{19}$ avos. La segunda es: Si con 100 pesos se ganan 47 tt § en 4 años $\frac{18}{19}$: Pídese, cuántas libras se ganarán en el mismo tiempo con 583 pesos? En esta proporcion $100 : 47 :: 583 : z$, es $z=274\frac{7}{100}$; y así dígase que se ganarán 274 tt 0 § 2 $\frac{2}{5}$.

132. Al respecto que con 850 reales en 9 meses se gana á razon de 14 por 100: Pídese, cuánto se ganará en 2 años á razon de 18 por 100 con 8400 reales? Dígase: Si 100 reales en 9 meses redituan 14; cuánto redituarán 8400 reales en 24 meses? Y hallándose 3136 reales, dígase ahora: Si 8400 reales á 14 por ciento en 2 años dan 3136 reales; cuánto darán los mismos 8400 reales en el mismo tiempo á razon de 18 por 100? O bien dígase: Si 14 reales han de subir á 18, á cuánto habrán de subir 3136? Y saliendo 4032, dígase que con 8400 reales en 2 años á razon de 18 por ciento se ganarán 4032. El problema arriba dicho puede resolverse con una sola proporcion com-

puesta, y se verá claramente en el problema que sigue: Al respecto que con 850 reales, redituando en 9 meses á 14 por 100, se ganan 119; cuántos reales se ganarán con 8400 en 24 meses, redituando á 18 por ciento?

133. Cuántas onzas de pan me darán por 8 dineros, costando la cuartera de trigo 48 reales, y siendo su peso 4 arrobas, 15 libras, peso catalan; supuesto que cuando cuesta 56 reales, y su peso es 5 arrobas, me dan 9 onzas por 1 sueldo? Me darán 6 onzas 53. 130. avos. La proporcion de reales y onzas es indirecta, y las otras dos directas.

134. Si 8 tegedores, trabajando 9 horas cada dia, en 5 semanas tegen 1800 varas de cierta ropa: Pídese; 6 tegedores, trabajando 12 horas cada dia, en 13 semanas cuántas varas tegerán? Tegerán 4680 varas.

135. Cuántos sastres serán menester para hacer 32 vestidos en 14 dias, trabajando 12 horas por dia, al respecto que 8 sastres en 5 dias, trabajando 9 horas por dia, hicieron 12 vestidos? Serán menester 5 sastres $\frac{5}{7}$; esto es 5 sastres, y á mas de estos otro sastre, que cada dia de los 14 espresados trabaje $\frac{5}{7}$ de 12 horas; y así serán menester 5 sastres, y otro, que cada dia de los 14 trabaje 8 horas, 2 cuartos, 4 minutos, 17 segundos $\frac{1}{7}$. La proporcion de dias y sastres, y la de horas y sastres es indirecta, pero la de vestidos y sastres es directa.

136. Al respecto que 4 escribanos en 3 dias escriben 45 hojas de á 28 renglones cada una, y de á 61 letras cada renglon; cuántos dias habrán menester 7 escribanos para escribir 36 hojas de á 30 renglones cada hoja y de á 54 letras cada renglon? Habrán menester 1 dia, 899. 2989 avos. Adviértase que este quebrado propiamente no es quebrado de dia natural; pues las horas, que cada dia emplean los escribanos en escribir, ordinariamente son 8, y no 24. Y en esta suposicion dígase, que habrán menester 1 dia, 2 horas, 1 cuarto, 9 minutos $\frac{1104}{2989}$ avos.

XXXVI.
DE LAS REGLAS DE COMPAÑIA.

La regla de compañia enseña el modo de distribuir la ganancia ó pérdida entre los compañeros á proporcion del caudal que puso cada uno. Divídese en simple ó sin tiempo, y compuesta ó con tiempo.

La simple ó sin tiempo es cuando los interesados ponen el caudal por un mismo tiempo; y sin hacer caso de él se resuelve por regla de tres simple. La compuesta ó con tiempo es cuando los interesados ponen el caudal por diferente tiempo; y se resuelve por regla de tres compuesta, ó bien para su mayor facilidad se reduce á simple. Cuando los caudales son heterogéneos regularmente se reducen á homogéneos, observando lo mismo respecto del tiempo. Esta cuestion es fundada (vi. pág. 4 y 5.) en la proposicion 2.ª; son, pues, proporcionales los todos á sus partes relativas, y estas entre sí.

XXXVII.
COMPAÑIA SIMPLE.

Para resolver las cuestiones de compañía simple obsérvese lo siguiente.

Lo 1.° Escríbanse ordenadamente en una columna los caudales de cada interesado, y tirada una línea por debajo, escríbase á la derecha de esta suma la de la ganancia ó pérdida comun.

Lo 2.° Fórmense tantas reglas de tres cuantos fueren los interesados ó compañeros, escribiendo el caudal comun por término primero de cada una, y la ganancia ó pérdida comun por término segundo

Lo 3.° Por término tercero de la primera regla de tres escríbese el caudal del primer interesado, y lo que saliere en la resolucion, será la ganancia ó pérdida del primer interesado, que se escribirá á la derecha de su propio caudal en la coluna de las ganancias ó pérdidas.

Lo 4.° Por término tercero de la segunda regla de tres escríbase el caudal del segundo interesado, y lo que saliere en la resolucion, será la ganancia ó pérdida del segundo interesado, que se escribirá hácia la derecha de su propio caudal en la coluna de las ganancias ó pérdidas.

Lo 5.° Continúese con el mismo órden en los demás interesados y se hallará lo que se pide; v. gr.

137. Pedro, Pablo y Diego hicieron compañía. Pedro puso 400 reales, Pablo 600 y Diego 1000. Despues de algun tiempo hallaron 800 de ganancia. Pídese, cuánto corresponde á cada uno á proporcion de lo que puso?

Caudales.		Ganancias.	
Pedro...	400 *real*...	$x=160$	*real.*
Pablo ..	600 » ...	$y=240$	»
Diego..	1000 » ...	$z=400$	»
	2000 *real*	800	*real.*

Escritos ordenadamente á la izquierda en una coluna los caudales de Pedro, Pablo y Diego, súmese, y se tendrá 2000 reales. A la derecha de este caudal comun escríbase en la columna de las ganancias la ganancia comun 800 reales Supóngase ahora que la ganancia de Pedro es x, la de Pablo y, y la de Diego z. En esta suposicion será 2000 : 800 : : 400 : x. Tambien 2000 : 800 : : 600 : y. Asimismo 2000 : 800 : : 1000. z. En estas proporciones $x=160$, $y=240$, y $z=400$; dígase, pues, que Pedro con el caudal de 400 reales ganó 160; Pablo con el caudal 600 ganó 240; y Diego con el caudal 1000 ganó 400; y sumando estas tres ganancias, se tendrán cabalmente los 800 reales. Esta cuestion, si bien se considera, consiste en que el número 800 se ha de dividir en tres partes tales, que guarden la proporcion de 400, 600 y 1000, luego sumando los tres caudales se tendrá 2000, y se dirá; como el todo es al todo, así la parte á la parte; esto es, 2000 : 800 : : 400 : 160, ó bien; si 2000 reales ganan 800, está claro que 400 reales ganarán 160, &c.

138. Tres hicieron compañía por 5 años. El primero puso 360 pesos, el segundo 580, y el tercero 450. Ganaron 296 pesos. Pregunto, cuánto ganó cada uno?

	Caudales.		Ganancias.							A.		
1°....	360....	$v=$	. 76	*pesos*,	5	*reales*,	10	*mar.*	$\frac{4}{139}$	de plata.
2°....	580....	$x=$	123	»	4	»	2	»	$\frac{120}{139}$	
3°....	450...	$z=$	. 95	»	6	»	21	»	$\frac{5}{139}$	
	1390 *pesos*,		296	*pesos*	0	»	0	»	$\frac{0}{139}$	

	Caudales.	Ganancias.						B.	
1°....	360 *pesos*	76	*pesos*	9	*real.*	31	*mar.*	77	de vellon.
2°....	580 »	123	»	7	»	22	»	70	
3°....	450 »	95	»	12	»	13	»	131	
	1390	296	»	0	»	0	»	$\frac{0}{139}$	

	Caudales.	Ganancias.			C.	
1°	360	76 pesos,	9 real.	32 mar.	122	de vellon.
2°	580	123 »	7 »	23 »	73	
3°	450	95 »	12 »	15 »	83	
	1390 p.s	296 »	0 »	4	139	

	Caudales.	Ganancias.			D.	
1°	360 pesos,	76 pesos,	13 sueld.	2 diner.	118	avos.
2°	580 »	123 »	10 »	2 »	82	
3°	450 »	95 »	16 »	6 »	78	
	1390 »	296 »	0 »	0 »	0/139	

	Caudales.	Ganancias.			E.	
1°	360	76 pesos,	5 reales,	9 diner.	61	avos.
2°	580	123 »	4 »	2 »	106	
3°	450	95 »	6 »	19 »	111	
	1390 pes.	296 »	0 »	0 »	0/139	

	Caudales.	Ganancias.			F.	
1°	360	76 pesos,	10 sueld.	9 diner	61	avos.
2°	580	123 »	8 »	2 »	106	
3°	450	95 »	13 »	3 »	111	
	1390 pes.	296 »	0 »	0 »	0/139	

	Caudales.	Ganancias.			G.	
1°	360	76 pesos,	5 real floj.	10 mar.	86	avos.
2°	580	123 »	4 »	3 »	15	
3°	450	95 »	6 »	22 »	38	
	1390 p.s	296 »	0 »	0 »	0/139	

	Caudales.	Ganancias.		H		
1°	3 6 0 pesos	7 6 pesos.	1 5 sueldos.	0 diner.	4	avos.
2°	5 8 0 »	1 2 3 »	1 1 »	6 »	130	avos.
3°	4 5 0 »	9 5 »	1 8 »	8 »	144	avos.
	1 3 9 0 »	2 9 6 »	45 »	4 »	$\frac{0}{138}$	
		½	22	8		

	Caudales.	Ganancias.		Y		Avos.
1°	3 6 0	7 6 pesos,	5 real. plata,	4 cuart.	2 mar.	122
2°	5 8 0	1 2 3	4	1	1	73
3°	4 5 0	9 5	6	9	3	83
	1 3 9 0	2 9 6	0	0	0	$\frac{0}{139}$

	Caudales.	Ganancias.		J.		
1°	3 6 0	7 6 pesos,	9 reales,	6 diner.	54	avos.
2°	5 8 0	1 2 3	7	3	87	avos.
3°	4 5 0	9 5	1 1	1 3	137	avos.
	1 3 9 0 pesos,	2 9 6	0	0	$\frac{0}{139}$	

Escrito, y sumado lo que interesó cada compañero, como parece en la coluna de los caudales: escrito asimismo lo que ganaron entre todos, y la v que supongo ganó el primero, la x que supongo ganó el segundo, y la z que supongo ganó el tercero, como se ve figurado en la coluna de las ganancias; fórmese para el primero la proporcion $1390 : 296 :: 360 : v$ para el segundo la proporcion $1390 : 296 :: 580 ; x$: para el tercero la proporcion $1390 : 296 :: 450 : z$, cuya resolucion en monedas comunes al reino (que lo es el peso sencillo, que en toda la monarquia se cuenta por 8 reales de plata antigua, y cada uno de estos por 34 maravedís de plata vieja) dará á entender lo que está decifrado en la fórmula *A*: en monedas corrientes en Castilla, contando el peso de 15 reales de vellon cabales, lo que se espresa en la fórmula *B*, y contándolo de 15 reales, 2 maravedís de vellon, lo que se manifiesta en la fórmula *C*: en monedas

de Valencia (*E.* advertencia sobre el problema 98. pág. 35.) lo que declara la fórmula *D*: en monedas de Aragon lo que presentan las fórmulas *E* y *F*: en monedas de Navarra lo que indica la fórmula *G*: en monedas de Mallorca lo que evidencía la fórmula *H*: en monedas usuales en Cadiz lo que muestra la fórmula *Y*: en monedas de Cataluña lo que hace patente la fórmula *J*.

139. De cuatro artesanos, que hicieron compañia, el primero interesó por 648 tt ß, el segundo por 850, el tercero por 1235, y el cuarto por 976. Finida la compañia, se hallaron con la pérdida de 791 tt 15 ß. Pídese, cuánto perdió cada uno?

	Caudales.	*Pérdidas.*	
1°...	648 tt.....	v=138 tt 6 ß 6 d^s.	1578
2°...	850 tt.....	x=181 tt 8 ß 11 d^s.	1177
3°...	1235 tt.....	y=263 tt 12 ß 7 d^s.	2561
4°...	976 tt.....	z=208 tt 6 ß 10 d^s.	2102
	3709 tt ß.......	791 tt 15 ß 0.......	$\frac{0}{3709}$

Dispuestas las colunas de los caudales, y la de las pérdidas, suponiendo que el primero perdió v, el segundo x, el tercero y, y el cuarto z; resuélvanse estas cuatro proporciones 3709 : 791 tt 15 ß :: 648 : v, 3709 : 791 tt 15 ß :: 850 : x, 3709 : 791 tt 15 ß :: 1235 : y, y 3709 : 791 tt 15 ß :: 976 : z; y escribiendo ordenadamente en la coluna de las ganancias el valor de cada incógnita, se tendrá que el primero, habiendo interesado por 648 tt, perdió 138 tt 6 ß 6 y $\frac{1578}{3709}$ avos, el segundo por 850 tt, perdió 181 tt 8 ß 11 y $\frac{1177}{3709}$ avos; el tercero por 1235 tt, perdió 263 tt 12 ß 7 y 2561. 3709 avos; y el cuarto por 976 tt, perdió 208 tt 6 ß 10 dineros, y 2102. 3709 avos.

140. Tres comerciantes en comun negociacion emplearon 1840 tt, y finido el tiempo, hallaron que el primero, á proporcion de lo que puso, perdió 245 tt, el segundo 186, y el tercero 160. Pídese, cuánto puso cada uno?

	Caudales.		*Pérdidas.*
1°...	x=762 tt 15 ß 5...	585.....	245 tt
2°...	y=579 tt . 1 ß 8...	420.....	186 tt
3°...	z=498 tt . 2 ß 9...	177.....	160 tt
	1840 tt 0 ß 0...	$\frac{0}{591}$.....	591 tt

Escritas en la coluna de la derecha las pérdidas parciales, y debajo de ellas la total, escríbase á la izquierda de este el caudal comun. Y suponiendo ser x el caudal que empleó el primero, y el que empleó

el segundo, y z el que empleó el tercero, escríbanse estas incógnitas en la coluna de los caudales. En fin resuélvanse estas proporciones 591 : 1840 : : 245 : x, 591 : 1840 : : 186 : y, y 591 : 1840 : : 160 : z; y escribiendo ordenadamente lo que saliere en ellas en la coluna de los caudales á la derecha de dichas incógnitas, se tendrá que el primero puso 762 tt 16 ß 5 585. 591 avos; el segundo 579 tt 1 ß 8 $\frac{420}{591}$, y el tercero 498 tt 2 ß 9 dineros 177. 591 avos.

141. Cuatro artesanos hicieron compañia. Entre todos ganaron 1280 tt. El primero puso 864 tt; el segundo no se sabe cuanto, pero sí que ganó 450 tt; el tercero puso 1050 tt, y el cuarto 900. Pídese, cuánto puso el segundo, y cuánto ganó cada uno de los otros tres?

	Caudales.	*Ganancias.*	
1°..........	864 tt.......	x=254 tt 16 ß 9 *dins*.....	873
2°.....	v=1525 tt $\frac{55}{83}$......	450 tt	
3°..........	1050 tt.......	y=309 tt 14 ß 0 *dins*.....	504
4°..........	900 tt.......	z=265 tt 9 ß 2 *dins*.....	30
	4339 tt $\frac{55}{83}$.....	1280 tt 0 ß 0..........	$\frac{0}{1407}$

Escritos ordenadamente los términos, é incógnitas en sus correspondientes colunas, escríbase en dichas colunas á la derecha de sus propias incógnitas lo que saliere en estas proporciones 1280—450=830 : 864+1050+900=2814 : : 450 : v, 1407 : 415 : : 864 : x, 1407 : 415 : : 1050 : y, y 1407 : 415 : : 900 : z, y se tendrá lo que se pide. Adviértase, que resuelta la proporcion que corresponde al segundo compañero, se continúa la resolucion de las que pertenecen á los otros tres, como si el segundo no estuviese en la compañia; pero con los términos de la primera razon abreviados por mitad.

142. Tres mercaderes hicieron compañia. El primero puso 345 tt, el segundo 560, y el tercero 624. Al fin se hallaron con 537 tt 12 ß de ganancia. Pídese, cuánto ganó cada uno, y á razon de cuanto por ciento?

Caudales.	*Ganancias.*	
1°...345 tt....v	=121 tt . 6 ß . 0...	1032
2°...560 tt....x	=196 tt 17 ß 11...	545
3°...634 tt....y	=219 tt . 7 ß 11...	1481
1529 tt........	537 tt 12 ß Ø...	$\frac{0}{1592}$

Repásense los egemplos 137, 138 y 139, y no se tendrá dificultad en encontrar que lo que ganó cada uno es lo que parece figurado en la coluna de las ganancias. Resuélvase en fin esta proporcion 1529 : 537 tt 12 ß : : 100 : z, y se hallará que ganaron á razon de 35 tt 3 ß 2 dineros 698. 1529 avos por ciento.

143. Tres comerciantes hicieron compañía. El primero puso 800 reales, el segundo 700, y el tercero 500. Pregunto, admitiendo el 15 por ciento, que les ofrece otro comerciante, cuánto deberá este entregar á cada uno?

Caudales.	*Caudales y ganancias.*
1°....800 *reales....*	v=920 *real.*
2°....700 *reales....*	x=805 *real.*
3°....500 *reales....*	y=575 *real.*

Resuélvanse estas tres proporciones 100 : 115 : : 800 : v, 100 : 115 : : 700 : x, y 100 : 115 : : 500 : y. Y escribiendo lo que saliere en la coluna de los caudales y ganancias, se tendrá lo que se debe entregar á cada uno.

144. Juan y Diego en una compañía ganaron 431 reales, de los cuales á Juan tocaron 245, y los restantes 186 tocaron á Diego. Ganaron á 10 por ciento. Pídese, cuánto puso cada uno?

Caudales.	*Ganancias.*
Juan....2450 *real...*	245 *r*ˢ.
Diego..1860 *real...*	186 *r*ˢ.
4310 *real...*	431 *r*ˢ.

Escríbase en la coluna de los caudales lo que saliere en esta proporcion 10 : 100 : : 245 : x, y se tendrá lo que puso Juan, y luego por órden lo que saliere en esta 10 : 100 : : 186 : z, y se tendrá lo que puso Diego.

145. Tres comerciantes en una compañía ganaron 4568 libras jaquesas ó de Aragon. Pídese, tocando al primero á razon de 6 por ciento, al segundo á 8, y al tercero á 12, cuánto corresponde á cada uno?

Ganancias.			
1°... 6...1054	tt . 3	ŝ	1...3
2°... 8...1405	tt 10	ŝ	12...4
3°...12...2108	tt . 6	ŝ	2...6
26...4568	»	0 ŝ	0...$\frac{0}{13}$

Lo que á cada uno toca por ciento escríbese á manera de caudales; y resolviendo estas tres proporciones 26 : 4568 : : 6 : v, 26: 4568 : : 8 : x, y 26 : 4568 : : 12: y; se hallará, que á cada uno corresponde lo que parece figurado en la coluna de las ganancias.

146. Tres artesanos hicieron compañía con pacto, que el primero tuviese de la ganancia á razon de 8 por ciento, el segundo á 10, y el tercero á 12. Pregunto, habiendo ganado 2458 pesos, cuánto corresponde á cada uno? Observando lo mismo que en el egemplo antecedente, no habrá dificultad en responder, que al primero le corresponden 655 pesos, 6 reales, 12 dineros $\frac{24}{30}$ avos de Cataluña; al segundo 819 pesos, 4 reales, 16 dineros, y al tercero 983 pesos, 2 reales, 19 dineros $\frac{6}{30}$ avos.

147. En una compañia Pedro puso 781 reales de vellon castellano, Juan 430, y Diego 600. Finida esta, hallaron 2500 entre caudal y ganancia. Pregúntase, cuánto ganó cada uno?

Caudales.		Ganancias.					
Pedro..781	real..	297	real.	4	mar..	984	
Juan... 430	» ..	163	»	20	» ..	398	
Diego..600	» ..	228	»	. 9	» ..	429	
1811	» ..	689	»	0	» ..		$\frac{0}{1811}$

De los 2500 reales de vellon, que pusieron, y ganaron entre los tres, quítense los 1811 que pusieron entre todos; y se tendrá que juntos ganaron 689 reales de vellon, cuya cantidad, escrita debajo de la coluna de las ganancias, da á entender, que continuando la resolucion como en los tres primeros egemplos, cada uno ganó lo que indica la coluna de las ganancias.

148. Pedro, Pablo, Juan y Diego, residentes en Cataluña, en una compañia ganaron 1488 tt. Pedro puso 845 tt, Pablo 134 cuarteras de trigo estimado á 52 reales, 18 dineros la cuartera, Juan 84 quintales, 3 arrobas $\frac{1}{2}$ de cacao estimado á 48 tt el quintal, y Diego 240 canas, 4 palmos de paño estimado á 8 tt 16 ŝ la cana. Pídese, cuánto corresponde á cada uno?

	Caudales.	Ganancias.	
Pedro...	845 tt . . ß...	162 tt . 8 ß 0...	192
Pablo...	706 » 17 ß...	135 » 17 ß 0...	84
Juan.....	4074 » . . ß...	782 » 19 ß 9...	279
Diego...	2116 » , 8 ß...	406 » 15 ß 1...	111
	7742 » . 5 ß.	1488 » 0 ß 0...	$\frac{0}{333}$

Escribiendo en la coluna de los caudales los productos que resultan multiplicando el trigo espresado por lo que vale cada cuartera, el cacao por lo que vale el quintal, y el paño por el valor de una cana; y escribiendo con el mismo órden en la coluna de las ganancias lo que saliere en estas proporciones 7742 tt 5 ß : 1488 :: 845 : v, 333 : 64 :: 706 tt 17 ß : x, 333 : 64 :: 4074 : y, y 333 : 64 :: 2116 tt 8 ß : z, se tendrá lo que corresponde á cada uno; pero adviértase, que antes de resolver la primera proporcion ha de reducirse (XIII. pág. 15.) el término primero á sueldos, y trasladar luego (IV. definicion 16. pág. 2 y 3) el término segundo á su propia especie. Trasladados así estos términos, *redúzcanse* (XI. pág. 12.) á la menor espresion, y se tendrá la rason 333 : 64, que será comun á las otras tres proporciones.

149. Pedro, Pablo y Juan en una compañia ganaron 834 reales flojos navarros. Pedro puso 746 escudos modernos de oro, Pablo 580, y Juan ciertas mercadurías. Pregunto, habiendo tocado á este por su justa ganancia 342 reales flojos, cuánto valen sus mercadurías, y cuanto ganó cada uno de los otros dos?

	Caudales.	Ganancias.		
Pedro....	746 *escud...*	x=276 *r^s. floj.* 28 *mar..*	148	
Pablo....	580 *escud...*	z=215 » . 7 » ..	73	
Juan. v=	921 *escud.* $\frac{30}{41}$..	342 »		
	2246 *escnd.* $\frac{32}{41}$..	834 *r^s. floj.* 0	$\frac{0}{221}$	

De los 834 reales flojos, que ganaron entre todos, quítense los 342 que ganó Juan, y se tendrá 492. Súmense despues los 746 escudos nuevos que puso Pedro con los 580 que puso Pablo; y saliendo 1326, fórmese la proporcion 492 : 1326 :: 342 : v, cual resuelta dará á entender que las mercadurías, que puso Juan valen 921 escudos del sello moderno, 15 reales flojos, 19 maravedís 31. 41 avos de otro maravedí navarro. El escudo de oro del nuevo sello vale 21 reales flojos, 9 maravedís navarros.

res. En fin resuélvanse (prob. 141 pág. 59.) estas dos proporciones 1326 : 492 : : 746 : x, y 221 : 82 : : 580 : z, y se hallará lo que parece en la coluna de las ganancias.

150. Por cierta feria hicieron compañía Pedro, Juan y Diego. Pedro puso 12 piezas de paño estimado á 218 tt la pieza, Juan puso 46 piezas de lienzo estimado á 34 tt la pieza, Diego puso 15 piezas de terciopelo, cuyo valor se ignora: pero se tiene noticia que de las 548 tt, que ganaron, tocaron á este 138. Pídese, cuánto valen las 15 piezas de terciopelo, y cuanto ganó cada uno de los otros dos?

	Caudales.	*Ganancias.*
Pedro....	2616 tt.	256 tt 11 ♃ 10...164
Juan......	1564 tt.......	153 tt . 8 ♃ . 1...254
Diego....	1406 tt $\frac{38}{41}$ ..	138 tt
	5586 tt $\frac{38}{41}$...	548 tt 0 ♃ 0.... $\frac{0}{418}$

Repásese el egemplo 148, y el 149, y se hallará con facilidad el caudal de Diego, y lo que ganó Pedro y Juan, con lo demas que parece figurado en las colunas.

151. Un comerciante debe 8635 tt á Pedro, Juan y Diego; á saber, á Pedro 3840, á Juan 2987, y á Diego 1808. Pero adviértase, que el tal comerciante falleció dejando su hacienda de modo, que solamente pueden cobrarse 5263 tt. Esto supuesto pregunto, cuánto cobrara cada uno de los tres proporcionalmente?

	Habian de cobrar.	*Solamente cobrarán.*
Pedro....	3840 tt....	2340 tt . 9 ♃ 3...6315
Juan.....	2987 tt.....	1820 tt 11 ♃ 3...5715
Diego....	1808 tt....	1101 tt 19 ♃ 4...5240
	8635 tt....	5263 tt 0 ♃ 0... $\frac{0}{8635}$

Es muy fácil la resolucion del presente problema, como se mire con atencion lo que parece figurado en las colunas, y se repase lo que practicamos sobre los egemplos 137 y 139.

152. Juan y Diego han de cobrar 30 libras jaquesas, de las cuales tocan 23 á Juan, y 7 á Diego. Pídese, condonando 13, cuántas tocan proporcionalmente á cada uno?

Habian de cobrar.		Solo cobrarán.		
Juan......23 tt	........13 tt	. . ß	10 $\frac{2}{3}$
Diego.... 7 tt	.... 3 tt	19 ß	5 $\frac{1}{3}$
30 tt	........71 tt	0 ß	0 $\frac{2}{3}$

De las 30 tt ß quítense 13, y quedarán 17 para repartir. En lo demas imítese el egemplo antecedente, y se hallará con facilidad lo que se pide.

153. Pedro y Pablo han de partirse 2000 reales de vellon castellano, de modo que la porcion de Pedro ha de exceder á la de Pablo á proporcion de lo que 11 excede á 7. Pregúntase, cuánto tocará á cada uno?

Caudales.	*Ganancias.*		
Pedro..11...1222	*real.*	7 *mar.*	$\frac{5}{9}$
Pablo.. 7... 777	"	26 "	$\frac{4}{9}$
18...2000	*real.*	0 *mar.*	$\frac{0}{9}$

Suponiendo que 11 y 7 son los caudales, y 2000 la ganancia comun, será muy fácil encontrar que á cada uno tocará lo que parece figurado en la coluna de las ganancias; cuyas cantidades es cierto ser las que se piden, porque multiplicando 1222 reales, 7 maravedís $\frac{5}{9}$ por 7, y asimismo 777 reales, 26 maravedís $\frac{4}{9}$ por 11, salen productos iguales.

154. Tres mercaderes en una compañia pusieron 9000 pesos, y ganaron 3000. Finida la compañía, encontraron que al primero entre caudal y ganancia le tocaron 4600 pesos, al segundo 3900, y al tercero 3500. Pregunto, cuántos pesos puso, y cuantos ganó cada mercader?

Caud[s]. *y gan*[s].	*Caud*[s].	*Gan*[s].
1°....4600	3450	1150
2°....3900	2925	 975
3°....3500	2625	 875
12000 *pesos*	..9000 *p*[s].	3000 *p*[s].

A esta razon 12000 : 9000 póngasele por órden la del caudal y ganancia de cada compañero, y se tendrán tres proporciones tales, que resolviéndolas nos darán la coluna de los caudales. Del caudal y ganancia de cada compañero réstese su propio caudal, y saldrán las diferencias que indica la coluna de las ganancias. De estas dos colunas la de los caudales manifiesta los pesos que puso cada mercader, y la de las ganancias los que ganó; luego, &c.

155. Otros tres mercaderes en una compañia ganaron 745 tt. Entre caudal y ganancia tocaron al primero 849 tt, al segundo 1250, y al tercero 986. Pídese, cuánto puso, y cuanto ganó cada uno?

Caudales y ganancias.	Caudales.	Ganancias.	Avos.
1º..... 849 tt	643 tt 19 ʒ 5 $\frac{479}{617}$	205 tt . . ʒ 6	138
2º.....1250 tt	948 tt . 2 ʒ 8 $\frac{416}{617}$	301 tt 17 ʒ 3	201
3º..... 986 tt	747 tt 17 ʒ 9 $\frac{339}{617}$	238 tt . 2 ʒ 2	278
3085 tt		745 tt . 0 ʒ 0	$\frac{0}{617}$

Esta razon 3085 : 745, que reducida compone esta 617 : 149, compárese á cada caudal y ganancia; y resolviendo las tres proporciones que salieren, resultará lo que parece en la coluna de las ganancias. Quítense por órden estas ganancias de los caudales y ganancias de la primera coluna; y teniendo la de los caudales, repásese el egemplo antecedente, y no habrá dificultad en responder á lo que se pide.

156. Juan y Diego hicieron compañia. Juan puso 1465 libras jaquesas, y ganó 638. Entre lo que puso y ganó Diego sube á 1897 tt. Pídese, cuánto puso y cuánto ganó Diego?

	Caudales.	Ganancias.
Juan	1465 tt	638 tt
Diego	1321 tt 9 ʒ 14 $\frac{1166}{2103}$	575 tt 10 ʒ 1 $\frac{177}{2103}$
	2786 tt 9 ʒ 14 $\frac{1926}{2103}$	1213 tt 10 ʒ 1 $\frac{177}{2103}$

Resuélvase esta proporcion 1465 tt + 638 = 2103 : 1465 : : 1897 : x, y teniendo lo que puso Diego, resuélvase esta 2103 : 638 : : 1897 : z, y se tendrá lo que el mismo ganó.

157. Pedro, Juan y Diego en una compañia ganaron 985 reales de vellon. Pedro puso 746 pesos, y el trabajo de la negociacion, por el cual se le ha de entregar 1 quinto de la ganancia; Juan puso 1468 pesos, y Diego 1580. Pregunto, cuánto corresponde á cada uno?

Caudales.		Ganancias.				Avos.
Pedro.. 746	pesos..	154	reales	32	mar.....	20
Juan.... 1468	» ..	304	»	30	»	.1026
Diego.. 1580	» ..	328	»	.5	»	...858
3794	» ..	985	»	0	»	$\frac{0}{1897}$
Quítese..... $\frac{1}{5}$	...	197				
		788	reales de vellon.			

Quitado el quinto de la ganancia comun, será el caudal comun á la diferencia que salió, como cada caudal á la ganancia que le está en frente; luego, &c.

158. Tres comerciantes hicieron compañía. El primero puso 4000 pesos fuertes, el segundo 5000, y el tercero 3000. Finida la compañía, entre caudal y ganancia hallaron 17000 pesos. Pídese, habiendo satisfecho los 800, que se hicieron de gastos por dicha compañía, cuántos de los restantes corresponderán á cada uno?

Caudales.	Ganancias.
1°...4000 pes...	1400 pes.
2°...5000 » ...	1750 »
3°...3000 » ...	1050 »
1200 pes...	4200 pes.

Habiendo quitado del caudal y ganancia comun 17000 pesos el caudal comun 12000 pesos, quítense de la diferencia ó ganancia comun 5000 los 800 de gastos; y quedando para repartir 4200 pesos, prosígase la resolucion como en el egemplo 137. pág. 54., y se hallará que á cada comerciante corresponderá lo que indica la coluna de las ganancias.

159. En una compañía, que hicieron Pedro, Juan y Diego, ganaron 945 reales, los cuales han de partirse de modo, que cuantas veces Pedro tomará 3, tantas veces Juan ha de tomar 5, y Diego 7. Pídese, cuántos tocarán á cada uno?

		Ganancias.
Pedro...	3.....	189
Juan.....	5.....	315
Diego...	7.....	441
	15.....	945

Supóngase que el 3, 5 y 7 son los caudales, y continuando la resolucion como se hizo en el egemplo 137. pág. 54. se hallará, que á cada interesado tocarán los reales que manifiesta la coluna de las ganancias. Y es así, porque partiendo 189 por 3, 315 por 5, y 441 por 7, salen cantidades iguales.

160. Pedro, Pablo y Bernardo en una compañía ganaron 5427 pesos, que han de partirse de modo, que cuantas veces Pedro tendrá 3, otras tantas haya Pablo de tener 5, y cuantas veces

Pablo tendrá 4, otras tantas haya Bernardo de tener 7. Pídese, cuánto corresponde á cada uno?

Pedro........	12....	972
Pablo........	20....	1620
Bernardo...	35....	2835
	67....	5427

Búsquense tres números tales que observen las condiciones del problema; y escritos en la primera coluna, á manera de caudales, resuélvase esta regla como la antecedente, y se hallará que á cada individuo corresponden los pesos que indica la segunda coluna. Y es así, porque partiendo 972 por 3, y 1620 por 5, salen cantidades iguales, é igualmente partiendo 1620 por 4, y 2835 por 7.

161. Gracia, Lucia, Francisca y Eulalia han de partirse 12 naranjas de modo, que Gracia ha de haber la mitad, Lucia el tercio, Francisca el cuarto, y Eulalia el sexto. Piden estas señoritas, cuántas corresponden á cada una?

Gracia.......	6......	$4\frac{4}{5}$
Lucia........	4......	$3\frac{1}{5}$
Francisca...	3......	$2\frac{2}{5}$
Eulalia......	2......	$1\frac{3}{5}$
	15....	$12\frac{0}{5}$

Tómese la mitad, tercio, cuarto y sexto de 12, cuya suma será 15, como parece en la primera coluna. Prosígase la resolucion como en las dos reglas antecedentes, y se hallará que á cada señorita corresponden las naranjas que parecen figuradas en la segunda coluna.

162. Si 12 amigos se hubiesen de partir 5172 pesos en esta forma: Que el primero hubiese de haber 6 partes, el segundo 5 partes $\frac{1}{2}$, el tercero 4 y $\frac{2}{3}$, el cuarto 3 y $\frac{3}{4}$, y los 8 restantes cada uno 2 partes, cuánto tocaria á cada uno de por sí?

1°..............	6..........	864
2°..............	$5\frac{1}{2}$.......	792
3°..............	$4\frac{2}{3}$.......	672
4°..............	$3\frac{3}{4}$.......	540
8 *restantes*...	16.......	2304
	$35\frac{11}{12}$...	5172

Sumando las partes, que por órden estan colocadas en la primera coluna, se tendrá $35\frac{11}{12}$. Partiendo los 5172 pesos por dichas 35 partes $\frac{11}{12}$ saldrá, que cada parte consta de 144 pesos; luego multiplicando 144 por 6, despues por 5 $\frac{1}{2}$, luego por 4 $\frac{2}{3}$, despues por 3 $\frac{3}{4}$, y finalmente por 16, se tendrá que á los cuatro primeros, y por órden á los 8 restantes, tocarian los pesos que indica la segunda coluna. Si de los 2304 pesos, que tocarian á los 8 restantes, se toma el octavo, saldrá que á cada uno de estos tocarian 288 pesos. Esta regla puede tambien resolverse por reglas de proporcion como las antecedentes.

163. Un navio en cierto viage ganó 4794 duros, de los cuales, por contrata, el dueño de dicho navío ha de haber 3 partes ½, el patron 2 partes, el piloto 1 parte ¾, el escribano 1 parte ½, 24 marineros 1 parte cada uno, y 5 muchachos ½ cada uno. Pregunto, cuántos duros ha de haber cada uno de por sí?

El dueño del navío...	3 ½...	476
El patron...	2...	272
El piloto...	1 ¾...	238
El escribano...	1 ½...	204
Los 24 marineros...	24...	3264
Los 5 muchachos...	2 ½...	340
	35 ¼..	4794

Partiendo los 4794 duros por las 35 partes ¼ se tendrá, que cada parte consta de 136 duros, cuyo cociente indica lo que ha de haber cada marinero, y su mitad, que es 68 lo que corresponde á cada muchacho. Multiplicando aquel mismo número de 136 duros por 3 ½, despues por 2, luego por 1 ¾, despues por 1 ½, luego por 24, y finalmente por 2 ½, saldrá, no solamente que á todos los 5 muchachos, y á todos los 24 marineros, sino tambien á cada uno de los otros de por sí, corresponden *los duros* que manifiesta la segunda coluna.

164. Un navío, que llevaba 37 personas, apresó á otro, en el que hallaron 25704 durillos, los cuales han de partirse en esta forma: Que el patron ha de haber 3 partes ½ y ⅛, el capitan 2 partes ¾, el piloto 2 partes ½ y ⅛, el escribano 2 partes, los 28 marineros 1 parte ½ cada uno, los 5 muchachos cada uno ¾ y ⅛. Pídese, cuánto corresponde á cada uno?

El patron...	3 ½ y ⅛...	1624
El capitan...	2 ¾...	1232
El piloto...	2 ½ y ⅛...	1176
El escribano...	2...	896
Los 28 marineros.	42...	18816
Los 5 muchachos...	4 ¼ y ⅛...	1960
	57 ¼ y ⅛...	25704

Porque partiendo los 25704 durillos por las 57 partes ¼ y ⅛, el divisor se ha de reducir á la última especie, multiplicándolo por 8, ó bien por 4, y el producto por 2, multiplíquese asimismo el dividendo por 8, y partido el producto 205632 por el producto 459, se tendrá que cada parte consta de 448 durillos, cuya cantidad multiplicada primeramente por 3 ½ y ⅛, despues por 2 ¾, luego por 2 ½ y ⅛, despues por 2, luego por 42, y en conclusion por 4 ¼ y ⅛, nos dará á entender, que al patron, al capitan, al piloto, al escribano, á los 28 marineros, y á los 5 muchachos les corresponden

los durillos que ordenadamente siguen á la derecha en la segunda columna. Hemos dicho que cada parte consta de 448 durillos; luego si á este número se añade su mitad, resultará que á cada marinero corresponden 672 durillos. Asimismo se tendrá que á cada muchacho corresponden 392 durillos, sumando la mitad de dichos 448 durillos con la mitad de la tal mitad, y la mitad de esta última mitad?

XXXVIII.

Para examinar las reglas de compañía simple multiplíquese cada ganancia por el caudal comun; y si la suma de estos productos sale igual á la suma de los productos que resultan, multiplicando cada caudal por la ganancia comun, estará exacta la operacion; v. gr.

165. Pedro, Juan y Diego hicieron compañía. Pedro puso 300 doblones, Juan 400, y Diego 500. Entre los tres ganaron 600 pesos. Pídese, cuánto ganó cada uno á proporcion de lo que puso?

Caudales.	*Ganancias.*
Pedro..300 *dobl.*	....150 *p^s.*
Juan....400 "	....200 *p^s.*
Diego..500 "	....250 *p^s.*
1200 *dobl.*	....600 *p^s.*

Repásense los problemas y reglas antecedentes, y no habrá dificultad en hallar que cada interesado ganó los pesos que estan decifrados en la coluna de ganancias.

Examen.

$$150\times1200+200\times1200+250\times1200=300\times600+400\times600+500\times600$$
$$180000+240000+300000=180000+240000+300000$$
$$720000=720000.$$

Tambien habriamos encontrado estar exacta la operacion, reduciendo cada miembro á los menos términos; pues en tal caso habria salido $1=1$.

XXXIX.
COMPAÑIA COMPUESTA.

Cuando en la compañía hay tiempo desigual se llama regla de compañía compuesta con tiempo, y se reduce á simple, multiplicando el caudal de cada interesado por su respectivo tiempo, prosiguiendo luego la resolucion por regla de tres simple, como está dicho; v. gr.

166. Pedro y Pablo en una compañía ganaron 820 reales. Pedro expuso 700 pesos por 6 meses, y Pablo 500 por 8. Pídese, cuánto ganó cada uno á proporcion del caudal y tiempo?

	Caudales.	*Meses.*	*Productos.*	*Ganancias.*
Pedro	700	6	4200	420 *reales.*
Pablo	500	8	4000	400 *reales.*
			8200	820 *reales.*

Escríbanse los términos como parece, multiplicando el caudal de cada interesado por su respectivo tiempo, y se tendrán los productos 4200, y 4000, cuya suma es 8200, y quedará esta compañía compuesta reducida á simple: pues que á proporcion ganarán tanto 4200 pesos en 1 mes, como 700 en 6 meses, y asimismo 4000 en 1 mes, como 500 en 8 meses; luego resolviendo estas dos proporciones 8200 : 820 : : 4200 : x, y 8200 : 820 : : 4000 : z, se tendrá que Pedro ganó 420 reales, y Pablo 400, como queda indicado en la coluna de las ganancias.

167. Pedro, Juan y Diego hicieron compañía. Pedro puso 650 tt por 8 años, Juan 780 por 6 años, y Diego 900 por 5 años. Perdieron 842 tt 15 ß. Pregunto, cuánto perdió cada uno?

	Caudales.	*Años.*	*Productos.*	*Pérdidas.*	*Avos.*
Pedro	650	8	5200	304 tt 14 ß 11	659
Juan	780	6	4680	274 " . 5 ß . 5	665
Diego	900	5	4500	263 " 14 ß . 6	114
			14380	842 tt 15 ß 0	0/719

Multiplíquese el caudal de cada interesado por su respectivo tiempo; y continuando la resolucion como en el egemplo antecedente, se hallará que cada uno de dichos interesados perdió lo que ordenadamente parece figurado en la coluna de las pérdidas.

168. Tres mercaderes en una compañía perdieron 3400 tt ß. El primero puso 1475 tt ß por 2 años; el segundo 2300 por 1 año y medio, y el tercero 1900 por 16 meses. Pídese, cuánto perdió cada uno?

Caudales.	Meses.	Productos.	Pérdidas.	
1º...1475	24	35400	1122 tt 15 ß 2	368
2º...2300	18	41400	1313 » 1 ß 2	176
3º...1900	16	30400	964 » 3 ß 6	528
		107200	3400 tt Ø ß Ø	$\frac{0}{336}$

Practíquese lo mismo que en los dos egemplos antecedentes, y se hallará que cada mercader perdió lo que manifiesta la coluna de las pérdidas.

169. De tres comerciantes, que hicieron compañía, el primero puso 86 doblones en el dia primero de la compañía, que fue en 1 de Mayo de 1801; el segundo puso 94 doblones en el dia 1 de Agosto de dicho año, y el tercero puso 125 doblones en 1 de Junio del año 1802. Ganaron 215 pesos. Pregúntase, habiendo dado fin á dicha compañía en el dia 1 de Mayo de 1804, cuánto ganó cada uno?

Caudales.	Meses.	Productos.	Ganancias.	Avos
1º...86	36	3096	73 pes. 2 real. plata. 14 cuart.	6450
2º...94	33	3102	73 » 4 » 0 »	8256
3º.125	23	2875	68 » 1 » 0 »	3440
		9073	215 pes. Ø » Ø »	$\frac{0}{9073}$

Practicando lo mismo que en los tres egemplos antecedentes, se encontrará que cada comerciante ganó los pesos, reales antiguos de plata y cuartos, que por órden indica la coluna de las ganancias.

170. Tres artesanos de Barcelona en comun negociacion ganaron 3800 libras de ardites, y á mas de estas hallaron 968 cuarteras de trigo, medida barcelonesa, en el almacen. El primero puso 2400 tt ß por 5 años; el segundo 2900 por 6 años, y el tercero 3600 por 4 años. Pídese, cuántas libras de ardites, y cuántas cuarteras de trigo corresponden á cada uno?

	Caudales.	Años.	Productos.	Ganancias.
1º	2400	5	12000	1041 tt. 1 ℥ 11.....3
2º	2900	6	17400	1509 » 11 ℥. 9...81
3º	3600	4	14400	1249 ». 6 ℥. 3.135
			43800	3800 tt 0 ℥ 0.. $\frac{0}{219}$
				1º....265 cuart^s. 2 cuart^s....102
				2º....384 » 6 » 126
				3º....318 » 2 » 210
				968 cuart^s. 0 » ....$\frac{}{219}$

Si á esta razon 43800 : 3800 se compara por órden cada término de la coluna de los productos, y luego con el mismo órden se comparan á esta 43800 : 968 los mismos términos de dicha coluna; se tendrán seis proporciones tales, que resolviéndolas nos manifestarán, que á cada artesano corresponde lo que indica la coluna de las ganancias.

171. Cuatro amigos en una compañia ganaron 2412 reales; de los cuales al primero cupieron 720 por 180 duros, que puso por 4 meses; al segundo 684 por 171 duros, que puso por cierto tiempo; al tercero 540 por cierto caudal, que expuso por 3 meses, 10 dias, y al cuarto los reales restantes por igual caudal que el primero. Pregúntase; el tiempo que estuvo el segundo en la compañia, el caudal que puso el tercero, y la ganancia, y tiempo del cuarto?

	Caudales.	Dias.	Ganancias.
1º	180 duros	120	720 real.
2º	171 »	t=120	684 »
3º	v=162 »	100	540 »
4º	180 »	x=78	468 »
			2412 real.

Escríbanse los términos conocidos como parece. Súmense luego las ganancias parciales, escribiendo en el mismo acto en cuarto lugar el número que falta para componer la ganancia total; y dispuestos así los términos, resuélvanse estas cuatro proporciones: 180 duros... 720 reales... 120 dias : : 171 duros... 684 reales...t : 720 reales... 120 dias... 180 duros : : 540 reales... 100 dias...v; y 720 reales : 120 dias : : 468 reales : x;

y se responderá lo que nos da á entender la coluña de los caudales, y la de los tiempos. Adviértase, que de las dos proporciones compuestas, la primera trae indirecta su primera proporcion simple, y la otra la segunda.

172. Pedro expuso 400 doblones por un año. Al cabo de 7 meses admitió á Pablo por compañero, con el pacto que habia de exponer tantos doblones, que de la pérdida ó ganancia le correspondiese el tercio. Pídese, cuánto ha de exponer dicho Pablo?

400 *doblones*	: *x doblones.*	
12 *meses*	: 5 *meses.*	
4800	: 5 x	: : 2 : 1

Si Pablo ha de exponer tanto que de la ganancia ó pérdida le corresponda el tercio; es evidente que á Pedro de 3 partes le corresponderán las 2; luego lo que expuso Pedro, á lo que ha de exponer Pablo, ha de estar en la razon de 2 á 1, como se ve en el egemplo. Tal vez esto se comprehenderá mejor en esta proporcion: 12 meses... 2 partes... 400 doblones : : 5 meses... 1 parte... x. En ambas es x=480; y así dígase, que Pablo ha de exponer 480 doblones.

173. Cuatro pueblos construyeron un puente sobre un rio, que costó 12800 pesos de á 8 reales plata de á 34 maravedís de plata vieja de España, con el pacto que el pueblo mas numeroso y mas cercano á dicho puente hubiese de pagar mas que los menores y mas distantes. La primera poblacion consta de 8900 almas, y media hora de distancia; la segunda de 2600 almas, y tres cuartos de hora de distancia; la tercera de 4200 almas, y 1 hora $\frac{1}{2}$ de distancia, y la cuarta de 3600 almas, y 2 horas de distancia. Pídese, cuánto ha de contribuir cada pueblo?

		Almas.	*Productos.*	*Han de contribuir.*							
1°...	12......	8900......	106800.....	8808	*pesos*	1	*real.*	33	*mar*...	29
2°...	8......	2600......	20800.....	1715	"	3	"	24	"	...18
3°...	4......	4200......	16800.....	1385	"	4	"	18	"	...22
4°...	3......	3600......	10800.....	890	"	5	"	26	"	...28
			155200...	12800	*pesos*	0	"	0	"	:.. $\frac{9}{97}$

Búsquese un número que contenga las distancias. Sea este el 6, que es el menor que las contiene en enteros; pues 6 partido por $\frac{1}{2}$ da 12; partido por $\frac{3}{4}$ da 8; partido por 1 $\frac{1}{2}$ da 4, y partido

por 2 da 3. Escritos estos cuatro números en la primera coluna, y multiplicados con ellos los de la segunda, se tendrá la tercera. Prosígase ahora como en el egemplo 166, y se hallará que cada pueblo ha de contribuir los pesos, reales y maravedís de plata antigua, que manifiesta la última coluna de la derecha.

174. Pedro y Pablo hicieron compañía por un año. Pedro puso 64 doblones, y despues de 8 meses añadió 21. Pablo puso 83 doblones, y al fin del quinto mes añadió 12. Perdieron 56 tt ß. Pídese la pérdida de cada uno?

	Caud^s.	*Meses.*	*Prod^s.*	*Sumas.*	*Pérdidas.*
Pedro...	64	8	512	852	24 tt 13 ß 10...66
	85	4	340		
Pablo...	83	5	415	1080	31 tt 6 ß 1...3
	95	7	665		
				1932	56 tt 0 ß 0...$\frac{0}{69}$

Si Pedro á los 64 doblones, que puso al principio de la compañía, añadió 21 al cabo de 8 meses, es evidente que en los 8 meses primeros de la compañía tenia 64 doblones empleados, y en los 4 meses restantes 85. Tambien está claro que si Pablo á los 83 doblones, que puso al principio de la compañía, añadió 12 al fin del quinto mes, tuvo empleados 83 doblones por 5 meses, y 95 por 7. Multiplíquese ahora cada caudal por su respectivo tiempo, y teniendo la coluna de los productos, súmense los que corresponden á Pedro, y separadamente los que corresponden á Pablo, y juntadas estas, se tendrá la de las sumas. Resuélvanse en conclusion estas dos proporciones 1932 : 56 : : 852 : x, y 1932 : 56 : : 1080 : z, y resultará que la pérdida de cada uno es la que parece figurada en la última coluna; á no ser que sea moneda de Aragon, que en tal caso la pérdida de Pedro será 24 libras, 13 sueldos, 14 dineros 42. 69 avos de otro dinero jaques, y la de Pablo 31 libras, 6 sueldos, 1 dinero 27. 69 avos.

175. Tres mercaderes hicieron compañía por 9 años. El primero puso 237 pesos, pero al fin del quinto año sacó 68. El segundo puso 325 pesos, y quitó 120 al principio del año séptimo. El tercero puso 186 pesos, pero añadió 59 á el fin del segundo año, y despues sacó 48 al principio del año sexto. Ganaron 4600 reales de vellon. Pregúntase, cuánto ganó cada uno?

	Caud^s.	Años.	Prod^s.	Sumas.	Ganancias.	Avos
1°....	237	5	1185	1861...	1354 *real.* 10 *mar.*	...3634
	169	4	676			
2°....	325	6	1950	2565...	1866 *real.* 21 *mar.*	...3735
	205	3	615			
3°....	186	2	372	1895...	1379 *real.* 1 *mar.*	.. 5273
	245	3	735			
	197	4	788			
				6321...	4600 *real.* 0 *mar.*	...$\frac{0}{6321}$

Multiplíquese el caudal del primer interesado por los 5 años que fue empleado, y se tendrá 1185; y porque al fin de 5 años sacó 68 pesos, le quedaron solamente 169 de caudal en los 4 años restantes; y así multiplicando 169 por 4, se tendrá 676, y la suma de los dos productos será 1861. Mirando con reflexion lo que se practicó respecto del primer interesado, y á mas de esto lo que se observó en la regla antecedente, no habrá dificultad en practicar lo que se debe en órden al segundo y tercero, ni tampoco en indagar que cada interesado ganó lo que ordenadamente parece figurado en la coluna de las ganancias.

176. En una compañía, que hicieron dos comerciantes por 3 años, ganaron 1846 tt. El primero puso 876 tt en el dia primero de la compañía, que fue á 1 de Marzo de 1782; pero sacó 352 al fin de dicho año, y añadió 240 á 1 de Junio de 1784. El segundo puso al principio 648 tt, y añadió 318 á último de Enero de 1783; pero á 1 de Setiembre del mismo año sacó 425. Pídese la ganancia de cada compañero.

	Caud^s.	Meses.	Prod^s.	Sumas.	Ganancias.	Avos.
1°.	876	10	8760	.24544..	940 tt 11 ʄ 0	..11856
	524	17	8908			
	764	9	6876			
2.°	648	11	7128	..23628..	905 tt 8 ʄ 11	..36316
	966	7	6762			
	541	18	9738			
				.58172..	1846 tt 0 0	..$\frac{0}{48172}$

Repásense los dos egemplos antecedentes, y habiendo resuelto

esta proporcion 48172 : 1846 : : 24544 : x, de esta cantidad 1816 ℔ quítense 940 ℔ 11 ß 0 $\frac{11856}{48172}$, y se tendrá la ganancia de cada compañero.

XL.

COMPAÑIAS DE ARRENDAMIENTOS.

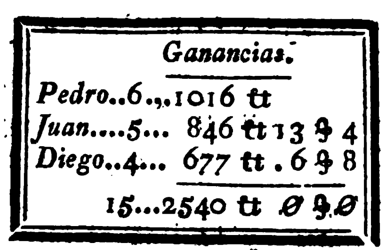
Los arrendamientos ordinariamente se hacen por algunos años, sin poner dinero alguno de contado, dando solamente fiadores, y pagando despues el arrendatário segun lo ajustado, y se resuelven como las compañias antecedentes; v. gr.

177. Dos amigos arrendaron por cierto tiempo y cantidad los derechos de una villa. El primero quiere de la ganancia ó pérdida de 27 partes las 15, y el segundo las 12 restantes. Ganaron 954 reales, 18 maravedís de vellon. Pídese, cuánto corresponde á cada uno?

Ganancias.			
1°...	15...	530 *real.*	10 *mar.*
2°...	12...	424 *real.*	8 *mar.*
	27...	954 *real.*	18 *mar.*

Escribiendo las 15 partes, y las 12 á manera de caudales, será la suma 27, y se dirá: Si 27 dan 954 reales, 18 maravedís, qué darán 15, y qué darán 12? Esto es: 27 : 954 reales, 18 maravedís : : 15 : x, y 27 : 954 reales 18 maravedís : : 12 : z. Y hallándose x=530 reales, 10 maravedís, y z=424 reales, 8 maravedís; dígase, que al primero le corresponden 530 reales, 10 maravedís, y al segundo 424 reales, 8 maravedís, como queda espresado en la coluna de las ganancias.

178. Pedro, Juan y Diego arrendaron los diezmos de un lugar por cierto tiempo y cantidad. Pedro quiere interesar de modo, que de 15 partes de la ganancia ó pérdida le correspondan las 6. Juan que le correspondan las 5, y Diego las 4 restantes. Pídese, habiéndose hallado, finido el tiempo, con 2540 ℔ de ganancia, cuánto corresponde á cada uno?



Ganancias.				
Pedro..6...	1016 ℔			
Juan....5...	846 ℔	13 ß	4	
Diego..4...	677 ℔.	6 ß	8	
15...	2540 ℔	0 ß	0	

Repásese el egemplo antecedente, y no habrá dificultad en hallar que á cada interesado corresponden las libras, sueldos y dineros de Valencia, Mallorca ó Cataluña, que se hallan á la derecha en la coluna de las ganancias.

179. Tres hicieron compañia en

cierto arrendamiento, y por no hallar fiadores lo abonaron, el primero depositando 840 libras jaquesas, el cual quiere la mitad de la ganancia ó pérdida; el segundo depositando una joya, el cual quiere el tercio de dicha ganancia ó pérdida; el tercero, que por disposicion puso el trabajo, ha de haber el cuarto de la misma ganancia ó pérdida. Ganaron 938 libras jaquesas. Pídese, cuánto corresponde á cada uno? Pídese aun mas, cuánto vale la joya, y á cuánto ha de estimarse el trabajo?

Ganancias.				
1°..	12....	432 ℔	18 ß	7...5
2°..	8....	288 ℔	12 ß	4.12
3°..	6....	216 ℔	. 9 ß	3...9
	26....	938 ℔	0 ß	0. $\frac{0}{13}$

Reducidos los quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ á un denominador comun, escríbanse los numeradores 12, 8 y 6 á manera de caudales; y continuando la resolucion como en los dos egemplos antecedentes, se hallará que á cada uno corresponden las libras jaquesas que indica la coluna de las ganancias. Resolviendo esta proporcion 12 : 840 ℔ : : 8 : x, se tendrá que la joya vale 560 libras jaquesas, y resolviendo esta 12 : 840 : : 6 : z, que el trabajo ha de estimarse á 420 libras jaquesas ó de Aragon.

180. Cuatro mercaderes arrendaron por cierto tiempo las carnicerias de una ciudad. El primero quiere de la ganancia ó pérdida de 12 partes las 4 y $\frac{1}{6}$, el segundo las 3 y $\frac{4}{6}$, el tercero las 2 y $\frac{2}{6}$, y el cuarto la 1 y $\frac{5}{6}$. Ganaron 6864 reales flojos navarros. Pregunto, cuánto corresponde á cada mercader?

Ganancias.					
1°...4	*partes*	$\frac{1}{6}$....2383	*r*s. *floj.*	12	*ms.*
2°...3	"	$\frac{4}{6}$....2097	"	12	"
3°...2	"	$\frac{2}{6}$....1334	"	24	"
4°...1	"	$\frac{5}{6}$....1048	"	24	"
12 *partes*		6864	"	0	"

Escritas las partes á manera de caudales, será 12 la suma, por cuya cantidad partiendo los 6864 reales flojos, saldrá que cada parte sube á 572 reales flojos, luego multiplicando esta parte, primeramente por 4 $\frac{1}{6}$, despues por 3 $\frac{4}{6}$, luego por 2 $\frac{2}{6}$, y ultimamente por 1 $\frac{5}{6}$; se tendrá que á cada mercader corresponden los reales flojos y maravedís de Navarra, que por órden declara la coluna de las ganancias.

181. Pedro, Juan y Diego arrendaron una heredad por tiempo de 5 años por 8400 pesos. Pedro la tuvo 2 años, en los cuales

sacó 4488 pesos de provecho. Juan la tuvo 1 año, 8 meses, y sacó 3120 pesos de provecho. Diego la tuvo 16 meses, y sacó 2368 pesos de provecho. Pídese, cuánto ha de pagar cada uno, atendido el tiempo que la poseyó, y el provecho que sacó?

Pedro...	187....	3199 *pes.*	1 *real.*	16 *mar.*..	202
Juan.....	156...	2668	» 6	» 24	» ..116
Diego...	148....	2531	» 7	» 27	» ..173
	491....	8400 *pes.*	0 *real.*	0 *mar.*..	$\frac{0}{491}$

Pártanse los pesos que cada individuo sacó de provecho por el tiempo que poseyó dicha heredad; esto es 4488 pesos por 24 meses, 3120 por 20 meses, y 2368 por 16 meses: y teniendo los pesos, que cada uno sacó de provecho cada mes, escríbanse á manera de caudales. En conclusion continúese como en las reglas antecedentes, y se hallará, que cada individuo de los espresados ha de pagar los pesos, reales y maravedises plata vieja, que parecen en la derecha. Repasad el prob. 170. pág. 71.

XLI.
DE LAS REGLAS DE ALIGACION.
Advertencia.

Antes que se pase á ver lo que es aligacion, mírense con atencion los lemas que siguen, y no se tendrá dificultad en entender el fundamento de cuantos problemas pone el autor en este capítulo.

Lema 1.° Dadas tres especies ó cantidades una mayor, otra menor y otra media; la suma de las diferencias resultantes entre la menor y media, y entre la media y la mayor, es igual á la diferencia entre la menor y la mayor.

Aclaracion. Si nos dan la especie mayor a, la menor b, y la media x, digo, que restando de la especie media x la menor b, y de la mayor a la media x, la suma de estas diferencias $x-b$ y $a-x$ debe ser igual á la diferencia entre la menor b y la mayor a, esto es, debe ser igual á $a-b$.

Demostracion.........*Especies*..........*Diferencias*

Mayor ....a......................$x-b$.....*entre menor y media.*
Media...............x
Menor...............b.....................$a-x$.....*entre media y mayor.*
Suma......$a-b$.....*entre menor y mayor.*

Se ve, pues, que la suma de las diferencias dichas, despues de reducida, esto es, quitadas las x por tener signos desiguales, sale igual á la diferencia entre la especie superior a; y la inferior b y es &c.

Lema 2.º Si dadas tres especies ó cantidades una mayor, otra menor y otra media; se multiplica la diferencia entre la menor y media por la mayor, y el producto obtenido se suma con el producto que resulte de la diferencia entre la especie media y la mayor multiplicada por la especie menor; dará una cantidad igual al producto de la especie media multiplicada por la suma de las diferencias entre la especie menor y media y entre la media y la mayor.

Aclaracion. Bajo la hipótesis que de las especies dadas, a es la mayor, b la menor y x la media: digo que, el producto de la diferencia entre la especie menor y media multiplicada por la mayor, que es $\overline{x-b}\times a$, sumado con el producto que resulta de la diferencia entre la especie media y la mayor multiplicada por la especie menor, que es $\overline{a-x}\times b$: debe ser igual al producto de la especie media multiplicada por la suma de las diferencias entre la especie menor y media, y entre la especie media y la mayor que es $\overline{a-b}\times x$.

En suma la tesis que se ha de probar es que:

$$\overline{x-b}\times a+\overline{a-x}\times b=\overline{a-b}\times x$$

Demostracion.......	*Especies*.	*Diferencias*.	*Productos respectivos*.
Mayor.........	a..............	$x-b$..............	$\overline{x-b}\times a$
Media.........	x		
Menor.........	b..............	$a-x$..............	$\overline{a-x}\times b$
	Suma...$a-b$...	*Suma*...	$\overline{x-b}\times a+\overline{a-x}\times b$

Pero como $\overline{x-b}\times a+\overline{a-x}\times b=xa-ab+ab-xb=xa-xb=\overline{a-b}\times x$; luego (Axioma 1.º) $\overline{x-b}\times a+\overline{a-x}\times b=\overline{a-b}\times x$. y es &c..

Nota. Solo falta decir ahora el porque la diferencia entre la especie menor y media la colocamos en frente de la especie mayor, y la diferencia entre la media y la mayor la colocamos en frente de la especie menor; de manera que estas diferencias nos manifiestan que han de ser de la misma calidad que las especies. Para entender la razon de esto supóngase que tengo una especie mayor v. gr. oro, y otra especie menor, por egemplo, plata, y que mezclo una parte del oro que tengo con una parte de plata, esto es, formo un mixto de oro y de plata: es evidente que si de este mixto quito todo el oro que contiene me quedará la plata,

y si quito la plata me quedará el oro, con lo que se vé el porque las diferencias son de la misma calidad que las especies y por esto se colocan al frente; pero como por lo regular se ignoran las partes que hay en el mixto, quitamos toda la especie menor de la media que es toda la parte que esta puede contener, y de la especie mayor quitamos toda la media por la misma razon, y &c.

Aligacion es una mezcla, que se hace de dos ó mas especies, para que resulte otra especie media en perfeccion ó valor. Se divide en simple y compuesta. La simple es cuando solamente se mezclan dos especies, la compuesta cuando en la mezcla intervienen mas de dos especies. Las especies se expresan en la pólvora por los grados de su fuerza, en el oro por sus quilates, en el trigo por su precio, &c.

XLII.
ALIGACION SIMPLE.

En cualquiera aligacion simple necesariamente concurren tres especies, tres diferencias y tres cantidades. Las especies se escriben en primer lugar, de modo que la mayor esté arriba, la menor debajo, y la media en medio hácia la izquierda. Las diferencias se escriben en segundo lugar, de modo que la diferencia entre la especie superior y media esté á la derecha de la especie inferior, respecto que lo que falta á la especie inferior, para igualar á la media, dimana precisamente de la porcion que hay de la especie superior en el mixto, y la diferencia entre la especie inferior y media en frente de la especie superior; pues que el exceso que hay de la especie superior á la media, nace de la cantidad que de la especie inferior ha de entrar en el mixto. La suma de estas diferencias, que es la diferencia entre la especie superior é inferior, se escribe debajo de dichas diferencias; y si la tal suma se toma como todo, aquellas diferencias serán las partes recíprocas del mixto. Las cantidades se escriben en tercer lugar, cada una á la derecha de su especie, á excepcion de la del mixto, que debe colocarse en frente de la suma de las diferencias.

Dispuestas así las especies, diferencias y cantidades, serán proporcionales la suma de las diferencias con la cantidad del mixto, y las mismas diferencias con las partes de dicha cantidad.

De lo dicho se infiere, que las dos cantidades, que compo-

nen el mixto, son como las diferencias recíprocas de las especies; por consiguiente habiéndose de componer un mixto de 72 libras de pólvora de 7 grados, que conste de pólvora de 8 grados y de 5, se pondrán 48 libras de 8 grados, y 24 de 5, cuyas cantidades estan en la razon de 2 á 1, diferencias recíprocas de las especies. Estas dos diferencias nos dan á entender, que de las tres partes del mixto las dos serán de la especie superior 8, y la otra de la inferior 5. Todo comparece en este egemplo.

Especies.	Diferencias.	Cantidades.
8	2	48
7 X	1	24
5	3	72

En él se ve con claridad, que dadas las tres especies, se tienen sus diferencias; pues $8-5=3$, $8-7=1$, y $7-5=2$. Asimismo dadas las diferencias, y cualquier especie, se tienen las demas especies. Tambien dadas las dos cantidades de las especies estremas, se tiene la cantidad del mixto, que es la suma. En fin dada la suma, y cualquier estrema, se tiene la otra estrema. Todo esto se comprehenderá mejor en la práctica de los egemplos siguientes.

182. Pídese una mezcla de 72 libras de pólvora de 7 grados, que conste de pólvora de 8 grados, y de 5: Cuántas libras han de ponerse de cada una de estas especies?

Especies.	Diferencias.	Cantidades.
8	2	$x=48$
7 X	1	$72-x=24$
5	3	72

Escritos los términos conocidos, que son las tres especies, sus diferencias, y la cantidad del mixto, supóngase que la cantidad correspondiente á la especie superior 8 es x; y en esta suposicion será $72-x$ la cantidad correspondiente á la especie inferior 5; y segun tenemos esplicado la proporcion será $3 : 72 :: 2 : x$. En esta proporcion es $x=48$; luego substituyendo en lugar de x su valor 48, se tendrá que de pólvora de 8 grados han de ponerse 48 libras, y 24 de 5.

183. Se ha de hacer una mezcla de pólvora de 7 grados, que tenga 48 libras de 8 grados, y las restantes de 5. Pídese la cantidad de esta especie, y la del mixto.

Especies.	*Diferencias.*	*Cantidades.*
8	2	48
7 X	1	$x=24$
5	3	$48+x=72$

Suponiendo ser x la cantidad de la especie inferior, será $48+x$ la del mixto, y la proporcion será $2 : 48 :: 1 : x=24$; luego de pólvora de 5 grados han de ponerse 24 libras, que sumadas con las 48 de 8 grados, compondrán las 72 del mixto de 7 grados.

184. Habiéndose de mezclar 48 libras de pólvora de 8 grados con 24 de 5. Pídese, de cuantos grados saldrán las 72 del mixto?

Especies.	*Diferencias.*	*Cantidades.*
8	$x=2$	48
$5-x=7$ X	$3-x=1$	24
5	3	72

Supongamos que la diferencia entre la especie inferior y media es x; luego siendo 5 la especie inferior, será $5+x$ la media, y $3-x$ la diferencia entre la especie superior y media. Dispuestos así los términos la proporcion será $72 : 3 :: 48 : x=2$; luego las 72 libras del mixto saldrán de $5+x=5+2=7$ grados.

185. Teniendo un mixto de 72 libras de pólvora de 7 grados, en que entraron 48 de 8 grados, de cuántos grados son las otras 24 libras?

Especies.	*Diferencias.*	*Cantidades.*
8	$x=2$	48
7 X	1	24
$7-x=5$	$x+1=3$	72

Supóngase que la diferencia entre la especie inferior y media es x, y en esta suposicion será $7-x$ la especie inferior, y $1+x$ la diferencia entre las especies estremas, y así la proporcion será $24 : 1 :: 48 : x=2$; luego $7-x=5$ serán los grados de las 24 libras de la especie inferior que se pide.

186. Pedro tiene trigo, que vale á 64 reales la cuartera, y 283 cuarteras, que vale á 56 reales. Pídese, cuántas cuarteras de aquel ha de mezclar con este para sacar 59 reales de la cuartera del mixto?

Especies.	Diferencias.	Cantidades.
64	3	$x=169\frac{4}{5}$
59	5	283
56	8	$x+283=452\frac{4}{5}$

Suponiendo ser x la cantidad correspondiente á la especie superior, será $x+283$ la suma de las dos cantidades; esto es, la cantidad del mixto. Y siendo proporcionales $5:283::3:x=169\frac{4}{5}$, dígase que de trigo de 64 reales ha de mezclar 169 cuarteras $\frac{4}{5}$, ó bien 169 cuarteras, 9 cuartanes $\frac{3}{5}$.

187. Un platero mezcló 48 onzas de oro, no se sabe de cuantos quilates, con 24 onzas de 19 quilates. Pídese, resultando el mixto de 21 quilates, de cuántos quilates son las 48 onzas?

Especies.	Difer^s.	Cantidades.
$21+x=22$	2	48
21	$x=1$	24
19	$2+x=3$	72

Sea x la diferencia entre la especie media y superior, será $21+x$ la especie superior, y $2+x$ la diferencia entre las especies extremas, ó la suma de las diferencias. En fin, siendo en esta proporcion $48:2::24:x$ el término cuarto $x=1$, dígase que las 48 onzas son de 22 quilates.

188. Un mesonero mezcló 4 cargas de agua con 48 de vino, que vale á 8 tt la carga. Pregunto, á cuánto ha de vender la carga del mixto para no ganar, ni perder con él?

Especies.	Diferencias.	Cantidades.
8	$x=7\frac{5}{13}$	48
$0+x=7\frac{5}{13}$	$8-x=\frac{8}{13}$	4
0	8	52

Porque el agua se considera de ningun valor, escríbase cero en la especie inferior; y prosiguiendo despues como en el egemplo 184, se hallará que el tal mesonero ha de vender la carga del mixto á 7 tt 7 ₰ 8 $\frac{4}{13}$.

189. Si 48 onzas de oro de 20 quintales se mezclasen con 24 de otro oro, y la diferencia entre los quilates del mixto, y de las 24 onzas fuese 2, de cuántos quilates saldria la mezcla, y de cuántos las 24 onzas? Supóngase que los 20 quilates son de la especie superior, y se tendrá esta aligacion:

Especies.	Diferencias.	Cantidades.
20	2	48
$20-x=19$	$x=1$	24
$20-x-2=17$	$2+x=3$	72

Suponiendo ser x la diferencia entre la especie superior y media, será $20-x$ la especie media, y $2+x$ la suma de las diferencias, esto es, la diferencia entre las especies estremas. En lo demas prosígase como en el egemplo 187, y se hallará que la mezcla saldria de 19 quilates, y de 17 las 14 onzas.

190. Hay un mixto de oro de 72 onzas de 19 quilates, en el cual entraron 24 onzas de una especie, y 48 de otra, cuya diferencia de quilates es 3. Pídense los quilates de las 48 onzas, y asimismo de las 24. Supóngase que las 48 onzas son de la especie superior, y las 24 de la inferior.

Especies.	Diferencias.	Cantidades.
$19-x+3=20$	$x=2$	48
19	$3-x=1$	24
$19-x=17$	3	72

Sea x la diferencia entre la especie inferior y media, será $19-x$ la especie inferior; y añadiendo á esta la diferencia 3, se tendrá la especie superior $19-x+3=22-x$. Dispuestos los términos, como parece, continúese la resolucion como en el egemplo 184, y se encontrará que son 20 los quilates de las 48 onzas, y 17 los de las 24.

191. Un platero tiene oro de 23 quilates, y de 18. Quiere mezclarlo de modo, que salga oro de 20 quilates. Pídese, cuánto tomará de cada especie?

Especies.	Difer.s	Cantidades.
23	2	$x=25\frac{3}{5}$
20	3	$64-x=38\frac{2}{5}$
18	5	64

Aunque las diferencias manifiesten, que de 5 partes del mixto las 3 han de tomarse de oro de 18 quilates, y las 2 de 23, determínese no obstante el mixto en cierta cantidad, por egemplo de 64 onzas; y observando lo que practicamos en el egemplo 182, se hallará lo que se pide.

192. Un platero tiene 72 onzas de oro, no se sabe de cuantos quilates; pero despues de purificado en el fuego resultaron 66 onzas de 22 quilates. Pídense los quilates de las 72 onzas?

Especies.		Diferencias.	Cantidades.
22	X	$x=20\frac{1}{6}$	66
$o+x=20\frac{1}{6}$		$22-x=1\frac{5}{6}$	6
o		22	72

Las 6 onzas, que menguaron en el fuego, supónganse de ningun valor, y prosiguiendo despues como en el egemplo 188, se encontrará lo que se pide.

193. Un platero mezcló 12 onzas de cobre con 48 de oro de 24 quilates. Pídese, de cuántos quilates saldrá el mixto? Las 12 onzas de cobre supónganse de ningun valor; y practicando en esta suposicion lo mismo que en el egemplo antecedente, se encontrará el mixto de 19 quilates $\frac{1}{5}$.

194. Un platero tiene plata de 11 dineros, y 15 granos de ley, y de 9 dineros, 18 granos. Pregunto, para componer 72 marcos plata de 10 dineros de ley cuánta pondrá de cada especie? Así como el oro mas fino se dice de 24 quilates, la plata mas pura se dice de 12 dineros de ley. Cada dinero tiene 24 granos, y el marco 8 onzas.

Especies.		Diferencias.	Cantidades.
11 d^s. 15 g^s.	X	6 gran^s.	$z=9\frac{3}{5}$
10 din^s.		1 d^o. 15 g^s.	$72-z=62\frac{2}{5}$
9 d^s. 18 g^s.		1 d^o. 21 g^s.	72

Ordenados los términos, como parece, resuélvase el presente caso como el 182, y se encontrarán 9 marcos $\frac{3}{5}$; esto es 9 marcos, 4 onzas, 3 cuartos $\frac{1}{5}$ plata de 11 dineros, 15 granos de ley, y 62 marcos $\frac{2}{5}$ de 9 dineros, 18 granos.

195. Un platero tiene 360 marcos plata de 9 dineros $\frac{1}{2}$ de ley. Pídese la plata fina que hay en dicha cantidad?

Especies.		Difer^s.	Cantidades.
12	X	$9\frac{1}{2}$	$z=285$
$9\frac{1}{2}$		$2\frac{1}{2}$	$360-z=75$
o		12	360

Hemos dicho que la plata mas fina es de 12 dineros de ley; y así la cantidad ó materia mezclada, que disminuye dicha perfeccion á la tal plata, considérese de ningun valor. Este supuesto, prosígase en lo demas como en el egemplo 182, y se podrá responder, que en los dichos 360 marcos hay 285 de plata fina.

196. Si á un platero se le entregase oro de 24 quilates para

fabricar una copa, supongo de 48 onzas, y con él mezclase una porcion de plata, cómo se indagaria por partes la porcion del oro y de la plata, que entró en dicha copa? Tómese un pedazo dé oro, y otro de plata, cada uno de 48 onzas, con tal que el pedazo de oro sea de igual perfeccion que el que se entregó. Llénese despues un vaso de agua, metiendo luego la copa dentro. Llénese otra vez el mismo vaso, y métase el pedazo de oro. En fin vuélvase á llenar, y métase el pedazo de plata. Y si la copa expelió 40 onzas de agua, el pedazo de oro 39, y el de plata 44, fórmese esta aligacion:

Especies.	*Difer^s.*	*Cantidades.*
44	1	$z=9\frac{3}{5}$
40	4	$48-z=38\frac{2}{5}$
39	5	48

Puestos en órden los términos, como parece, continúese la resolucion como en el egemplo 182, y se encontrará, que en la espresada copa entraron 38 onzas, 2 quintos de oro, y 9 onzas, 3 quintos de plata.

XLIII.
ALIGACION COMPUESTA.

Las partes del mixto de la aligacion compuesta no estan necesariamente determinadas como en las aligaciones simples. Las aligaciones compuestas pueden resolverse de dos maneras; á saber, por muchas aligaciones simples, ó por una sola compuesta.

Para resolver las cuestiones de aligacion compuesta por el primer modo, fórmense tantas aligaciones simples cuantas fueren menester para ligar de dos en dos todas las especies con la media, tomando por cada aligacion una especie superior, y otra inferior que la media, aunque haya de ligarse dos ó mas veces una misma especie. Divídase despues la cantidad del mixto en tantas partes arbitrarias cuantas fueren menester. En fin si alguna especie se ligáre varias veces, súmense las partes del mixto que salieren en cada aligacion, y se tendrá la parte del mixto que corresponde á tal especie; v. gr.

197. Un platero tiene oro de 24, 20 y 17 quilates, el cual quiere mezclarlo de modo, que salgan 48 onzas de 21 quilates. Pídese, cuánto tomará de cada especie?

Especies.	*Difer.s*	*Cantidades.*
24	1	$x=6$
21 X	3	$24-x=18$
20	4	24

Especies.	*Difer.s*	*Cantidades.*
24	4	$z=13\frac{5}{7}$
21 X		$24-z=10\frac{2}{7}$
17	7	24

Divídanse á discrecion las 48 onzas espresadas en dos partes, como en 24 y 24: Fórmense luego dos aligaciones, una de 24 quilates con 20, y otra de los mismos 24 quilates con 17: Y habiendo de salir el mixto de 21 quilates, se tendrán las dos aligaciones, que aquí parecen figuradas, que resolviéndolas como la 182, saldrán en la primera 6 onzas de oro de 24 quilates, y en la segunda 13 $\frac{5}{7}$; luego para que resulten las dichas 48 onzas de oro de 21 quilates, el tal platero tomará 19 onzas $\frac{5}{7}$ de 24 quilates, 18 onzas de 20, y 10 onzas $\frac{2}{7}$ de 17.

198. Si el número 48 se hubiera dividido de otro modo, habrian salido otras cantidades, que tambien satisfarian al problema. A este tenor: Pídese un mixto de 48 onzas de oro de 19 quilates, que sea compuesto de oro de 24, 20 y 17 quilates. Cuántas onzas se tomarán de cada especie?

Especies.	*Difer.s*	*Cantidades.*
24	2	$x=10\frac{5}{7}$
19 X	5	$36-x=25\frac{2}{7}$
17	7	36

Especies.	*Difer.s*	*Cantidades.*
20	2	$z=8$
19 X	1	$12-z=4$
17	3	12

Dividido el número 48 en dos partes como 36 y 12, líguese 24 con 17, y despues 20 con el mismo 17, y saldrá, que de oro de 24 quilates se tomarán 10 onzas $\frac{5}{7}$, de 20 quilates 8 onzas, y de 17 quilates 25 onzas $\frac{2}{7}+4=$ 29 onzas $\frac{2}{7}$. Si las 48 onzas se hubiesen dividido en otras dos partes, como 27 y 21, habrian salido 7 onzas $\frac{5}{7}$ de oro de 24 quilates, 14 onzas de 20, y 19 $\frac{2}{7}+7=26$ onzas $\frac{2}{7}$ de 17 quilates, cuyas cantidades componen el número 48, igualmente que en la otra division. De muchas otras maneras podria dividirse el espresado número 48; y así tener infinitas respuestas el problema indicado.

199. Se ha de hacer un mixto de pólvora de 6 grados en cantidad de 72 libras, que conste de pólvora de 8, 7, 5 y 3 grados. Pídese la cantidad que ha de ponerse de cada una de

estas especies? Dividido el mixto de 72 libras en dos partes, como 30 y 42, hágase la aligacion de 8 grados con 5, dada la primera cantidad del mixto de 30 libras de pólvora de 6 grados; y formando luego otra aligacion de la especie 7 con la inferior 3, dada la otra cantidad del mixto de 42 libras de pólvora, tambien de 6 grados, se encontrará, por el egemplo 182, que han de ponerse 10 libras de pólvora de 8 grados, 20 libras de 5, 31 $\frac{1}{2}$ de 7, y 10 $\frac{1}{2}$ de 3. Si de las dos dichas aligaciones en la primera se hubiesen ligado las especies 8 y 3, y en la segunda 7 y 5 con la media 6, habrian salido 18 libras de 8 grados, 12 de 3, y 21 de 7, é igualmente de 5. A este modo divídase el mixto 72 en cualesquier otras dos partes, y de cualquier manera se satisfará á la cuestion.

XLIV.

Para resolver las cuestiones de aligacion compuesta, por el segundo modo, líguense de dos en dos las especies con la media. De las especies que se ligan, la una ha de ser superior, y la otra inferior que la media. Las diferencias escríbanse como está *dicho*, y parecerá en los egemplos. Si al lado de alguna especie se encuentran dos ó mas diferencias, estas han de sumarse, tomándolas como unidades simples, sin hacer caso del lugar que ocupan. Finalmente fórmense tantas reglas de tres, cuantas fueren menester, escribiendo por término primero la suma de las diferencias, por segundo la cantidad del mixto, por tercero cada diferencia, y por cuarto cada parte del mixto por su órden; v. gr.

200. Un artesano de Cataluña tiene vino de 24, de 20 y de 17 reales la carga. Pídese, cuántas cargas ha de tomar de cada calidad para componer un mixto de 48 cargas, que sin ganar, ni perder venga á 21 reales?

Especies.	*Difers.*	*Cants.*
24	4. 1	21 $\frac{9}{11}$
21		
20	3	13 $\frac{1}{11}$
17	3	13 $\frac{1}{11}$
	11	48

Ordenadas las especies, como parece, líguense las estremas 24 y 17 con la media 21, y saldrán las diferencias 4 y 3 que tienen á la derecha. Líguense ahora las especies 24 y 20 con la misma especie media 21, y saldrán las diferencias 1 y 3 que les estan en frente. La suma ó todo de las diferencias es 11, y el de las cantidades 48; luego siendo el todo al todo, como la parte á la

parte, será 11 : 48 : : 4+1 : x, y 11 : 48 : : 3 : z; y hallándose x=21 $\frac{9}{11}$, y z=13 $\frac{1}{11}$, dígase que de vino de 24 reales la carga ha de tomar 21 cargas, 3 barrilones, 8 mitadellas $\frac{8}{11}$ avos, y de vino de 20 reales, y asimismo de 17 reales, ha de tomar 13 cargas, 11 mitadellas $\frac{7}{11}$.

201. Pídese un mixto de 48 cargas de aceite, que siendo compuesto de aceite de 24, de 20 y de 17 libras de ardites la carga, pueda venderse á 19 ℔ la carga.

Especies.	*Difer^s.*	*Cant^s.*
24	2	9 $\frac{3}{5}$
20	2	9 $\frac{3}{5}$
19		
17	5. 1	28 $\frac{4}{5}$
	10	48

Dispuestas las especies, como parece, líguense las estremas 24 y 17 con la media 19, y luego 20 y 17 con la misma 19; y sumando las diferencias serán proporcionales 10 : 48 : : 2 : x, y tambien 10 : 48 : : 5+1 : z. En estas proporciones es x=9 $\frac{3}{5}$, y z=28 $\frac{4}{5}$; luego el tal mixto se ha de componer de 9 cargas, 18 cuartanes de aceite de 24 ℔ la carga; de 9 cargas, 18 cuartanes de 20 ℔, y de 28 cargas, 24 cuartanes de 17 ℔ cada carga.

202. Un comerciante de Cataluña necesita 3468 cuartanes de aceite de 16 ℔ el cuartan. Solo halla de 19, 13, 15 y 18 ℔. Pregunto, cuántos cuartanes comprará de cada especie para hacer dicha partida?

Especies.	*Difer^s.*	*Cant^s.*
19	3	1156
18	1	385 $\frac{1}{3}$
16		
15	2	770 $\frac{2}{3}$
13	3	1156
	9	3468

Ordenadas las especies, y encontradas las diferencias, se hallará con esta proporcion 9 : 3468 : : 1 : x, que comprará 385 cuartanes, 5 cuartas $\frac{1}{3}$ de aceite de 18 ℔ el cuartan, cuya cantidad, multiplicada por la diferencia 3, y despues la misma por la diferencia 2, dará á entender que de aceite de 19 ℔, é igualmente de 13 ℔, comprará 1156 cuartanes, y del de 15 ℔ 770 cuartanes, 10 cuartas $\frac{2}{3}$.

203. A un mercader de Barcelona le piden 4638 cuarteras de trigo, cuyo valor sea 54 reales por cuartera. El tiene trigo de 62 reales $\frac{1}{2}$ la cuartera; de 58 $\frac{1}{2}$, 56, 51 y 48 $\frac{1}{2}$. Pídese, cuántas cuarteras mezclará de cada una de estas especies para que resulte la partida que le piden?

Especies.	*Difer^s.*	*Cantidades.*				
62 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	879 *cuart^s.*	7	*cuart^nes*	$\frac{13}{29}$	
58 $\frac{1}{2}$	3	479	»	9	»	$\frac{15}{29}$
56	5 $\frac{1}{2}$	879	»	7	»	$\frac{13}{29}$
54						
51	4 $\frac{1}{2}$	719	»	8	»	$\frac{8}{29}$
48 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$.2	1679	»	3	»	$\frac{9}{29}$
	29	4638	»	0	»	0

Colocadas las especies, diferencias y cantidad del mixto en sus propios lugares, encontrarémos con esta proporcion 29 : 4638 : : 3 : x, que de trigo de 58 reales $\frac{1}{2}$ mezclará 479 cuarteras, 9 cuartanes $\frac{15}{29}$ avos, cuya cantidad sumada con su mitad y tercio dará á entender, que de trigo de 62 reales $\frac{1}{2}$, y asimismo de 56 reales, entrarán en la mezcla 879 cuarteras, 7 cuartanes $\frac{13}{29}$ avos. Aquella misma cantidad con su mitad manifestará las cuarteras de 51 reales. En conclusion tómese el triplo y mitad de aquella misma cantidad, y saldrán las cuarteras de 48 reales $\frac{1}{2}$.

204. Un confitero de Cataluña quiere emplear 2966 ℔ 8 ʒ en 71 arrobas, 8 libras de cinco diferentes especies de mercadurias; á saber, en canela, que vale á 32 reales la libra; en cacao, que vale á 9 reales; en azucar, que vale á 4 reales; en pimienta, cuya libra vale 5 reales, y en azafran, que vale á 23 reales. Pídese, cuántas libras comprará de cada especie?

Especies.	*Difer^s.*	*Cantidades.*					*Avos.*	
32	12. 7	510 *lib.*	6	*onz.*	6			*Canela.*
23	11	295	»	6	»	18		*Azafr.*
16								
9	16	429	»	10	»	22		*Cacao.*
5	7	188	»	1	»	1		*Pimient.*
4	16	429	»	10	»	22		*Azúcar*
	69	1854 *lib.*	0	*onz.*	$\frac{0}{23}$			

Partiendo las 2966 ℔ 8 ʒ por las 71 arrobas, 8 libras; esto es, 29664 reales por 1854 libras, saldrá el mixto de 16 reales; y ordenados los demas términos como parece, encontraremos con esta proporcion 69 : 1854 : : 16 : z, que el tal confitero comprará 429 libras, 10 onzas $\frac{22}{23}$ avos de cacao, é igualmente de azucar. Sumando esta cantidad con su octavo, y la mitad de este, saldrán las libras de canela. Si la mitad de aquella misma cantidad se suma con el cuarto de la mitad, y la mitad de este cuarto, saldrá la

cantidad de azafran. Finalmente la suma del cuarto de aquella misma cantidad, de la mitad de este cuarto, y de la mitad de esta mitad, indicará la pimienta que se pide. Quien quiera puede entretenerse á mirar si por regla de tres saldrán las mismas cantidades.

205. Un labrador de Reus tiene vino de 12 ℔ ♃ la carga, de 9, y de 7. Quiere mezclarlo, y añadir agua para componer 124 cargas, cuyo valor sea 868 ℔ ♃. Pídese, cuántas cargas pondrá de cada especie?

Especies.	*Difer.s*	*Cantidades.*			
12 . . .	7 . .	37 *carg.s*	2 *bar.s*	30 *mit.s*	$\frac{14}{23}$
9 . . .	7. 0.	37 ”	2 ”	30 ”	$\frac{14}{23}$
7					
7 . . .	2 . .	10 ”	3 ”	4 ”	$\frac{4}{23}$
0 . . .	5. 2.	37 ”	2 ”	30 ”	$\frac{14}{23}$
	23 .	124 *carg.s*	0 *bar.s*	0 *mit.s*	$\frac{0}{23}$

Partiendo las 868 ℔ ♃ por las 124 cargas, saldrá el mixto á razon de 7 ℔; y porque ordenadas las especies, la del vino inferior se encuentra igual á la del mixto, líguese el cero con las dos especies superiores, á fin de que éntre parte de cada especie en el mixto. Dispuestos los términos como parece, resuélvanse estas dos proporciones 23 ; 124 : : 7 : x, y 23 : 124 : : 2 : z, y se tendrá lo que se pide, y está manifiesto en el egemplo. Adviértase, que si la especie media 7 hubiese excedido á la superior, ó no hubiese llegado á igualar á la inferior, el problema seria imposible.

206. Un platero tiene 28 marcos de plata fina, 32 de plata de 11 dineros de ley, y 3 marcos de estaño. Pídese queriéndolo mezclar todo, de cuántos dineros saldrá el mixto?

Esp.s	*Cant.s*	*Prod.s*
12	28	336
11	32	352
0	3	0
10 $\frac{58}{63}$ . .	63	688

Ordenados lo términos, considerando el estaño de ningun valor, pártase la suma de los productos por la suma de las cantidades; y saldrá el mixto de 10 dineros $\frac{58}{63}$ avos de dinero de ley.

207. Un platero tiene 146 marcos de plata de 10 dineros de ley, compuesta de tres especies, de las cuales conoce solamente las dos, que son 54 marcos plata fina, y 42 marcos de 11 dineros. Pídese, de cuántos dineros son los marcos no conocidos?

Especies.	Cantid.s	Product.s
12 din.s	54 marcos.	648 din.s
11 "	42 "	462 "
10 din.	146 marcos.	1460 d.s
	96	1110
7 din.s	50 marcos	350 din.s

Quitando del mixto, y de su producto la suma de las cantidades conocidas, y la de sus productos, salen las diferencias 50 y 350, y dividiendo esta por aquella, resulta el cociente 7; luego la tercera especie de plata que entró en el mixto consiste en 50 marcos de 7 dineros de ley.

VI.

Para examinar la práctica de las reglas de aligacion multiplíquese la cantidad del mixto por su especie, y si sale un producto igual á la suma de los productos, que resultan multiplicando cada una de las otras cantidades por su especie, estará exacta la operacion; v. gr.

208. Si se pidiese un mixto de 328 libras de pólvora de 6 grados, que constase de pólvora de 8 grados, y de 5, cuántas libras se pondrian de cada una de estas especies?

Especies		Diferencias.	Cantidades.
	8	1	$x=109\frac{1}{3}$
6	X	2	$328-x=218\frac{2}{3}$
	5	3	328

Examen.

$$328\times6=109\tfrac{1}{3}\times8+218\tfrac{2}{3}\times5$$
$$1968=874\tfrac{2}{3}+1093\tfrac{1}{3}$$
$$1968=1968$$

Practíquese en este egemplo lo mismo que en el 182, pág. 79., y se tendrá que de pólvora de 8 grados se pondrian 109 libras, 4 onzas, y de 5 grados 218 libras, 8 onzas. Que dichas cantidades sean las verdaderas lo comprueba la ecuacion que aquí parece figurada.

Reimprímase: *Martinez*.

APLICACION DEL ÁLGEBRA.

VLI.
Á LA REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA.

209. Al respecto que con 6 doblones gané 9 pesos, pídese cuántos ganaré con 8 doblones?

Doblones.	*Pesos.*	*	*Doblones.*	*Pesos.*
6 :	9 :	:	8 > :	$x \geq 12$

$\frac{6}{9} = \frac{8}{x}$ $6 \times x = 9 \times 8$ $\frac{9 \times 8}{6} = x$

$6x = 72$ $6x = 72$ $72 = 6x$

$x = 12$ $x = 12$ $x = 12$

La presente regla está resuelta de tres maneras, como parece. La primera ecuacion se funda principalmente (núm. III. y IV. pág. 2. y 3.) en las definiciones 8.ª y 16.ª, y núm. V. ilacion 3 pág. 4. La segunda (V) en el lema primero pág. 3., y la tercera en la regla general de núm. IX. pág. 10. Y hallándose $x = 12$ en dichas ecuaciones, dígase que con 8 doblones gané 12 pesos.

210. Con 6 doblones gané no me acuerdo cuantos pesos, y al mismo respecto con 8 doblones despues gané 12 pesos. Pregunto, cuántos pesos gané con los 6 doblones?

	Doblones.	*Pesos.*	*	*Doblones.*	*Pesos.*
A..	6 < :	x < :	:	8 :	12
C..	6 :	9 :	:	8 :	12

B.... $6 \times 12 = x \times 8$

$72 = 8x$

$x = 9$

Siendo directa la proporcion *A* como parece, será (v. lema primero pág. 4.) el producto de las cantidades estremas 6 por 12 igual al de las medias x por 8; luego de la proporcion *A* sale la ecuacion *B*. Y hallándose en ella ser $x = 9$, substitúyase el tal 9 en lugar de la x de la proporcion *A*, y se tendrá en la proporcion *C* que con los 6 doblones gané 9 pesos.

211. Con 6 doblones gané no me acuerdo cuantos pesos, y despues con 8 doblones gané 3 pesos mas que con los 6. Pídese, cuántos pesos gané con los 6 doblones?

Doblones.	Pesos.	*	Doblones.	Pesos.
A..6 :	x :	:	8 :	z
C..3 :	x :	:	4 :	$x+3$
E..6 :	9 :	:	8 :	$9+3=12$

B..$z-3=x$
$z=x+3$

D..$3\times\overline{x+3}=x\times 4$
$3x+9=4x$
$-x=-9$
$x=9$

Supóngase que son x los pesos que gané con los 6 doblones, y z los que gané con los 8; y se tendrá la proporcion A. Abreviénse los términos (VI. proposicion 13. pág. 7. y núm. XI. pág. 12.) y destrúyase la z de la referida proporcion A por medio de la ecuacion B, y se tendrá la proporcion C. Fórmese ahora (v. lema 1°. pag. 3.) la ecuacion D; y resolviéndola se encontrará $x=9$. Substitúyase el tal 9 en lugar de x de la proporcion C; y saliendo la proporcion E, dígase que con los 6 doblones gané 9 pesos. Dígase tambien que con los 8 doblones gané 12 pesos.

212. Con 6 doblones gané no me acuerdo cuantos pesos, y al mismo respecto con no sé cuantos doblones gané los pesos que no puedo decir. La suma de las dos ganancias es 21 pesos. Multiplicando el número de los pesos que gané con los 6 doblones, por el número de los doblones que empleé la segunda vez, sale por porducto 72. Pregunto, cuántos pesos gané con los 6 doblones?

Doblones.	Pesos.	*	Doblones.	Pesos.
A..6 :	x :	:	y :	z
C..6 :	x :	:	y :	$21-x$
E..6 :	x :	:	$\frac{72}{x}$:	$21-x$
G..6 :	9 :	:	8 :	12

B. $x+z=21$
$z=21-x$

D. $x\times y=72$
$xy=72$
$y=\frac{72}{x}$

F. $6\times\overline{21-x}=x\times\frac{72}{x}$
$126-6x=\frac{72x}{x}$
$126x-6x^2=72x$
$126-6x=72$
$-6x=72-126$
$-6x=-54$
$x=9$

Supóngase que son x los pesos que gané con los 6 doblones, y los doblones que empleé la segunda vez, y z los pesos que con estos doblones gané; y se tendrá la proporcion A. Vamos á destruir la incógnita z de la proporcion A por medio de la ecuacion B, que se deduce de la primera condicion del problema, y se tendrá la proporcion C. Destrúyase ahora la incógnita y de la proporcion C por medio de la ecuacion D, que resulta

de la segunda condicion del problema, y se tendrá la proporcion E. De esta proporcion E fórmese la ecuacion F; y el 9 que se halla valer su incógnita x, substitúyase en su lugar en dicha proporcion E, y se tendrá en la proporcion G, que con 6 doblones gané 9 pesos; y asimismo que en la segunda vez empleé 8 doblones, y que con ellos gané 12 pesos.

213. Con no sé cuanto gané no me acuerdo cuanto, y despues con los 3 cuartos de lo que empleé la primera vez gané lo que no puedo decir. Lo que empleé la segunda vez con lo que gané la primera es 18, y la ganancia de ambas veces fue 21. Pregunto, cuánto empleé, y cuánto gané cada vez?

A.	v	:	x	::	y	:	z
B.	v	:	x	::	$\frac{3v}{4}$	:	z
C.	v	:	$\frac{72-3v}{4}$	::	$\frac{3v}{4}$	:	z
D.	v	:	$\frac{72-3v}{4}$	::	$\frac{3v}{4}$	:	$\frac{12+3v}{4}$
E.	8	:	12	::	6	:	9

Supóngase que la primera vez empleé v, y gané x, y que la segunda vez empleé y, y gané z, y se tendrá la proporcion A. Segun dice el problema, los 3 cuartos de lo que empleé la primera vez son lo mismo que el caudal que empleé la segunda vez; y así por medio de esta ecuacion $\frac{3v}{4}=y$ destrúyase la incógnita y de la proporcion A, y saldrá la proporcion B. Prosigue el problema diciendo, que lo que empleé la segunda vez con lo que gané la primera es 18; luego substituyendo en lugar de la x de la proporcion B lo que vale x en esta ecuacion $\frac{3v}{4}+x=18$, resultará la proporcion C. En fin, si la ganancia de ambas veces fue 21, será $\frac{72-3v}{4}+z=21$; y buscando el valor de z en esta ecuacion, saldrá que la ganancia de la segunda vez es $\frac{12+3v}{4}$, cual substituida en lugar de la ganancia z de la proporcion C, dará la proporcion D. De esta proporcion D resulta la ecuacion $\frac{v}{1}\times\frac{12+3v}{4}=\frac{72-3v}{4}\times\frac{3v}{4}$, y siendo 8 el valor de su incógnita, dígase que en la primera vez empleé 8, y gané 12, y que en la segunda vez empleé 6, y gané 9, como parece en la proporcion E, que se encontró, substituyendo el valor encontrado 8 en cada uno delos cuatro términos de la proporcion D.

214. Con 6 doblones gané ciertos pesos, y al mismo respecto con 8 doblones gané despues tantos pesos, que multiplicándolos por el número de pesos, que gané con los 6 doblones, sale 108 por producto. Pregunto, cuántos pesos gané con los 8 doblones?

A.	6	:	x	: :	8	:	z
B.	6	:	$\frac{108}{z}$	: :	8	:	z
C.	6	:	9	: :	8	:	12
D.	6	:	—9	: :	8	:	—12

Sea x el número de pesos que se ganaron con los 6 doblones, y z los que se ganaron con los 8, y se tendrá la proporcion *A*. Atendiendo á la condicion del problema, será $x \times z = 108$: y subtituyendo el valor de la incógnita x de esta ecuacion en lugar de la x de la proporcion *A*, saldrá la proporcion *B*. De esta proporcion *B* sale la ecuacion $6 \times z = \frac{108}{z} \times \frac{8}{1}$: y siendo en ella $z = 12$, y tambien $z = -12$, substitúyase 12 en lugar de z en la proporcion *B*, y se tendrá en la proporcion *C*, que al respecto que con 6 doblones gané 9 pesos, con 8 doblones gané 12 pesos. Substitúyase —12 en lugar de z en la misma proporcion *B*, y se deducirá de la ecuacion *D*, que si con 6 doblones hubiese perdido 9 pesos, con 8 doblones habria perdido 12 pesos.

215. Con ciertos reales gané 9, y luego con 8 gané al mismo respecto tantos, que sumando estos con los que empleé la primera vez, salen 18 reales. Pregunto, cuántos reales empleé la primera vez, y cuántos gané la segunda? Sean x los reales que expendí la primera vez, y z los que gané la segunda, será $x : 9 :: 8 : z$, y destruyendo la z por medio de esta ecuacion $x + z = 18$, se tendrá $x : 9 :: 8 : 18 - x$. De esta proporcion nace la ecuacion $x \times \overline{18 - x} = 9 \times 8$; y siendo en ella $x = 12$, y tambien $x = 6$, dígase que si en la primera vez empleé 12 reales en la segunda gané 6: pero si en la primera vez empleé 6 reales en la segunda gané 12.

216. Lo que gané con 9 durillos lo gasté en pan, y lo que gané despues con ciertos durillos lo empleé en vino. El tal pan y vino costaron 14 durillos. El duplo de los durillos, que gasté por pan, son tantos como los que empleé para adquirir la ganancia que gasté por vino. Pregunto, cuántos durillos gasté en la compra del pan, y cuántos en la compra del vino? Supongamos que son x los durillos que gasté por pan, serán $14 - x$ los que expendí por vino, y $2x$ los que empleé para percibir la ganancia que gasté en dicho vino: luego (lema 1°. núm. v. pag. 3.) tendremos la ecuacion $9 \times \overline{14 - x} = x \times 2x$. En esta ecuacion es $x = 6$; y así dígase que en la compra del pan gasté 6 durillos, y en la del vino 8 Tambien es $x = -10\frac{1}{2}$, pero no sirve.

217. Con ciertas libras de ardites gané no me acuerdo cuan-

tas, y despues con los 3 cuartos de las que empleé la primera vez, gané las que no puedo decir. La suma del caudal y ganancia de la primera vez es 20, y el producto del caudal y ganancía de la segunda es 54. Pregunto, cuántas libras empleé, y cuántas gané cada vez? Supongamos que son v las libras de ardites que empleé la primera vez, serán $\frac{3v}{4}$ las que empleé la vez segunda; y atendiendo á las condiciones del problema, será $20-v$ la ganancia de la primera vez, y $\frac{216}{3v}$ la de la segunda; luego la ecuacion será $\frac{v}{1}\times\frac{216}{3v}=\frac{20-v}{1}\times\frac{3v}{4}$: y resultando en ella $v=12$, y tambien $v=8$, dígase que la primera vez empleé 12 ℔ ♃, y con ellas gané 8, y la segunda vez empleé 9 ℔ y gané 6; ó bien dígase que la primera vez empleé 8 ℔ ♃, y con ellas gané 12, y la vez segunda emplé 6, y gané 9.

VLII.
Á LA DE TRES SIMPLE INDIRECTA.

218. Cuántos albañiles son menester para fabricar un palacio en 18 años, al respecto que 21 albañiles lo fabricarian en 36 años?

Albañiles.	*Años.*	*	*Albañiles.*	*Años.*
$x=42$	: 18	:	: 21	: 36
$x\times18=21\times36$			$\frac{x\times18}{21}=36$	
$18x=756$			$18x=756$	
$x=\frac{756}{18}=42$			$x=42$	

Siendo indirecta la presente regla, multiplíquese el término primero x por el segundo 18, y se tendrá (IV. definicion 17. pág. 3.) un producto igual al producto del término tercero 21 por el cuarto 36. En este ecuacion $x\times18=21\times36$ es $x=42$; y así dígase que son menester 42 albañiles. Tambien (núm. XXII. pag. 32) el producto del término primero x por el segundo 18, partido por el tercero 21, es igual al cuarto 36. como parece.

219. Cuántos albañiles son menester para fabricar un palacio en 18 años, al respecto que 21 albañiles lo fabricarian en tal número de años, que sumado con el número de los albañiles, que se pide, resulta 78?

Albañiles.	*Años.*	*	*Albañiles.*	*Años.*
A... x	: 18 :	:	21	: z
B... x	: 18 :	:	21	: $78-x$

Sea x el número de los albañiles, que se pide, y

z el de los años, y se tendrá (caso que haya proporcion indirecta) la proporcion *A*. El problema dice, que el palacio seria fabricado en tal número de años, que sumado con el número de los albañiles, que se pide, resulta 78; luego $x+z=78$. En esta ecuacion es $z=78-x$; luego substituyendo este valor en lugar de z en la proporcion *A*, se tendrá la proporcion *B*. De esta proporcion *B* sale la ecuacion $x\times18=21\times\overline{78-x}$; y siendo en ella $x=42$, dígase que son menester 42 albañiles. Y porque $78-x=78-42=36$, dígase que los años suben á 36.

220. Al respecto que el número de los albañiles, que fabricarian un palacio en tantos años, que sumados con el número de los albañiles, daria el agregado 60; pídese, si 21 albañiles lo fabricarian en tantos años, que quitando estos del número de los albañiles de la primera vez, diese indispensablemente el séptimo de estos mismos albañiles por diferencia?

Albañiles.	*Años.*	*	*Albañiles.*	*Años.*
A...x	: y :	:	21	: z
B...x	: $60-x$:	:	21	: z
C...x	: $60-x$:	:	21	: $\frac{6x}{7}$

Supóngase ser x el número de los albañiles, y el de los años de la primera parte, y z el de los años de la segunda parte, y se tendrá la proporcion *A*. Segun dice el problema, el número de los años con el de los albañiles de la primera parte es 60; luego $x+y=60$. Lo que vale y en esta ecuacion substitúyase en su lugar, y se tendrá la proporcion *B*. De la circunstancia de la segunda parte del problema resulta esta ecuacion $x-z=\frac{x}{7}$; y substitituyendo lo que en ella vale z, se tendrá la proporcion C. De esta proporcion C fórmese la ecuacion $x\times\overline{60-x}=21\times\frac{6x}{7}$; y porque el número 42, que en ella vale x, observa las condiciones que el problema pide, dígase que es cierto que 21 albañiles, &c.

221. Cierto número de sastres hicieron el vestuario á un regimiento, no me acuerdo en cuantas semanas, y despues al mismo respecto la mitad de los sastres de la primera vez hicieron otro vestuario en tantas semanas, que sumadas con el número de estos sastres resulta 57. El tercio de los sastres de la segunda vez es tanto, como el sexto de las semanas de la primera vez, mas 4. Pídense las semanas, y tambien los sastres, que en ellas se emplearon cada vez.

Sastres.		*Semanas.*	*	*Sastres.*		*Semanas.*
A....v	:	x	: :	y	:	z
B....v	:	x	: :	$\frac{v}{2}$	:	z
C....v	:	x	: :	$\frac{v}{2}$	:	$\frac{114-v}{2}$
D....v	:	$v-24$	: :	$\frac{v}{2}$	:	$\frac{114-v}{2}$

Sean v los sastres de la primera parte, é y los de la segunda; x las semanas de la primera parte, y z las de la segunda, y se tendrá la proporcion *A*. De las condiciones del problema salen estas tres ecuaciones: $y=\frac{v}{2}$, $\frac{v}{2}+z=57$, y $\frac{v}{6}=\frac{x}{6}+4$. Y substituyendo el valor de y de la primera ecuacion, el de z de la segunda, y el de x de la tercera, se tendrán las proporciones *B*, *C*, *D*. De esta proporcion *D* fórmese la ecuacion $v\times\overline{v-24}=\frac{v}{2}\times\frac{114-v}{2}$; y siendo en ella $v=42$, dígase que 42 sastres hicieron el vestuario á un regimiento en 18 semanas, y despues 21 sastres hicieron al mismo respecto otro vestuario en 36 semanas.

222. Al respecto que 21 albañiles construyeron un palacio en 36 años: Pídese, en cuántos años lo habrian construido tantos albañiles, que quitando del número de estos el número de los años en que se habrian empleado, salga 24 por diferencia?

Albañiles.		*Años.*	*	*Albañiles.*		*Años.*
21	:	36	: :	x	:	z
21	:	36	: :	x	:	$-24+x$

Supóngase que son x los albañiles, y z los años, y se tendrá la primera proporcion. De la circunstancia del problema resulta $x-z=24$; luego substituyendo en lugar de z lo que ella vale en esta ecuacion, se tendrá la proporcion segunda. En esta es $21\times36=x\times\overline{-24+x}$, practíquese lo que digimos, y hallándose ser $x=42$, dígase que lo habrian construido 42 albañiles en 18 años. Tambien es $x=-18$; pero no sirve.

223. Supuesto que 36 sastres harian el vestuario á un regimiento en 21 dias; en cuántos dias lo acabarán tantos sastres, que 24, y el número de estos den los dias de su ocupacion?

Sastres.		*Dias.*	*	*Sastres.*		*Dias.*
36	:	21	: :	x	:	z
36	:	21	: :	x	:	$24+x$

Suponiendo ser x los sastres, y z los dias, saldrá la primera proporcion: y atendiendo á la condicion del problema, se tendrá en la segunda proporcion, que son x

los sastres, y $24+x$ los dias. De esto resulta la ecuacion $36\times21 = x\times\overline{24+x}$; y siendo en ella $x=18$, dígase que en 18 dias acabarán dicho vestuario 42 sastres. Tambien es $x=-42$; pero no sirve.

224. Por costar la cuartera de trigo 42 reales, me dieron por 17 dineros 3 onzas de pan menos de las que me dieron por los mismos 17 dineros, cuando la cuartera valia tantos reales como denotan las onzas de pan, que en las dos ocasiones me dieron, menos 3. Pregunto, cuántas onzas de pan me dieron cuando la cuartera de trigo valia 42 reales?

Reales		*Onzas.*	*	*Reales.*		*Onzas.*
42	:	x	: :	y	:	z
42	:	$z-3$	: :	y	:	z
42	:	$z-3$	: :	$2z-6$	:	z

Sea x el número de onzas de pan de la primera ocasion, z el de la segunda, é y el número de reales, y se tendrá la primera proporcion. Si las onzas de pan que me dieron en la primera ocasion fueron 3 menos que las que me dieron en la segunda, será $x=z-3$; y substituyendo en lugar de x su valor, se tendrá la segunda proporcion. Segun dice el problema, los reales que valia la cuartera de trigo en la segunda ocasion son iguales á la suma de las onzas de pan de las dos ocasiones, menos 3; luego $y=z-3+z-3$; y substituyendo el valor de y en su lugar, se tendrá la proporcion tercera. De esta proporcion fórmese la ecuacion $42\times\overline{z-3}=\overline{2z-6}\times z$; y saliendo $z=21$, dígase que cuando la cuartera de trigo costaba 42 reales, por 17 dineros me dieron $(z-3)$ 18 onzas de pan, y que costando despues $(2z-6)$ 36 reales, por los mismos 17 dineros me dieron (z) 21 onzas de pan.

225. Compré vino á Pedro, y á Pablo. Por el vino que compré á Pedro le he de entregar 11 ℔ 9 ſ, y por el vino que compré á Pablo he de entregar asimismo 11 ℔ 9 ſ. Entre los dos me vendieron 63 mitadellas. Cada carga de mi vino, dijo Pedro, importa 18 reales mas que cada carga del vino de Pablo. Pablo me dijo: los reales que vale cada carga de mi vino, mas 3, suben á tanto número como mitadellas entregó Pedro á V. m. Pregunto, cuántas mitadellas de vino me entregó Pedro, y cuántas Pablo?

v	:	x	: :	y	:	z
v	:	$63-z$	: :	y	:	z
v	:	$63-z$	: :	$60-z$	:	z
$78-z$	:	$63-z$	: :	$60-z$	:	z

Supóngase ser v el importe de la carga del vino de Pedro, y x las mitadellas que este me entregó. Sean y los reales que vale cada

carga del vino de Pablo, y z las mitadellas que este me entregó, y se tendrá la primera proporcion El problema dice, que entre los dos me vendieron 63 mitadellas: luego será $x+z=63$; y substituyendo el valor de x, resultará la proporcion segunda. La tercera circunstancia del problema dice, que los reales que vale cada carga del vino de Pablo, mas 3, son el número de mitadellas que me entregó Pedro: luego $y+3=63-z$; y substituyendo el valor de y, sale la proporcion tercera. De la segunda condicion del problema resulta $v-18=60-z$; y substituyendo el valor de v, se tendrá la proporcion cuarta. De esta sale la ecuacion $\overline{78-z}\times\overline{63-z}=\overline{60-z}\times z$, el valor de cuya incógnita es 58 ½, ó bien 42. Substitúyase el primer valor de la incógnita, y será 78—58 ½ : 63—58 ½ :: 60—58 ½ : 58 ½; esto es 19 ½ : 4 ½ : : 1 ½ : 58 ½. En esta proporcion se verifican todas las condiciones del problema; pero no que se hayan de entregar 11 ℔ 9 ¾ á Pedro por las 4 mitadellas y media, que salen á razon de 19 reales ½ la carga. Tampoco se verifica que las 58 mitadellas ½ á razon de 1 real ½ la carga importen 11 ℔ 9 ¾. Substitúyase el segundo valor 42 en lugar de z en la misma proporcion cuarta, y será 78—42 : 63—42 : : 60—42 : 42; esto es 36 : 21 : : 18 : 42. En esta próporcion se verifica todo lo que el problema indica; y así dígase que por valer 36 reales la carga del vino de Pedro me entregó 21 mitadellas por 11 ℔ 9 ¾, y por costar 18 reales cada carga del vino de Pablo, este me entregó 42 mitadellas por los mismos 11 ℔ 9 ¾.

VLIII.

Á LA DE TRES COMPUESTA.

El contínuo producto del término último de la primera parte, y de todos los de la segunda, excepto el último, partido por el contínuo producto de todos los términos de la primera parte, excepto el último, da un cociente igual al término último de la segunda parte; v. gr.

226. Al respecto que 24 hombres en 15 dias ganan 128 doblones, 36 hombres en cuantos dias ganarán tanto número de doblones, que sumado con el de los dias, en que los ganarán, resulte 345?

Hombres.	Dias	Doblones.	*	Hombres.	Dias.	Doblones.	
A...24	15	128	: :	36	x	z	
B...24	15	128	: :	36	x	345	x.
$\frac{1}{12}$....2	$\frac{1}{3}$...5	$\frac{1}{2}$...64		$\frac{1}{12}$...3			
$\frac{1}{2}$.......1				$\frac{1}{3}$.....1			

$$R \ldots \frac{64 \times x \times 1}{1 \times 5} = 345 - x$$
$$\frac{64x}{5} = 345 - x$$
$$64x = 1725 - 5x$$
$$69x = 1725$$
$$x = 25$$

Supongamos que son x los dias, y z los doblones, y tendremos la proporcion A. El problema dice, que la suma de los dias y doblones es 345; luego substituyendo en lugar de z lo que ella vale en esta ecuacion $x+z=345$, se tendrá la proporcion B. Abrevíense ahora los términos, y formada la ecuacion R, dígase que hallándose en ella $x=25$, son 25 los dias que se piden, y 320 los doblones.

227. Ciertos hombres en 15 dias ganaron 128 doblones, y al mismo respecto 36 hombres en 25 dias ganaron tantos doblones, que sumados con el número de los hombres, que se emplearon la primera vez, sale 344. Pídese, cuántos hombres se emplearon en la vez primera, y cuántos doblones ganaron los de la segunda?

Hombres.	Dias.	Doblones.	*	Hombres.	Dias.	Doblones.
x	15	128	: :	36	25	$344-x$

$$\frac{128 \times 12 \times 5}{x} = 344 - x$$

Sean x los hombres, serán $344-x$ los doblones; y abreviando el término segundo, cuarto y quinto de la proporcion, la ecuacion será la misma que aquí parece figurada: Y siendo en ella $x=320$, y tambien $x=24$, dígase que si los hombres que se piden son 320, los doblones serán 24; pero si los hombres son 24; serán 320 los doblones.

228. Al respecto que 24 hombres en 15 dias ganaron 128 doblones; cuántos hombres en tantos dias, como es el número de los tales hombres, menos 11, ganarán tantos doblones, como es el duodéclupo del número de los dias, mas 20?

Dias.	Doblones.	Hombres.	*	Dias.	Doblones.	Hombres.
~~45~~ ...	128	24	: :	$z-$~~11~~ ..	$12z-112$ ...	z
$z-11$				15		

$$\frac{3\times 15\times\overline{3z-28}}{\overline{z-11}\times 4}=z$$

Sean z los hombres, serán $z-11$ los dias, y $12z-112$ los doblones. Examínese ahora la proporcion, y hallándose (xxx. prob. 119. pág. 46.) indirecta la de dias y hombres, múdense los antecedentes. si se abrevian los términos, saldrá sin duda la ecuacion que aquí parece figurada, y hallándose en ella $z=36$, dígase que 36 hombres en 25 dias ganarán 320 doblones, como puede probarse por medio de la substitucion. Tambien es $z=8\frac{3}{4}$; pero no sirve, aunque en este valor se verifican las condiciones que el problema pide.

El contínuo producto del término último de la primera parte, y todos los de la segunda, excepto el último, es igual al contínuo producto del término último de la segunda parte, y todos los de la primera; excepto el último; v. gr.

229. Por costar la cuartera de trigo 68 reales, me dieron un pan por 6 cuartos. Pregunto, cuánto ha de costar la cuartera para que por tantos cuartos, como es el tercio de las onzas que pesó el referido pan, me den tantas onzas de pan como es el cuádruplo de los cuartos, que debo entregar por ellas, advirtiendo que el óctuplo, mas 2, de los cuartos, que entregaré, ha de ser igual al número de reales, que la cuartera cueste?

Cuartos.	Onzas.	Reales.	*	Cuartos.	Onzas.	Reales.
6	z	68	: :	$\frac{z}{3}$	$\frac{4z}{3}$	$\frac{8z}{3}+2$
	$\frac{4z}{3}$				z	

$$68\times\frac{z}{3}\times z=6\times\frac{4z}{3}\times\overline{\frac{8z}{3}+2}$$

Supongamos que es z el número de onzas, que pesa el pan; será $\frac{z}{3}$ el número de cuartos, $\frac{4z}{3}$ el de onzas, y $\frac{8z}{3}+2$ el de reales. Y porque la proporcion de onzas y reales es indirecta, múdense los antecedentes. Resuélvase en fin la ecuacion que resulta, y se tendrá que el pan pesó 12 onzas, y que la cuartera de trigo ha de costar 34 reales para que me den 16 onzas de pan por 4 cuartos.

230. Por el mismo medio, que ganaron 84 duros en ciertos dias tantos hombres, como es el duplo de los dias; ganaron 6 hombres mas de los dichos en tanto número de dias; como son los 3 cuartos de los hombres de la primera ocasion, tantos duros, que exceden 21 veces á el número de dias que estuvieron empleados los hombres de la segunda vez. Pídese, cuántos hombres estuvieron empleados en la primera ocasion?

Homb^s.	Dias.	Duros.	*	Homb^s.	Dias.	Duros.
t	v	84	: :	x	y	z
$2v$	v	84	: :	$2v+6$	$\frac{6v}{4}$	$\frac{126v}{4}$

$$4\times\overline{v+3}=v\times v$$

Sean t los hombres de la primera ocasion, y v los dias. Supóngase asimismo que son x los hombres de la segunda ocasion, y los dias, y z los duros, y se tendrá la primera proporcion. Atendiendo á las condiciones ó circunstancias del problema resulta la proporcion segunda. Abreviando los términos de esta segunda proporcion, saldrá de ella la ecuacion que al pie parece figurada. Y siendo en ella $v=6$, dígase que en la primera ocasion estuvieron empleados ($2v$) 12 hombres, (v) 6 dias. En la segunda ocasion estuvieron empleados ($2v+6$) 18 hombres, los cuales en ($\frac{6v}{4}$) 9 dias ganaron ($\frac{126v}{4}$) 189 duros. Tambien $v=-2$; pero no sirve.

231. En cuántos dias 9 hombres mas que los dias ganarán un número de libras moneda igual á 21 veces los dias, supuesto que en 3 dias menos de los dichos 6 hombres menos de los dichos ganen 105 libras menos de las dichas?

Dias.	Homb^s.	℔	*	Dias.	Homb^s.	℔.
x	$x+9$	$21x$	: :	$x-3$	$x+3$	$21x-105$

$$\overline{x+9}\times\overline{x-5}=\overline{x-3}\times\overline{x+3}$$

Suponiendo ser x los dias de la primera parte, y atendiendo las condiciones del problema, se tendrá la proporcion que está figurada; y reduciendo sus términos, saldrá la ecuacion del pie. De dicha ecuacion resuelta $x=9$; y así dígase, que en 9 dias 18 hombres ganarán 189 libras, supuesto que en 6 dias 12 hombres ganen 84 ℔.

Para resolver esta regla, sin atender ó tantear si es directa ó indirecta, acompáñense las circunstancias con sus propios términos principales por contínua multiplicacion; y se tendrán cuatro términos tales, cuyo producto de los productos estremos será igual al producto de los productos médios; v. gr.

232. Si 4 escribanos en 3 dias, trabajando á 6 horas por dia, escribieron 45 hojas de á 56 renglones cada hoja; cuántos dias necesitarán ciertos escribanos, para que trabajando cierto número de horas por dia, escriban al mismo respecto tantas hojas, que el deceno de estas sea el duplo de los dias, y el número de renglones de cada hoja el de las mismas hojas, mas 10, igualándose en tal caso estas hojas á el duodécuplo del número de los escribanos, y el triplo de las horas de su trabajo diario al óctuplo de los dias en que se emplearen?

Suponiendo que son t los escribanos, v las horas, x las hojas, y los renglones y z los dias; tendremos, observando por órden las condiciones que pide el problema, que quedan z los dias, $20z$ las hojas, $20z+10$ los renglones, $\frac{5z}{3}$ los escribanos, y $\frac{8z}{3}$ las horas: luego atendiendo al principio dado, y á lo que dijimos desde núm. XXXII. pág. 47. hasta núm. XXXIV. pág. 50. dispondremos la regla como se sigue.

Escrib.	*Hor.*	*Hoj.*	*Reng.*	*Dias.*	*	*Escrib.*	*Hor.*	*Hej.*	*Reng.*	*Dias.*
4	6	45	56	3	: :	t	v	x	y	z
						$\frac{5z}{3}$	$\frac{8z}{3}$	$20z$	$20z-10$	z

$$4 \times 6 \times 3 : 45 \times 56 :: \frac{5z}{3} \times \frac{8z}{3} \times \frac{z}{1} : 20z \times \overline{20z+10}$$

$$1 \quad 2 \quad 1 \quad 15 \quad 14$$

$$1 \quad 5 \quad 7$$

$$20z \times \overline{20z+10} = 5 \times 7 \times \frac{5z}{3} \times \frac{8z}{3} \times \frac{z}{1}$$

Y siendo en ella $z=3$, dígase que los dias que se piden son 3. Tambien es $z=-\frac{3}{7}$; pero no sirve.

IL.

A LA DE COMPAÑIA SIMPLE.

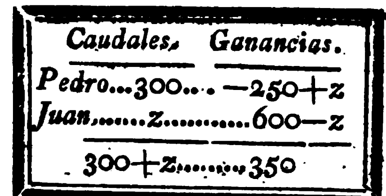
La suma de los caudales, multiplicada por lo que ganó ó perdió cualquiera de los compañeros, es igual á la suma de las ganancias ó pérdidas, multiplicada por lo que puso el mismo compañero; v. gr.

233. Pedro y Juan hicieron compañía. Pedro puso 300 reales, y Juan ganó 200. Los que ganó Pedro, con los que puso Juan, suben á 550 reales. Pídese la ganancia de Pedro.

	Caudales.	Ganancias.
Pedro	300 reales	x
Juan	550 reales $-x$	200 reales.
	$850-x$	$200+x$

Sean x los reales que ganó Pedro, serán $550-x$ los que puso Juan: suponiendo, pues, que Juan puso z, será $x+z=550$, y su caudal $550-x$, como digimos. Súmense los caudales, y asimismo las ganancias, y serán proporcionales $850-x : 200+x :: 300 : x$; y segun el principio dado será $\overline{850-x}\times x=\overline{200+x}\times 300$. En esta ecuacion es $x=400$, y tambien $x=150$: dígase, pues, que Pedro ganó 400 reales, ó bien 150. Si Pedro ganó 400, Juan puso $(550-x)$ 150; pero si dicho Pedro ganó 150 reales, Juan puso $(550-x)$ 400.

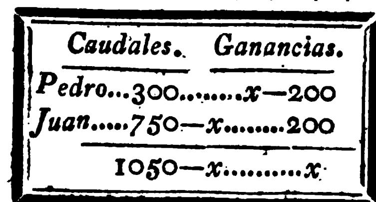
234. Pedro y Juan hicieron compañía. Pedro puso 300 pesos, y Juan entre caudal y ganancia cobró 600. Entre los dos ganaron 350 pesos. Pídese, cuánto puso Juan?



	Caudales.	Ganancias.
Pedro	300	$-250+z$
Juan	z	$600-z$
	$300+z$	350

Suponiendo ser z el caudal de Juan, será su ganancia $600-z$. Quitando de la ganancia comun la ganancia de Juan, se tendrá que la ganancia de Pedro es $350-600+z=-250+z$. En esta suposicion serán proporcionales $300+z : 350 :: z : 600-z$; y atendiendo al principio puesto; será $\overline{300+z}\times\overline{600-z}=350\times z$. En esta ecuacion es $z=400$; y así dígase que Juan puso 400 pesos, y ganó $(600-z)$ 200. Pedro ganó $(-240+z)$ 150 pesos. El segundo valor -150 no sirve.

235. En una compañía, que hicieron Pedro y Juan, Pedro puso 300 doblones, y Juan ganó 200. Finida esta, encontraron entre caudales y ganancias 1050 doblones. Pídese la ganancia de Pedro, y el caudal de Juan.



	Caudales.	Ganancias.
Pedro	300	$x-200$
Juan	$750-x$	200
	$1050-x$	x

Sea x la ganancia comun, será $1050-x$ el caudal comun, y $x-200$ la ganancia de Pedro. El caudal de Juan será $1050-x-300=750-x$. Atendiendo al principio puesto, será $\overline{1050-x}\times\overline{x-200}=x\times 300$. En esta ecuacion es $x=600$, y tambien $x=350$; y así dígase que la ganancia de los dos es 600 doblones, ó bien 350. Si entre los dos ganaron 600 doblones, será 400 la ganancia

de Pedro, y 150 el caudal de Juan; pero si entre los dos ganaron 350 doblones, será 150 la ganancia de Pedro, y 400 el caudal de Juan.

236. En una compañía, cuyos interesados se ignoran, puso cada compañero tantos pesos cuantos eran los interesados. Entre todos pusieron 144 pesos, y ganaron 180. Pídese la ganancia de cada uno. Supóngase que el primer interesado puso x, y en esta suposicion será tambien x el número de los compañeros. Partiendo la ganancia total por el número de compañeros, será $\frac{180}{x}$ la ganancia de cada interesado; luego serán proporcionales $144 : 180 :: x : \frac{180}{x}$ y (v. lema 1.° pág. 3.) $144 \times \frac{180}{x} = 180 \times x$. En esta ecuacion es $x = 12$; y así digase que cada interesado puso 12 pesos, y que el número de los compañeros era igualmente 12: partiendo pues, por este 12 los 180 pesos, se tendrá que cada compañero ganó 15 pesos. El segundo valor -12 no sirve.

237. Cuatro mercaderes en una compañía pusieron 3564 tt, y á proporcion de lo que expuso cada uno ha de corresponder el tercio de la ganancia ó pérdida al primero; el cuarto al segundo, el quinto al tercero, y al cuarto lo restante. Pídese, habiendo ganado 846 tt, cuánto puso, y cuánto ganó cada uno?

	Caudales.	Ganancias.
1°...	1188 tt	282 tt
2°...	891 "	211 " 10 ʒ
3°...	712 " 16 ʒ	169 " 4 ʒ
4°...	772 " 4 ʒ	183 " 6 ʒ
	3564 tt 0 ʒ	846 tt 0 ʒ

Suponiendo ser x las libras que expuso el cuarto, y z las que ganó, serán las ecuaciones $\frac{3564}{5} + \frac{3564}{4} + \frac{3564}{3} + x = 3564$, y $\frac{846}{3} + \frac{846}{4} + \frac{846}{3} + z = 846$. Reduciendo los quebrados impropios de dichas ecuaciones á enteros, saldrán estas $1188 + 891 + 712$ tt 16 ʒ $+ x = 3564$, y $282 + 211$ tt 10 ʒ $+ 169$ tt 4 ʒ $+ z = 846$, que nos manifiestan las libras que pusieron y ganaron los tres primeros mercaderes. Y siendo en ellas $x = 772$ tt 4 ʒ, y $z = 183$ tt 6 ʒ, dígase que el cuarto puso 772 tt 4 ʒ, y ganó 183 tt 6 ʒ.

238. En una compañía, que formaron Pedro, Juan y Diego, al fin hallaron entre caudal y ganancia 12936 pesos, que han de partirse de modo, que los $\frac{2}{3}$ de Pedro, los $\frac{3}{4}$ de Juan, y los $\frac{4}{5}$ de Diego serán iguales. Pídese, cuánto corresponde á cada uno? Si suponemos que son v los pesos que corresponden á Pablo, x los que corresponden á Juan, y z los que corresponden á Diego, tendremos estas tres ecuaciones $v + x + z = 12936$, $\frac{2v}{3} = \frac{3x}{4}$, y $\frac{3x}{4} = \frac{4z}{5}$;

y hallándose en ellas $v=4752$, $x=4224$, y $z=3960$, dígase que á Pedro le corresponden 4752 pesos, á Juan 4224, y á Diego 3960. (1).

239 Tres comerciantes hicieron compañia. Entre el 1.° y 2.° pusieron 4630 tt. Entre el 2.° y 3.° 3860. Entre el 3.° y 1.° 5340. Juntos ganaron 2758 tt ♃. Pídese, cuánto puso, y ganó cada uno?

Caudales.	Ganancias.
1°...3055 tt...	1218 tt 9 ♃ 3...1047
2°...1575 "...	638 " 3 ♃ 6... 954
3°...2285 "...	911 " 7 ♃ 1... 765
6915 tt...	2758 tt 0 ♃ 0... $\frac{a}{1383}$

Supóngase que de los tres comerciantes el primero puso v, el segundo x, el tercero z, y se tendrán estas ecuaciones $v+x=4630$, $x+z=3860$, $z+x=5240$, que resolviéndolas darán la coluna de los caudales. La de ganancias se encontrará resolviendo estas tres proporciones $6915 : 2758 :: 3055 : v$, $6915 : 2758 :: 1575 : x$, y $6915 : 2758 :: 2285 : z$. En dichas dos colunas está clara la respuesta que se pide.

240. Tres muchachos hicieron compañia. El primero y segundo pusieron 2 reales mas que el tercero. El segundo y tercero pusieron 10 reales mas que el primero. El tercero y primero pusieron 6 reales mas que el segundo. Entre los tres ganaron 23 ♃. Preguntó, cuánto puso, y cuánto ganó cada uno?

Caudales.	Ganancias.
1°...4 reales...	5 ♃ $\frac{1}{9}$
2°...6.........	7 ♃ $\frac{6}{9}$
3°...8.........	10 ♃ $\frac{2}{9}$
18 reales,	23 ♃ $\frac{e}{9}$

En la suposicion que de los tres muchachos el primero puso v, el segundo x, y el tercero z, resuélvanse estas tres ecuaciones $v+x=z+2$, $x+z=v+10$, $z+v=x+6$: Y resolviendo despues estas tres proporciones $18 : 23 :: 4 : v$, $18 : 23 :: 6 : x$, $18 : 23 :: 8 : z$; se tendrá que cada muchacho puso y ganó lo que queda indicado en las colunas espresadas.

241. Cuatro amigos hicieron compañia. El primero, segundo y tercero pusieron 93 reales mas que el cuarto. El segundo, tercero y cuarto pusieron 86 reales mas que el primero. El tercero, cuarto y primero pusieron 65 reales mas que el segundo. El cuarto, primero y segundo pusieron 48 reales mas que el tercero. Perdieron 74 pesos. Pídese, cuánto puso, y cuánto perdió cada uno?

(1) Segun lo dicho podria resolverse este mismo problema por una sola ecuacion, como tambien muchos otros de los que hace aqui el Autor por diferentes ecuaciones.

Caudales.	Pérdidas.	
1° ...30 real.....15 pes...		30
2° ...40 » ½...20 » ...		77
3° ...49 » .....24 » ...		122
4° .. 26 » ½...13 » ...		63
146 real....74 pes...1⁸₁₁		

Supongamos que de los cuatro amigos espresados el primero puso v, el segundo x, el tercero y, el cuarto z; y resolviendo estas cuatro ecuaciones $v+x+y=z+93$, $x+y+z=v+86$, $y+z+v=x+65$, $z+v+x=y+48$, se encontrará, que el primero puso 30 reales, el segundo 40 ½, el tercero 49, y el cuarto 26 ½, como indica la coluna de los caudales. Resuélvanse en fin estas cuatro proporciones $146 : 74 :: 30 : v$, $73 : 37 :: 40\frac{1}{2} : x$, $73 : 37 :: 49 : y$, $73 : 37 :: 26\frac{1}{2} : z$, y saldrá, que cada amigo perdió lo que por órden manifiesta la coluna de las pérdidas.

242. Tres artesanos en cierto arrendamiento ganaron 4250 tt ℔, que han de partirse de modo, que el segundo ha de haber los ⅔ del primero, y el tercero los ¾ del segundo. Pregunto, cuánto corresponde á cada uno? Supongamos que de dichos artesanos al primero le corresponde v, al segundo x, al tercero z; y resolviendo estas tres ecuaciones $v+x+z=4250$, $x=\frac{2v}{3}$, $z=\frac{3x}{4}$, hallaremos, que al primero le corresponden 1961 tt 10 ℔ 9 $\frac{3}{13}$, al segundo 1307 tt 13 ℔ 10 $\frac{2}{13}$, y al tercero 980 tt 15 ℔ 4 $\frac{8}{13}$.

243. Pedro y Juan hicieron compañía. Lo que Juan empleó, menos 250, es la ganancia de Pedro. Pedro puso tantas libras, que si á ellas se añaden 50, saldrá la ganancia de los dos. La ganancia de ambos, mas 50, es lo que empleó Juan. Pregunto, cuánto ganó Pedro?

Caudales.	Ganancias.
Pedro...$t=300$......	$v=150$
Juan...$x=400$......	$z=200$
$t+x$..............	$v+z$

En la suposicion que Pedro puso t, y ganó v; y Juan empleó x, y ganó z, se tendrán estas cuatro ecuaciones; $t+x \times v = v+z \times t$; $x-250=v$, $t+50=v+z$, $v+z+50=x$; y siendo en ellas $t=300$, $v=150$, $x=400$, y $z=200$, dígase que Pedro puso 300 tt, y ganó 150, y que Juan empleó 400 tt, y ganó 200. Tambien es $x=50$, y en órden á este valor dígase; &c.

L.

Á LA DE COMPAÑIA COMPUESTA.

La suma de los productos del caudal y tiempo de cada intere-

sado, multiplicada por lo que ganó ó perdió cualquiera de los compañeros, es igual á la suma de lo que ganaron ó perdieron entre todos, multiplicada por el producto del caudal y tiempo del mismo compañero; v. gr.

244. Pedro, y Pablo hicieron compañía. Pedro puso 700 reales por 6 meses, y ganó 420. Pablo puso 500 reales, y aunque se ignora por cuantos meses, se tiene noticia que quitando este tal número de meses del número de reales que ganó, resulta 392. Pídese la ganancia de Pablo.

Caudales.	*Meses.*	*Prod^s.*	*Ganan^s.*
Pedro..700	6	4200	420
Pablo..500	x	$500x$	$392+x$
		$4200+500x$	$812+x$

Supongamos que es x el número de meses que Pablo tuvo empleados los 500 reales, serán $392+x$ los reales que éste ganó. En esta suposicion (núm. XXXIX. pág. 69.) serán proporcionales $4200+500x : 812+x :: 4200 : 420$, y (principio dado, ó bien núm. V. lema 1°. pág. 3.) $\overline{4200+500x}\times 420 = \overline{812+x}\times 4200$, en cuya ecuacion es $x=8$; y así dígase, que Pablo en 8 meses ganó 400 reales.

245. Dos hicieron compañía, y entre todos pusieron 1200 escudos. La suma del caudal y ganancia del primero en 6 meses es 1120 escudos, y la del caudal y ganancia del segundo en 8 meses 900. Pídese, cuánto puso, y cuánto ganó cada uno?

Caudales.	*Meses.*	*Productos.*	*Ganancias.*
1°....x	6	$6x$	$1120-x$
2°.$1200-x$	8	$9600-8x$	$-300+x$
		$9600-2x$	820

Sea x el caudal del primero, será $1120-x$ su ganancia: Siendo x el caudal del primero, será $1200-x$ el caudal del segundo, y $-300+x$ su ganancia. La suma de los productos es $9600-2x$, y la de las ganancias es 820; luego serán proporcionales $9600-2x : 820 :: 6x : 1120-x$, y asimismo será $\overline{9600-2x}\times\overline{1120-x} = 820\times 6x$. En esta ecuacion es $x=7680$, y tambien $x=700$; luego si el primero puso 7680 escudos, y ganó -6560; el segundo puso -6480; y ganó 7380; pero si el primero puso 700 escudos, y ganó 420, el segundo puso 500, y ganó 400. Si bien se considera esta respuesta, se verá que el primer valor no sirve.

246. De tres comerciantes, que hicieron compañía, el primero puso 700 pesos por 6 años, y ganó 420 reales; el segundo

en 7 años ganó 560 reales; y el tercero expuso 500 pesos por ciertos años, y ganó 400 reales. Pregunto, cuántos pesos puso el segundo?

Caudales.	Años.	Prod^s.	Gan^s.
1°...700	6	4200	420
2°...x	7	$7x$	560
3°...500	z	$500z$	400
		$4200+7x+500z$	1380

Suponiendo que son x los pesos que empleó el segundo, y z los años en que tuvo empleados los 500 pesos el tercero, saldrá $\overline{4200+7x+500z}\times 420=1380\times 4200$, y $\overline{4200+7x+500z}\times 560=1380\times 7x$. En estas dos ecuaciones es $x=800$, y $z=8$; dígase pues, que el segundo puso 800 pesos, y que el tercero tuvo empleados los 500 por espacio de 8 años.

247. Tres artesanos en una compañía ganaron 1380 ℔ ♃, de las cuales al primero cupieron 420 por 700 que empleó. El segundo, que expuso tantas, que con el número de los años, que estuvo en la compañía el primero, componen 806, al cabo de 7 años entre caudal y ganancia cobró 1360. El tercero puso 500 ℔ por 2 años mas que el primero, y ganó 160 ménos que el segundo. Pídese, el tiempo que estuvo en la compañía el primero, el caudal del segundo, y la ganancia del tercero?

Caudales.	Años.	Productos.	Ganancias.
1°...700	x	$700x$	420
2°...$806-x$	7	$5642-7x$	$554+x$
3°...500	$x+2$	$1000+500x$	$394+x$
		$6642+1193x$	1380

Mírense con reflexion las condiciones del problema, y lo que aquí parece figurado, y hallando en esta ecuacion $\overline{6642+1193x}\times 420=1380\times 700x$ ser $x=6$, $x=6$, dígase que el primero estuvo 6 años en la compañía, que el segundo puso 800 ℔, y que el tercero ganó 400.

248. Tres comerciantes en una compañía ganaron no me acuerdo cuantos pesos; pero sí que el primero ganó 420 con 700 que expuso por tantos años, que con la ganancia del tercero componen el número 406. El segundo ganó 560 pesos en los 7 años, que tuvo empleados tal número de pesos, que quitados de los que ganaron entre todos resulta 580. El tercero ganó los pesos restantes con los 500 que empleó por 2 años mas que el primero. Pregunto, cuántos pesos puso el segundo, y cuántos ganó el tercero?

Caudales.	Años.	Productos.	Ganancias.
1°.....700	1386−x	970200−700x	420
2°..−580+x	7	−4060+7x	560
3°.....500	1388−x	694000−500x	x−980
		1660140−1193x	x

Atendiendo las circunstancias del problema, y que en esta ecuacion $\overline{1660140-1193x}\times560=x\times\overline{-4060+7x}$ es $x=1380$, dígase que el segundo puso 800 pesos, y que el tercero ganó 400. Tambien es $x=-96240$, pero no sirve.

249. Tres amigos en comun negociacion perdieron 1380 doblones, de los cuales el primero perdió 420, el segundo 560, y el tercero los restantes. El primero puso no se sabe cuantos doblones; pero sí que si hubiese puesto 100 mas, habria puesto tantos como el segundo, y que si se hubiesen quitado del número de los años que los empleó, habria resultado −694. El segundo expuso su caudal por 1 año mas que el primero, y 1 ménos que el tercero, el cual puso 300 doblones ménos que el segundo. Pídese el caudal de cada uno?

Caudales.	Años.	Productos.	Pérdidas.
1°.........x	−694+x	$-694x+x^2$	420
2°....x+100	−693+x	$-593x+x^2-69300$	560
3°....x−200	−692+x	$-892x+x^2+138400$	400
		$-2179x+3x^2+69100$	1380

Mírense con atencion las condiciones del problema, y lo que aquí parece figurado; y practicando en esta ecuacion $\overline{-2179x+3x^2+69100}\times 420=1380\times\overline{-694x+x^2}$ lo que en las demas, se hallará, que el primero puso 700 doblones, el segundo 800, y el tercero 500. Á mas de ser $x=700$, es tambien igual á $=\frac{1382}{4}$, pero no sirve.

L I.
A LAS DE ALIGACION.

La cantidad del mixto multiplicada por su especie es igual á

la suma de los productos, que resultan multiplicando cada una de las otras cantidades por su especie; v. gr.

250. Un labrador de Castilla tiene 48 cántaras de vino, que vale á 8 pesos la cántara, y 24 cántaras, que vale á 5 pesos: Pídese, mezclando las dos partidas, á cuánto venderá la cántara del mixto para sacar el mismo dinero que vendiéndolo separadamente?

Cantidades.	*Especies.*
48	8
24	5
72	x

Súmense las cantidades, y suponiendo ser x lo que vale cada cántara de las 72 del mixto, fórmese esta ecuacion $72\times x = 48\times 8 + 24\times 5$, y resolviéndola se encontrará, que el tal labrador venderá la cántara del mixto á 7 pesos.

251. Otro labrador de Aragon tiene una bota de 48 nietros de vino, que aunque se ignora cuanto vale cada nietro, se sabe que tiene otra bota de 24 nietros, que vale á 5 libras jaquesas, y que vendiendo el nietro del mixto á 7 tt ♃, sacará el mismo dinero que vendiéndolo separadamente. Pídese el valor de cada nietro de los 48.

Cantidades.	*Especies.*
48	x
24	5
72	7

Suponiendo ser x el valor de cada nietro de los 48, dispóngase la regla como parece; y resolviendo esta ecuacion $72\times 7 = 48\times x + 24\times 5$, se encontrará que es 8 tt ♃ el valor de cada nietro.

252. En un almacen hay un monton de trigo, no se sabe de cuantas fanegas, pero sí que cada una vale 7 pesetas, y que el tal monton se compone de 48 fanegas, que valen á 8 pesetas, y las restantes á 5. Pregunto, de cuántas fanegas consta el tal monton ó mixto, y cuantas fanegas de 5 pesetas la fanega se mezclaron?

Cantidades.	*Especies.*
48	8
x	5
$48+x$	7

Sean x las fanegas de 5 pesetas, que se mezclaron, será $48+x$ la suma de las cantidades; luego la ecuacion será $\overline{48+x}\times 7 = 48\times 8 + x\times 5$: y encontrándose en ella $x = 24$, dígase que se mezclaron 24 fanegas

de 5 pesetas la fanega, y que el tal monton consta de 72 fanegas.

253. Tengo dos montones en Valencia, uno de trigo, y otro de centeno, que mezclados valen á 7 duros el cahíz. Sé que vendiendo separadamente el trigo á 8 duros, y el centeno á 5, sacaria el mismo dinero que vendiendo los 72 cahíces del mixto al precio espresado. Pregunto, cuántos cahíces de trigo hay en el mixto?

Cantidades.	*Especies.*
x	8
$72-x$	5
72	7

Sean x los cahíces de trigo, serán $72-x$ los de centeno: y hallándose en esta ecuacion $x\times8+\overline{72-x}\times5=72\times7$ ser $x=48$, dígase que en el mixto hay 48 cahíces de trigo, y que con él se mezclaron 24 cahíces de centeno.

254. Pedro tiene un monton de 72 fanegas de trigo de Aragon mezclado de dos especies, cuyo mixto, aunque sabe que vale á 7 pesetas la fanega, y que de trigo de precio superior hay el duplo que del de inferior, y á mas de esto que la diferencia de estas especies es 3; ignora no obstante las fanegas, y el valor de la fanega de cada una de las dos especies que lo componen. Pídese el valor de la fanega de cada una de las dos especies que entraron en el mixto?

Cantidades.	*Especies.*
48	z
24	$z-3$
72	7
$48\times z+24\times\overline{z-3}=72\times7$	

Si en las 72 fanegas del mixto hay el duplo del trigo de precio superior que del de inferior, es evidente que de trigo de inferior precio habrá en él el tercio de 72, y del de superior precio los dos tercios de 72. Dispuestas las cantidades, como se ve, supóngase que es z el valor de la fanega del trigo de precio superior; y en esta suposicion, siendo 3 la diferencia entre las dos especies, será $z-3$ el valor de la fanega de trigo de precio inferior; luego la ecuacion será la que parece figurada al pie del egemplo:

y encontrándose en ella $z=8$, dígase que el valor de la fanega del trigo de precio superior es 8 pesetas, y 5 el de inferior.

255. Un labrador tiene ciertas cargas de aceite, que vale á 7 escudos de oro la carga, compuesto de aceite de 8 escudos la carga, y de aceite de ménos valor hay 24 cargas. Las cargas del mixto con la diferencia entre la especie superior é inferior componen el número 75. Pregunto, cuántas cargas de aceite de 8 escudos entraron en el mixto, y cuantos escudos vale cada carga de las 24?

Cantidades.	*Especies.*
x	8
24	$-43+x$
$x+24$	7

$$\overline{x+24}\times 7 = x\times 8 + 24\times\overline{-43+x}$$

Si se supone ser x el número de cargas de aceite, que vale á 8 escudos la carga, será $x+24$ la cantidad del mixto, y $-43+x$ los escudos que vale cada carga de las 24; pues que suponiendo ser z la especie inferior será $8-z$ la diferencia entre la superior é inferior, cuya diferencia sumada con la suma de las cantidades será $x+24+8-z$. Esta suma, segun dice el problema, es igual á 75; luego $x+32-z=75$, ó bien $z=-43+x$. Encontrando con esto en la ecuacion, que parece figurada al pie del egemplo, ser $x=48$, dígase que en el mixto entraron 48 cargas de aceite de 8 escudos la carga, y que cada carga de las 24 restantes vale 5 escudos.

256. Un platero tiene un mixto de 72 onzas de oro de 19 quilates, compuesto de oro de 17 quilates, y de oro de tantos quilates, como resulta quitando de las onzas de oro de esta especie el número 28. Pídense las partes de la mezcla?

Cantidades.	*Especies.*
z	$z-28$
$72-z$	17
72	19

$$z\times\overline{z-28}+\overline{72-z}\times 17=72\times 19$$

Dispuestos los términos en la suposicion de ser z las onzas de oro de especie superior, resultará la ecuacion que al pie queda figurada: y encontrándose

en ella $z = 48$, dígase que las partes de la mezcla son 48 onzas de oro de 20 quilates, y 24 onsas de 17. El valor -3 no sirve.

257. En una mezcla de pólvora entraron 48 libras de tantos grados, que el nónuplo de estos denota el mixto, el cual salió de tanta potencia como es el tercio, ménos 1, de las libras de pólvora restantes, que compusieron el tal mixto. Pregunto, al respecto que, quitando de los grados de las 48 libras el número 3, salen los grados de la otra pólvora, que entró en la tal mezcla, de cuántos grados son las 48 libras espresadas?

Cantid.s	*Espec.s*
48.	z
$9z-48$. . . .	$z-3$
$9z$.	$3z-17$

Mírense con atencion las condiciones del problema, y dispuestos los términos resuélvase esta ecuacion $9z \times \overline{3z-17} = 48 \times z + \overline{9z-48} \times \overline{z-3}$; y hallándose en ella $z = 8$, dígase que las 48 libras de pólvora que entraron en el mixto son de 8 grados. Dígase tambien que las otras $(9z-48)$ 24 libras son de $(z-3)$ 5 grados, y las $(9z)$ 72 libras del mixto de $(3z-17)$ 7 grados. Tambien es $z = -1$; pero no sirve.

258. Se ha de hacer una mezcla de pólvora de tantos grados, que el séptuplo de estos, ménos 1, sean las libras que entraron en ella de la especie superior, y su décuplo, mas 2, sea el mixto, cuyo noveno indica la especie superior. Las libras de ménos potencia, y los grados de la pólvora mas fina, que entró en el mixto, componen el número 32. Quitando de la pólvora mas basta los grados de su fortaleza, queda 19. Pregunto, de cuántos grados saldrá el mixto?

Cantidades.	*Especies.*
$7x-1$.	$\frac{10x+2}{9}$
$\frac{286-10x}{9}$.	$\frac{115-10x}{9}$
$10x+2$.	x

Preparados los términos conforme las circunstancias del problema, resuélvase esta ecuacion $\overline{10x+2} \times x = \overline{7x-1} \times \frac{10x+2}{9} + \frac{286-10x}{9} \times \frac{115-10x}{9}$, y encontrándose en ella $x = 7$, respóndase que el mixto saldrá de 7 grados. Las partes del mixto saldrán las mismas que en el problema antecedente, como puede probarse.

Tambien es $x = -58\frac{7}{10}$; pero no sirve. Adviértase que la suma del cuadrado de la mitad del coeficiente de la simple incógnita, y del término conocido será $\frac{6996384}{6400}$, cuya raíz cuadrada es $\frac{2628}{80}$.

259. Pedro hizo un mixto de tres especies de aceite, que viene á 19 tt la carga, cual consta de 9 cargas $\frac{3}{5}$ de aceite de tantas libras de ardites la carga, que el duplo del tal número de libras es el número de cargas del mixto, y asimismo 7 mas que el precio de cada una de las 28 cargas $\frac{4}{5}$ del aceite mas inferior que entró en la mezcla. Quitando el número 21 de la suma del precio mas alto y mas bajo, resta el número que indica las libras, que vale cada carga del aceite restante que entró en la mezcla. Pregunto, de cuántas cargas consta el mixto?

Cantidades.	*Especies.*
$9\frac{3}{5}$	x
$2x-38\frac{2}{5}$	$2x-28$
$28\frac{4}{5}$	$x-7$
$2x$	19

Dispónganse los términos segun las condiciones que el problema espresa; y porque resolviendo la siguiente ecuacion $2x \times 19 = 9\frac{3}{5} \times x + \overline{2x-38\frac{2}{5}} \times \overline{2x-28} + 28\frac{4}{5} \times \overline{x-7}$, sale $x = 24$, respóndase que el mixto consta de $(2x)$ 48 cargas de aceite. Dígase tambien que cada carga de las $9\frac{3}{5}$, que entraron en la mezcla, valia 24 tt; que la de las $(2x-38\frac{2}{5})$ $9\frac{3}{5}$ importaba $(2x-28)$ 20 tt, y las $28\frac{4}{5}$ subian á 17 tt. Tambien es $x = 9\frac{1}{10}$; y respecto á este valor dígase que el mixto consta de 18 cargas $\frac{1}{5}$. Asimismo que, &c. Adviértase que siendo $\frac{331}{20}$ la mitad del coeficiente de la simple incógnita, será $\frac{109561}{400}$ su cuadrado, el cual sumado con el término conocido $\frac{-2184}{10} = \frac{-87360}{400}$ dará $\frac{22201}{400}$, cuya raíz cuadrada es $\frac{149}{20}$.

260. Un platero fabricó una lámpara de oro, plata y cobre, cuya onza vale 145 reales $\frac{19}{27}$ avos. La mitad de las onzas que pesa la tal lámpara ó mixto, mas 3, son de oro, que vale á tantos reales la onza como es el quíntuplo del número de onzas, ménos 20, que pesa dicha lámpara, cuyo tercio indica el valor de cada onza de plata. El cobre es de tal especie que el nónuplo de los reales, que vale cada onza, compone el número de reales que dijimos valia cada onza de plata. La mitad del número de las onzas de cobre es el número de reales

que vale cada onza de su especie. Sumando el valor de la onza de plata y de cobre sale el número de las onzas de plata. Pídese, cuántas onzas pesa la lámpara?

Cantidades.	*Especies.*
$\frac{x}{2}+3$	$5x-20$
$\frac{x}{3}+\frac{x}{27}$	$\frac{x}{3}$
$\frac{2x}{27}$	$\frac{x}{27}$
x	$145\frac{19}{27}$

Mirando atentamente las circunstancias del presente problema, se encontrarán los términos que aquí parecen figurados; resolviendo esta ecuacion $x\times 145\frac{19}{27}=\overline{\frac{x}{2}+3}\times\overline{5x-20}+\overline{\frac{x}{3}+\frac{x}{27}}\times\frac{x}{3}+\frac{2x}{27}\times\frac{x}{27}$, saldrá $x=54$; dígase pues, que la referida lámpara pesa 54 onzas. Dígase tambien, que en la tal lámpara entraron $(\frac{x}{2}+3)$ 30 onzas de oro de $(5x-20)$ 250 reales la onza, $(\frac{x}{3}+\frac{x}{27})$ 20 onzas de plata de $(\frac{x}{3})$ 18 reales la onza, y $(\frac{2x}{27})$ 4 onzas de cobre de $(\frac{x}{27})$ 2 reales la onza. Tambien es $x=-\frac{43740}{103383}$; pero no sirve. Quien querrá estar seguro de las operaciones mas engorrosas, puede advertir, que siendo $\frac{2769471}{103383}$ la mitad del coeficiente de la simple incógnita, su cuadrado será $\frac{7669969619841}{10688044689}$, el cual sumado con el término conocido $\frac{2361960}{103383}$, compondrá $\frac{7914156130521}{10688044689}$, cuya raíz cuadrada es $\frac{2813211}{103383}$. Para que el término conocido tenga el mismo denominador que el cuadrado, pártase el denominador del cuadrado por el denominador del término conocido; y así en el presente caso con el cociente 103383 multiplíquese el numerador 2361960, y saldrá $\frac{244186510680}{10688044689}$. Repásense las reglas generales LV. y LXII. de los E. pag. 53 y 58.

LII.
DE LAS PROGRESIONES.

No obstante de servir de poca utilidad las progresiones para el comercio, es muy del caso tratar de ellas, no solamente por los recónditos y admirables usos que tienen en la Matemática y Filosofía, sino tambien por ser el fundamento del Álgebra y Logaritmos; y así vamos al asunto.

Progresion numérica es una série de números continuada á lo ménos por tres términos con algun exceso ó diferencia proporcional. Divídese en *aritmética*, y *geométrica*.

Cualquiera progresion es, ó bien *ascendente*, ó bien *descendente*. La ascendente es cuando los términos van creciendo. La descendente es cuando los términos van menguando.

En cualquiera progresion se merecen especial atencion estas cinco cosas: *denominador*, el cual señalarémos con la letra d; *término primero*, que indicarémos con esta señal p; *término último*, que significarémos con la nota u; *número de los términos*, que espresarémos con la n: y *suma de los términos*, cuyo caracter será s.

LIII.

PROGRESION ARITMÉTICA.

La progresion aritmética es una série de términos, que se van diferenciando por una misma cantidad. Estos términos 3, 5, 7, 9. 11. 13, porque se van diferenciando por una misma cantidad, que es 2, se dice que forman una progresion aritmética: asimismo la forman estos $a.\ a+x.\ a+2x.\ a+3x.\ a+4x.\ a+5x$; porque se van diferenciando todos por una misma cantidad, que es la x.

Divídese la progresion aritmética, como hemos dicho, en ascendente y descendente. Progresion aritmética ascendente es una série de términos colocados por la contínua adicion de una misma cantidad. Estos términos 5. 8. 11. 14, porque se van aumentando por la adicion de una misma cantidad, que es 3, se dice que estan en progresion aritmética ascendente: asimismo en estos $p.\ p+d.\ p+2d.\ p+3d$, se dice que estan en progresion aritmética ascendente, porque se van aumentando por la adicion de una misma cantidad, que es d.

Progresion aritmética descendente es una série de términos colocados por la contínua substraccion de una misma cantidad. Estos términos 15. 12. 9. 6, porque se van disminuyendo por la substraccion de una misma cantidad, que es 3, se dice que estan en progresion aritmética descendente: tambien á estos $n.\ n\text{-}z.\ n\text{-}2z.\ n\text{-}3z.\ n\text{-}4z$, porque se van disminuyendo por la substraccion de una misma cantidad, que es z, se dice que estan en progresion aritmética descendente.

Denominador ó esponente de una progresion aritmética es aquella cantidad, en que se van diferenciando los términos; y así el denominador de esta progresion aritmética 4. 9. 14 es 5, el de esta 13. 11. 9. 7. 5, es 2, y el de esta otra $z+4r,\ z+3r.\ z+2r.\ z+r.\ z.\ z\text{-}r.\ z\text{-}2r$, es r.

En cualquiera progresion aritmética, conociendo tres de las cinco cosas que dijimos, pueden facilmente conocerse las otras dos, como se tengan presentes los teoremas que siguen.

Teorema 1.° *En cualquiera progresion aritmética el duplo de la suma de todos los términos es igual á la suma del término primero y último, multiplicada por el número de los términos.* En idioma algebráico es...$2s = \overline{p+u} \times n$

Demost. Supongamos para esto que se tenga la progresion general $p.\ p+d.\ p+2d.\ p+3d.$ &c. hasta el último término u, el penúltimo será $u-d$, el antepenúltimo $u-2d$ &c. en cuya progresion observarémos que siempre la suma del término primero y último es igual á la suma de cualesquiera otros dos términos equidistantes de los estremos, y al duplo del medio, si el número de términos es impar, como se ve

$$p.\ p+d.\ p+2d.\ p+3d.\ p+4d.\ p+5d.\ p+6d.$$
$$u.\ u-d.\ u-2d.\ u-3d.\ u-4d.\ u-5d.\ u-6d.$$

Sumas..$p+u.\ p+u.\ p+u.\ p+u.\ p+u.\ p+u.\ p+u.$

Luego si s es igual á la suma de todos los términos; resulta que el duplo de la suma de todos los términos, que es $2s$ equivale á tantas veces la suma del término primero y último como términos hay en la progresion, y así $2s = \overline{p+u} \times n$ que es lo que se habia de probar.

Teorema 2.° *En cualquiera progresion aritmética el último término, ménos el primero, es igual al denominador, multiplicado por el número de los términos, ménos uno.* Que traducido en lenguage algebráico cuando la progresion es ascendente dirá $u-p = d \times \overline{n-1}$ y cuando descendente $u-p = d \times \overline{n-1}$

Demost. Como d es el comun esponente en cualquier progresion aritmética, es claro que no encontrándose aquel en el primer término, su coeficiente en cualquiera término de la progresion será igual al número de términos que á este término le preceden; luego en el último término u, el coeficiente del esponente será $n-1$, de lo que resulta que cuando la progresion es ascendente $u = p + d \times \overline{n-1}$; y cuando descendente $u = p - d \times \overline{n-1}$, ó bien restando p de ambas ecuaciones será cuando la progresion

es ascendente . . . , . . $u-p = d \times \overline{n-1}$ }
Y cuando descendente . . $u-p = -d \times \overline{n-1}$ } que es &c.

Atendiendo á lo que se ha dicho en estos dos teoremas facilmente podrán resolverse los problemas que siguen. v. g.

261. Pídese el término último, y el denominador de una progresion aritmética, cuyo número de términos es 6, el término primero 2, y la suma de los términos 57.

Denominador	d	d	$d=3$
Término primero . . .	p	$p=2$	$p=2$
Término último	u	u	$u=17$
Número de términos .	n	$n=6$	$n=6$
Suma de los términos .	s	$s=57$	$s=57$

Para proceder sin esponerse á error en la formacion de las ecuaciones, que nacen de cualquier problema de progresion, sea aritmética, sea geométrica, prepárese primeramente una coluna de letras con el órden que parece figurado en la izquierda. Á la derecha de cada una de dichas letras escríbanse ordenadamente los términos conocidos, que el problema dado manifiesta, cuales en el presente caso son los que declara la coluna de en medio. Hecho esto, fórmense las ecuaciones correspondientes al problema que se propuso; y practicando esto en el presente, tendrémos (teoréma primero) $57\times2=\overline{2+u}\times6$, y (teorema segundo) $u-2=d\times\overline{6-1}$. En estas ecuaciones (*E.* núm. 699 pag. 430.) es $u=17$, y $d=3$; luego el término último que se pide es 17, y el denominador ó esponente es 3. Substituyendo estos dos valores en los dos lugares que quedaron vacíos en dicha coluna de letras, se tendrán en claro las cinco cosas principales, que concurren en cualquiera progresion, cuales por su órden indica la coluna de la derecha. En conclusion, siendo 2 el término primero, y 3 el denominador, la progresion será 2, $2+3=5$, $5+3=8$, $8+3=11$, $11+3=14$, $14+3=17$; esto es 2. 5. 8. 11. 14. 17.

262. En 6 años pagué 57 doblones. En el primer año pagué 2. En el segundo pagué lo que en el primero, y mas cierta cantidad. En el tercero pagué lo que en el segundo, y mas dicha cierta cantidad. En el cuarto pagué lo que en el tercero, y mas la dicha cierta cantidad. En el quinto pagué lo que en el cuarto, y mas la dicha cierta cantidad. En fin en el sexto pagué lo que en el quinto, y mas la dicha cierta cantidad. Pregunto, cuánto pagué en el año último, y cuánto es la dicha cierta cantidad? Este problema, si bien se considera, es lo mismo que el antecedente; y así porque en estas dos ecuaciones $57\times2=$

$\overline{2+u}\times 6$, y $u-2=d\times 5$, es $u=17$, y $d=3$, dígase que en el año último pagué 17 doblones, y que la dicha cantidad es 3 doblones; luego si en el año primero pagué 2 doblones, en el segundo pagué 5, en el tercero 8, en el cuarto 11, y en el quinto 14.

263. El número de los términos de una progresion aritmética es 5. El término último es 17. La suma de los términos es 45. Pídese el término primero, y el denominador. Fórmese la coluna de letras, que dijimos en el problema 261, y encontraremos (teorema primero) $45\times 2=\overline{p+17}\times 5$, y (teorema segundo) $17-p=d\times\overline{5-1}$. En estas dos ecuaciones es $p=1$, y $d=4$; luego el término primero de la progresion será 1, y el denominador 4; y así la progresion será 1. 5. 9. 13. 17.

264. Antonina dió de limosna á los pobres 45 reales en progresion aritmética por espacio de 5 dias. En el dia último les dió 17. Pídese, cuántos dió cada dia de los otros? Este problema es lo mismo que el antecedente; y hallándose en estas ecuaciones $45\times 2=\overline{p+17}\times 5$, y $17-p=d\times 4$ ser $p=1$, y $d=4$, dígase que Antonina en el dia primero dió 1 real, en el segundo 5, en el tercero 9, y 13 en el cuarto.

265. El denominador de una progresion aritmética es 6. El número de los términos es 7. La suma de los términos es 147. Pídese el término primero y último. Atendiendo á los dos teoremas tendremos $147\times 2=\overline{p+u}\times 7$, y $u-p=6\times 6$; y porque en estas ecuaciones es $p=3$, y $u=39$, dígase que el término primero es 3, y el último 39; luego la progresion será 3. 9. 15. 21. 27. 33. 39.

266. María Antonia ha de cobrar 147 pesos en 7 distintas pagas. El exceso de una paga á otra ha de ser 6 pesos. Pregunto, cuánto ha de cobrar en cada paga? En estas ecuaciones $147\times 2=\overline{p+u}\times 7$, y $u-p=6\times\overline{7-1}$, es $p=3$, y $u=39$; luego en la primera paga ha de cobrar 3 pesos, en la segunda 9, en la tercera 15, en la cuarta 21, en la quinta 27, en la sexta 33, y en la séptima 39.

267. Cuántos pasos dió María Vicenta en 8 horas en progresion aritmética, al respecto que en la primera hora dió 87, y en la última 24? En estas dos ecuaciones $s\times 2=\overline{87+24}\times 8$, y $24-87=-d\times\overline{8-1}$, es $s=444$, y $d=+9$, y así dígase que dicha señora en las 8 horas dió 444 pasos; y siendo $+9$ el denominador, puede tambien decirse, que si en la primera hora dió

87 pasos, en la segunda dió $87-9$, esto es 78; en la tercera 69, en la cuarta 60, en la quinta 51, en la sexta 42, en la séptima 33, y en la octava 24.

268. Un artífice en 8 dias se empeñó á fabricar una estátua por precio de 160 pesos, con el pacto que en los 8 dias espresados le han de pagar en progresion aritmética toda la cantidad, subministrándole la paga mayor en el dia primero, y en los demas 4 pesos ménos cada dia. Pregunto, cuántos pesos han de entregarle cada dia? La progresion que resulta del presente problema es descendente, como la del problema inmediato, y así el denominador será negativo en la igualacion; por consiguiente tendrémos $160\times2=\overline{p+u}\times8$, y $u-p=-4\times7$. En estas ecuaciones es $u=6$, y $p=34$; luego el término último de la progresion será 6, y el primero 34; luego siendo 4 el denominador, la progresion será 34. 30. 26. 22. 18. 14. 10. 6; y así dígase, que en el dia primero han de entregarse al artífice 34 pesos, en el segundo 30, en el tercero 26, en el cuarto 22, en el quinto 18, en el sexto 14, en el séptimo 10, y en el octavo 6.

269. Un correo en 7 dias caminó 98 leguas en progesion aritmética, cuya diferencia es 3. Pídese, cuántas leguas caminó en el primero y último dia? En estas ecuaciones $98\times2=\overline{p+u}\times7$, y $u-p=3\times6$, es $p=5$, y $u=23$; luego el tal correo en el dia primero caminó 5 leguas, y en dia último 23, y así la progresion será 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23.

270. Dos correos salen á un mismo tiempo, el uno de Madrid para Barcelona, camino de 100 leguas, y camina cada dia 13 leguas; el otro de Barcelona para Madrid, y camina 11 leguas. Pídese, cuándo se encontrarán?

11.	11.	11.
13.	13.	13.
24.	24.	24.

Es evidente que entre los dos correos cada dia caminan 24 leguas; y así hallándose en esta ecuacion $100\times2=\overline{24+24}\times n$ ser $n=4\frac{1}{6}$, dígase que se encontrarán al cabo de 4 dias $\frac{1}{6}$. Porque el presente problema consiste en una progresion de términos iguales, podia resolverse partiendo las 100 leguas por 24, suma de 11 y 13.

271. De Barcelona á Madrid hay 100 leguas, y un correo sale de Barcelona para Madrid caminando cada dia 12 leguas. Otro correo se atreve á caminar 18 leguas. Pregunto, cuántos

dias saldrá despues este segundo para entrar los dos juntos á Madrid? En la primera de estas dos ecuaciones $100\times2=\overline{12+12}\times n$, y $100\times2=\overline{18+18}\times n$, es $n=8\frac{3}{9}$, y en la otra es $n=5\frac{5}{9}$; luego el primero para llegar á Madrid necesita 8 dias $\frac{1}{3}$, y el otro 5 dias $\frac{5}{9}$, así pues, quitando $5\frac{5}{9}$ de $8\frac{3}{9}$, tendrémos que el segundo puede salir 2 dias $\frac{7}{9}$ despues del primero para entrar los dos juntos á Madrid. Si se hubiesen partido las 100 leguas por las 12 que camina el primer correo cada dia, y despues las mismas 100 leguas por las 18 que camina el segundo cada dia, se habria encontrado lo mismo que con las dos ecuaciones dadas.

272. Un Señor llegó á Barcelona en cierto número de dias, caminando ciertas leguas cada dia en progresion aritmética, cuyo esponente ó denominador es 3. En el dia primero, en que hizo la jornada menor, caminó 2 leguas. El número de las leguas que anduvo todo el viage, es tanto, como el óctuplo de los dias que empleó para llegar á esta Capital. Pídese el número de leguas que empleó en todo el viage, el número de dias, y las leguas que anduvo cada dia. En estas tres ecuaciones $s\times2=\overline{2+u}\times n$, $u-2=3\times\overline{n-1}$, y $s=n\times8$, es $s=40$, $u=14$, y $n=5$; dígase pues que el número de leguas de todas las jornadas es 40; los dias que empleó en el viage son 5; y siendo esta la progresion 2. 5. 8. 11. 14, anduvo 5 leguas en el dia segundo, en el tercero 8, en el cuarto 11, y 14 en el quinto.

273. El número de los términos de una progresion aritmética descendente es 5. La suma de los términos con el término primero es 210. El término último es 7. Pídese el esponente, el término primero, y la suma de los términos. En estas tres ecuaciones $s\times2=\overline{p+7}\times5$, $7-p=-d\times4$, y $s+p=210$, es $p=55$, $d=12$, y $s=155$; luego el término primero que se pide es 55, el denominador 12, y la suma de los términos 155; y así la progresion será 55, $55-12=43$, $43-12=31$, $31-12=19$, $19-12=7$.

274. El término último de una progresion aritmética es 21. La suma de los términos 48; y el denominador 6. Pídese el número de los términos, y el término primero. En estas ecuaciones $48\times2=\overline{p+21}\times n$, y $21-p=6\times\overline{n-1}$, es $p=3$, y $n=4$; luego el término primero que se pide es 3, y el número de los términos 4; y así la progresion será 3. 9. 15. 21.

275. Teresa compró una casa, y quedando aun obligada á pagar 189 doblones, promete que los pagará en progresion arit-

métrica, cuyo espónente sea 5, y que en el último año satisfará 41 doblones á cumplimiento. Pídese, cuánto pagará en el año primero, y en cuántos años saldrá de obligacion? En estas ecuaciones $189\times2=\overline{p+41}\times n$, y $41-p=5\times\overline{n-1}$, es $p=1$, y $n=9$; luego en el año primero pagará 1 doblon; y saldrá de obligacion en 9 años. En este caso la progresion será 1. 6. 11. 16. 21. 26. 31. 36. 41. Tambien es $n=8\frac{2}{5}$, cuyo valor, aunque positivo, no satisface al problema; pues no hay progresion aritmética que conste de 8 términos, y 2 quintos de otro término.

276. María en ciertos años pagó una deuda de 94 tt 9 en progresion aritmética. En el año primero pagó 37, y en los años restantes 9 tt 9 menos cada año. Pregunto, en cuántos años pagó toda la cantidad, y cuánto en el año último? En estas ecuaciones $94\times2=\overline{37+u}\times n$, y $u-37=-9\times\overline{n-1}$, se encuentra $u=10$, y $n=4$; y así dígase que María pagó toda la cantidad en 4 años; y siendo esta la progresion 37, 28, 19, 10, es evidente que en el año último pagó 10 tt 9. Tambien es $n=5\frac{2}{9}$; pero no sirve.

277. Una ciudad tiene 21000 pasos de ámbito, y dos hombres salen á un mismo tiempo, caminando por partes encontradas para rodearla. El uno camina 2400 pasos cada hora, y el otro en la primera hora camina 1600 pasos, en la segunda 1700, en la tercera 1800, &c. Pídese, en cuántas horas se encontrarán, y cuánto caminarán en la última hora?

1600.	1700.	1800.
2400.	2400.	2400.
4000.	4100.	4200.

Escritas las dos progresiones, como parece, súmense los términos correspondientes; y teniendo conocido el menor estremo 4000, el esponente 100, y de otra parte la suma de los términos 21000, resuélvanse estas dos ecuaciones $21000\times2=\overline{4000+u}\times n$, y $u-4000=100\times\overline{n-1}$; y hallándose en ellas $u=4400$, y $n=5$, dígase que se encontrarán al cabo de 5 horas, y que en la última entre los dos caminarán 4400 pasos. Tambien es $n=-84$: pero no sirve.

278. He de cobrar 420 pesos en progresion aritmética. Pregunto, si cobrando 6 en el primer año, 14 en el segundo, &c. cobraré mas presto, ó mas tarde, que cobrando 90 en el primer año, 80 en el segundo, &c.? En estas ecuaciones $420\times2=\overline{6+u}\times n$, y $u-6=8\times\overline{n-1}$, es $u=78$, y $n=10$. Que tambien sea

$n = -\frac{42}{4}$ no sirve; y así la progresion será 6, 14, 22, 30, 38, 46, 54, 62, 70, 78. En estas otras dos ecuaciones $420 \times 2 = \overline{90+u} \times n$, y $u - 90 = -10 \times \overline{n-1}$, es $u = 30$, y $n = 7$. Que tambien sea $n = 12$, no conduce, porque en tal caso la progresion 90. 80. 70. 60. 50. 40. 30. 20. 10. 0—10.—20, de qué serviria? será pues la progresion 90. 80. 70. 60. 50. 40. 30. De las dos progresiones dadas se puede facilmente colegir, que cobrando 6 pesos en el primer año, 14 en el segundo, &c. tardaré mas á cobrar, que cobrando 90 pesos en el primer año, 80 en el segundo, &c., pues que en el primer caso son menester 10 años para cobrar toda la cantidad, y en el segundo solamente 7.

279. Una progresion aritmética consta de 3 términos, que sumados componen el número 33. El cuadrado del término primero con el cuadrado del tercero sube á 274. Pídese el denominador, el término primero, y el último. Resuélvanse estas tres ecuaciones $33 \times 2 = \overline{p+u} \times 3$, $u - p = d \times 2$, $p^2 + u^2 = 274$; y hallándose en ellas $p = 7$, $u = 15$, y $d = 4$, dígase que el término primero es 7, el último 15, y el esponente 4, en cuyo caso la progresion será 7. 11. 15. Tambien es $d = -4$. Este segundo valor —4 tambien tiene lugar en el problema dado; pues tomando en lugar de d su igual —4, será $p = 15$, y $u = 7$, en cuyo caso la progresion será 15. 11. 7. Esta progresion observa las condiciones del problema, de la misma manera que la antecedente 7. 11. 15.

LIV.

Practíquese lo que dice el teorema segundo, y se encontrarán facilmente cuántos medios aritméticos se quieran entre dos números ó notas; v. g.

280. Pídense tres medios aritméticos entre 4 y 12. Habiéndose de buscar tres medios aritméticos entre 4 y 12, es evidente que será de 5 términos la progresion, cuyo término primero será 4, y 12 el último; por consiguiente, hallándose en esta ecuacion $12 - 4 = d \times \overline{5-1}$ ser $d = 2$, dígase que el denominador es 2, y así la progresion será 4. 6. 8. 10. 12; luego los tres medios que se piden son 6, 8 y 10.

281. Entre cero y 1 pídense dos medios aritméticos. Porque en esta ecuacion $1 - 0 = d \times 3$, es $d = \frac{1}{3}$, la progresion será 0. $\frac{1}{3}$. $\frac{2}{3}$. 1, y los medios que se piden serán $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$.

282. Búsquense cuatro medios aritméticos entre 1 y menos 1. En esta ecuacion $-1-1=-d\times5$, es $d=\frac{-2}{5}$; luego la progresion será $1.\ \frac{3}{5}.\ \frac{1}{5}.\ \frac{-1}{5}.\ \frac{-3}{5}.\ -1$, cuyos términos intermedios son los que se piden.

283. Entre menos 1 y mas 1 búsquense cinco medios aritméticos. En esta ecuacion $1+1=d\times6$ es $d=\frac{1}{3}$; y así la progresion será $-1.\ \frac{-2}{3}.\ \frac{-1}{3}.\ \frac{0}{3}.\ \frac{1}{3}.\ \frac{2}{3}.\ 1.$

284. Si entre a y b se pide un medio aritmético, la ecuacion será $b-a=d\times2$; y siendo en ella $d=\frac{b-a}{2}$, la progresion será $a.\ \frac{a+b}{2}.\ b$. Y es así, porque si al término primero a se le añade el denominador $\frac{b-a}{2}$, se tendrá $a+\frac{b-a}{2}=\frac{2a+b-a}{2}=\frac{a+b}{2}$. Si á este término segundo $\frac{a+b}{2}$ se le añade el mismo denominador, se tendrá $\frac{a+b}{2}+\frac{b-a}{2}=\frac{2b}{2}=b$.

285. Entre a y b búsquense dos medios aritméticos, y entre b y a búsquense tres. En esta ecuacion $b-a=d\times\overline{4-1}$, sale $d=\frac{b-a}{3}$; y así la progresion será $a.\ \frac{2a+b}{3}.\ \frac{a+2b}{3}.\ b$. En esta $a-b=d\times4$ resulta $d=\frac{a-b}{4}$; luego la progresion será $b.\ \frac{3b+a}{4}.\ \frac{2b+2a}{4}.\ \frac{b+3a}{4}.\ a.$

286. Pídense cuatro medios aritméticos entre $-a$ y b, y cinco entre a y $-b$. Porque en esta ecuacion $b+a=d\times\overline{6-1}$, es $d=\frac{b+a}{5}$; y en esta $-b-a=-d\times6$ es $d=\frac{b+a}{6}$, dígase que la primera progresion que se pide será $-a.\ \frac{-4a+b}{5}.\ \frac{-3a+2b}{5}.\ \frac{-2a+3b}{5}.\ \frac{-a+4b}{5}.\ b$. La segunda progresion que se pide es descendente, y así se encontrarán sus términos por la contínua substraccion del denominador; será pues $a.\ \frac{5a-b}{6}.\ \frac{4a-2b}{6}.\ \frac{3a-3b}{6}.\ \frac{2a-4b}{6}.\ \frac{a-5b}{6}.\ -b.$

287. Si entre x^2 y x se piden tres medios aritméticos, for-

mese esta ecuacion $z\text{-}x^3 = d \times \overline{5\text{-}1}$; y siendo en ella $d = \frac{z\text{-}x^3}{4}$, la progresion será $x^3 .\ \frac{3x^3+z}{4} .\ \frac{2x^3+2z}{4} .\ \frac{x^3+3z}{4} .\ z.$

LV.

PROGRESION GEOMÉTRICA.

La progresion geométrica es una serie de cantidades contínuas proporcionales en la razon geométrica. Divídese, como dijimos, en ascendente y descendente.

Progresion geométrica ascendente es una serie de términos colocados por la contínua multiplicacion de una misma cantidad. Estos términos 2 : 6 : 18 : 54, porque se van aumentando por la multiplicacion de una misma cantidad, que es 3, se dice que estan en progresion geométrica ascendente. Asimismo estos $p : pd : pd^2 : pd^3 : pd^4 : pd^5 : u$ estan en progresion geométrica ascendente, porque se van aumentando por la contínua multiplicacion de una cantidad constante, que es d.

Progresion geométrica descendente es una serie de términos colocados por la contínua particion de una misma cantidad. Estos términos 54 : 18 : 6 : 2, porque se van disminuyendo por la particion de una misma cantidad, que es 3, se dice que estan en progresion geométrica descendente. Estos otros $p : \frac{p}{d} : \frac{p}{d^2} : \frac{p}{d^3} : \frac{p}{d^4} : \frac{p}{d^5} : u$ estan tambien en progresion geométrica descendente; porque se van disminuyendo por la contínua particion de una misma cantidad, que es d.

Denominador de la progresion geométrica es el cociente que resulta partiendo cualquiera de sus términos por el inmediato menor; y así el denominador de esta progresion geométrica 4 : 8 : 16 : 32 : 64, es 2, el de esta 16 : 4 : 1 : es 4; el de esta $a : ab : ab^2 : ab^3 : ab^4 : ab^5$, es b, y el de esta $\frac{x}{r} : \frac{x}{r^2} : \frac{x}{r^3} : \frac{x}{r^4} : \frac{x}{r^5}$, es r.

Como los términos de la progresion estan en proporcion

contínua, la misma razon que tiene el primero al segundo, tiene el segundo al tercero, el tercero al cuarto &c. luego es claro que cuatro términos consecutivos de una progresion geométrica forman proporcion geométrica discontínua, tres consecutivos la forman contínua; que dos términos cualesquiera forman proporcion con otros dos términos que disten igualmente entre sí &c. Y así el término primero con el segundo de una progresion geométrica, formará proporcion con el penúltimo y último, el segundo con el tercero la formará con el antepenúltimo y penúltimo &c. y como en toda proporcion geométrica discontínua el producto de los medios es igual al de los estremos, y el de estos, si es contínua, es igual al cuadrado del medio; se infiere tambien que en toda progresion geométrica el producto de los estremos es igual al producto de cualesquiera dos medios igualmente distantes de los estremos; y si el número de términos de la progresion es impar, el producto de los estremos, ó de otros dos equidistantes de los estremos es igual al cuadrado del término medio.

Este signo ∺ antepuesto á una progresion, como ∺ 3 : 9 : 27, indica que los términos, que le siguen son contínuos proporcionales en la razon geométrica; pero este ÷ da á entender que los términos que tiene pospuestos, como ÷ 5. 7. 9. 11, son contínuos aritméticamente proporcionales.

En cualquiera progresion geométrica, conociendo tres de las cinco cosas que dijimos (LII. pag. 118.), pueden facilmente conocerse las otras dos, como se tengan presentes los teoremas que siguen.

Teorema 1.º *En cualquiera progresion geométrica la suma de todos los términos, menos el término primero, es igual al denominador multiplicado por la suma de los términos, menos el término último.* Debe demostrarse que..... $s-p=d\times\overline{s-u}$

Demost. Como toda progresion geométrica no es mas que una serie de razones iguales, resulta que todos los términos de la progresion deben ser antecedentes menos el último, y todos deben ser consecuentes menos el primero; luego como en toda serie de razones iguales la suma de los antecedentes es á la suma de los consecuentes como cada antecedente es á su consecuente; tendremos en la progresion general

$s-u : s-p :: p : pd$

Multiplicando estremos y medios....... } $..spd-upd=sp-p^2$

Partiendo por p.... $sd-ud=s-p$

Poniendo una sola vez el factor d, y cambiando los miembros... } .. $s-p=d\times\overline{s-u}$..... {que es lo que se havia de demostrar.

Teorema 2.° *En cualquiera progresion geométrica ascendente el término último partido por el primero es igual al denominador elevado á la potencia que indica el número de los términos, menos uno.* Debe demostrarse que en toda progresion geométrica ascendente.... $\frac{u}{p}=d^{n-1}$

Demost. Supongamos que en la progresion general geométrica ascendente $p : a : b : c : d : e...u$ el esponente ó denominador sea d; y tendremos que como en toda progresion geométrica ascendente el segundo término se compone del primero multiplicado por el denominador, será en la progresion general $a=p\times d$; como el tercero se compone del segundo multiplicado por el esponente, será $b=a\times d$; pero como $a=p\times d$ será $b=a\times d=p\times d\times d=p\times d^2$, esto es, el tercero b equivale al primero multiplicado por el cuadrado del denominador; como el cuarto se compone del tercero multiplicado por el esponente, ó porque el tercero equivale al primero multiplicado por el cuadrado del esponente, resulta que el cuarto c equivale al primero multiplicado por el cubo del denominador, esto es, $c=p\times d^3$; y en general un término cualquiera se compone del anterior multiplicado por el esponente, ó del primero multiplicado por una potencia del denominador espresada por el número de términos que hay antes de él; luego el último término u equivale al primero p multiplicado por la potencia del denominador d espresada por el número de términos de la progresion menos uno, esto es por $n-1$, y así $u=p\times d^{n-1}$ en cuya ecuacion partiendo los dos miembros por p tendremos $\frac{u}{p}=d^{n-1}$ resultado que manifiesta lo que debia demostrarse.

Corolario. Como el primer término de toda progresion descendente debe considerarse como el último de la ascendente, el

segundo de aquella, como el penúltimo de esta, el tercero como el antepenúltimo, &c. resultará que en toda progresion geométrica descendente $\frac{p}{u} = d^{n-1}$

Con lo dicho ya tenemos lo suficiente para resolver los problemas que siguen. v. g.

288. Pídese el término primero y último de una progresion geométrica, cuyo número de términos es 4, el denominador 3, y la suma de los términos 40. En estas dos ecuaciones $40 - p = 3 \times \overline{40-u}$, y $\frac{u}{p} = 3^{4-1}$, es $p = 1$, y $u = 27$; luego el término primero que se pide es 1, y el último 27, y así la progresion será 1: 3: 9: 27.

289. En 5 dias vendió Pedro 605 cuarteras de trigo en progresion geométrica ascendente, cuyo denominador es 3. Pregunto, cuánto trigo vendió cada dia? Hallándose en estas ecuaciones $605 - p = 3 \times \overline{605-u}$, y $\frac{u}{p} = 3^4$ ser $p = 5$, y $u = 405$, la progresion será 5, 15, 45, 135, 405; y así dígase que Pedro vendió 5 cuarteras de trigo en el dia primero, 15 en el segundo, 45 en el tercero, 135 en el cuarto, y 405 en el quinto.

290. Un labrador pagó 2730 pesos en progresion geométrica, cuyo denominador es 4. En el año último pagó 2048 pesos. Pídese, en cuántos años pagó, y cuánto en el año primero? En esta ecuacion $2730 - p = 4 \times \overline{2730-2048}$, es $p = 2$; luego el tal labrador pagó 2 pesos en el primer año: y siendo ésta la progresion 2: 8: 32: 128: 512: 2048, dígase que en 6 años pagó toda la cantidad.

291. Siendo 5 el número de los términos, 162 el término último, y 3 el denominador de una progresion geométrica, cuál será la progresion? Porque en estas dos ecuaciones $s - p = 3 \times \overline{s-162}$, y $\frac{162}{p} = 3^4$, es $s = 242$, y $p = 2$, dígase que el término primero es 2; luego la progresion será 2: 6: 18: 54: 162, cuya suma es 242.

292. En 4 dias repartió Teresa cierto número de reales á varios mendigos en progresion geométrica tripla. En el dia último, en que fue la mayor limosna, les dió 2268 reales. Pregunto, cuántos reales dió cada dia de los otros, y cuántos entre todos los dias? Hallándose en estas dos ecuaciones $s - p = 3 \times \overline{s-2268}$, y $\frac{2268}{p} = 3^{4-1}$ ser $p = 84$, y $s = 3360$, dígase que en

el dia primero dió 84 reales, en el segundo 252, en el tercero 756, y entre todos los dias 3360.

293. El término primero de una progresion geométrica es 1728, el término último 8, y la suma de los términos 2072. Pídese la progresion. La progresion descendente se hace ascendente, tomando los términos al contrario (cor.° del teo. 2.° pag. 130); y haciéndolo así en el presente caso, tendremos $2072-8=d\times\overline{2072-1728}$. En esta ecuacion es $d=6$; luego siendo 6 el denominador, la progresion será 1728: 288: 48: 8.

294. Resolvieron dar por dote á María no me acuerdo cuantos pesos; pero sí que concordaron que en 6 años se entregaria en progresion geométrica subcuádrupla toda la cantidad, entregando en el año primero la mayor paga; á saber es 6144 pesos. Pídese, cuánto se entregará en el año último, y á cuánto sube todo el dote? En estas dos ecuaciones $s-p=4\times\overline{s-6144}$, y $\frac{6144}{p}=4^5$, es $p=6$, y $s=8190$. No obstante que es $p=6$, dígase que se entregarán 6 pesos en el año último. Partiendo sucesivamente los términos por el denominador 4, encontraremos la progresion 6144: 1536: 384: 96: 24: 6, cuya suma es 8190 pesos, cantidad á que sube todo el dote.

295. En cuantos años gané 8190 pesos en progresion geométrica, al respecto que en el año primero gané 6, y 6144 en el último? Porque en esta ecuacion $8190-6=d\times\overline{8190-6144}$, es $d=4$, multiplíquense sucesivamente los términos por el tal denominador 4; y hallándose la progresion 6: 24: 96: 384: 1536: 6144 de 6 términos, dígase que gané dichos pesos en 6 años.

296. Pídese el término primero y último de una progresion geométrica, cuyo número de términos es 12, el denominador 2, y la suma de los términos 12285. En estas dos ecuaciones $12285-p=2\times\overline{12285-u}$, y $\frac{u}{p}=2^{11}$, es $p=3$, y $u=6144$; luego el término primero es 3, y el último 6144.

297. En 12 años pagué 12285 reales. En cada año pagué el duplo que en el año antecedente. Pregunto, cuántos reales pagué cada año? Suponiendo ser p el término primero, la progresion será p: $2p$: $4p$: $8p$: $16p$: $32p$: $64p$: $128p$: $256p$: $512p$: $1024p$: $2048p$. La suma de los términos es 12285; luego será $4095p=12285$. En esta ecuacion es $p=3$; el problema indica que el denominador es 2; luego cada año pagué los rea-

les que denota esta progresion 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96 : 192 : 384 : 768 : 1536 : 3072 : 6144.

298. Pídese una progresion geométrica tal, que su denominador sea 5, su número de términos 6, y que el término primero con el cuarto haga 882. En la suposicion que es p el término primero, la progresion será $p : 5p : 25p : 125p : 625p : 3125p$; luego atendiendo á la circunstancia del problema, será $p+125p=882$; y hallándose $p=7$, substitúyase 7 en lugar de p, en dicha progresion, y tendremos 7 : 35 : 175 : 875 : 4375 : 13875. que es la progresion, que se pide.

299. En 7 semanas resolvió Pedro cierto número de problemas en progresion geométrica dupla. Entre la semana primera, cuarta y séptima resolvió 292. Pregúntase, cuántos resolvió en la primera semana, cuántos en la última, y cuántos en todas? En estas tres ecuaciones $s-p=2\times\overline{s-u}$, $\frac{u}{p}=2^6$, y $p+8p+64p=292$, es $p=4$, $u=256$, y $s=508$; dígase pues que el espresado Pedro en la primera semana resolvió 4 problemas, en la última 256, y en todas 7 semanas 508. Adviértase, que podiamos satisfacer á la pregunta con esta sola igualacion $p+8p+64p=292$. Y es así, porque en la suposicion de ser p el término primero, la progresion será $p : 2p : 4p : 8p : 16p : 32p : 64p$; y substituyendo en esta el valor que tiene p en la igualacion dada, saldrá 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256, cuya suma es 508; luego, &c.

300. En 3 horas vendió Juana no me acuerdo cuántos pañuelos en progresion geométrica. En la hora primera vendió 4, y en la última 100. Pregunto, cuántos pañuelos vendió en la hora segunda, y cuántos en todas tres? En estas dos ecuaciones $s-4=d\times\overline{s-100}$, y $\frac{100}{4}=d^{3-1}$, es $s=124$, y $d=5$; luego siendo el término primero 4, y el denominador 5, la progresion será 4 : 20 : 100, cuya suma es 124, y así en la segunda hora vendió 20 pañuelos, y 124 en todas tres horas. De aquí puede colegirse que bastaba resolver esta ecuacion $\frac{100}{4}=d^2$. Tambien es $d=-5$; pero no sirve. El mismo problema podia resolverse con tres ecuaciones; pues que suponiendo ser x los pañuelos que se vendieron en la segunda hora, tendremos $s-4=d\times\overline{s-100}$, $\frac{100}{4}=d^2$, y $\frac{x}{4}=d$.

301. Pídese una progresion geométrica de tres términos, que el segundo, menos el primero, sea 8, y que el tercero, menos

el primero, sea 32. En la suposicion de ser p el término primero, y d el denominador, la progresion será $p : pd : pd^2$. Si el término segundo, menos el primero, es 8, será $pd - p = 8$; y si el término tercero, menos el primero, es 32, será $pd^2 - p = 32$. En estas dos ecuaciones es $d = 3$, y $p = 4$, y así la progresion que se pide será 4 : 12 : 36.

302. Pídese otra progresion geométrica de tres términos, que el primero sumado con el segundo haga 15, y multiplicado por el tercero haga 144. Siendo p el términò primero, y d el denominador, la progresion será $p : p \times d : p \times d \times d$: esto es $p : pd : pd^2$; luego atendiendo á las circunstancias del problema, tendremos $p + pd = 15$, y $p \times pd^2 = 144$. En estas dos igualaciones es $p = 3$, y $d = 4$; y en este caso la progresion será $3 : 3 \times 4 : 3 \times 4 \times 4$; esto es 3 : 12 : 48. Tambien es $p = 27$; y en este caso substituyendo 27 en lugar de p en la otra ecuacion, saldrá $d = \frac{-4}{9}$; y así la progresion será $27 : \frac{-108}{9} : \frac{432}{81}$, ó bien $27 : -12 : 5\frac{1}{3}$, la cual satisface al problema igualmente que la otra.

LVI.

Para encontrar cuántos medios geométricos se quieran entre dos números ó notas, practíquese lo que dice el teorema segundo, y sacando de cada miembro la raíz del mismo grado á que estará levantada la incógnita, se hallarán por la contínua multiplicacion de la raíz que saliere, los medios que se piden; v. g.

303. Pídese un medio geométrico entre 3 y 12. Porque entre los dos términos dados se pide solamente un medio, está claro que la progresion será de tres términos; y así será $\frac{12}{3} = d^{3-1}$. En esta igualacion es $d = 2$; luego será 2 el denominador de la progresion. Siendo pues 3 el término primero, la progresion será $3 : 3 \times 2 = 6 : 6 \times 2 = 12$; esto es 3 : 6 : 12, por consiguiente será 6 el medio que se pide.

304. Entre los términos 3 y 24 pídense dos medios geométricos. Porque en este caso la progresion será de 4 términos, será $\frac{24}{3} = d^3$. Y siendo $d = 2$, la progresion será 3 : 6 : 12 : 24, en donde se ve que los dos medios que se piden son 6 y 12.

305. En 5 años compré en progresion geométrica no me acuerdo cuántos libros. Sé que compré 2 en el año primero, y

162 en el último. Pregunto, cuántos libros compré en cada año de los tres intermedios? En esta igualacion $\frac{162}{2}=d^4$ es $d=3$; luego la progresion será 2: 6: 18: 54: 162, y así dígase que en cada año de los tres intermedios compré los libros que por órden indican los tres términos medios de la progresion dada.

306. He de cobrar cierta deuda en progresion geométrica. En el año primero he de cobrar 3 pesos, y 3072 en el último. Pregunto, cuántos pesos cobraré en cada año de los 4 intermedios? En esta ecuacion $\frac{3072}{3}=d^5$, es $d=4$, y así la progresion será 3: 12: 48: 192: 768: 3072; dígase pues, que en cada año de los 4 intermedios cobraré los pesos, que ordenadamente declaran los cuatro términos medios de dicha progresion.

307. Un comerciante puso 1000 pesos á ganancia por 3 años, dejando las ganancias para que ganasen como el capital. Finido el tiempo, le volvieron 1331 pesos entre caudal y ganancia. Pídese el caudal y ganancia que habia al fin del primer año, y el que habia al fin del segundo. Este problema, si bien se considera, es lo mismo que pedir dos medios geométricos entre 1000, y 1331; luego hallándose en esta ecuacion $\frac{1331}{1000}=d^3$ ser $d=\frac{11}{10}$, la progresion será 1000: 1100: 1210: 1331; por consiguiente dígase que al fin del primer año, entre caudal y ganancia, habia 1100 pesos, y 1210 al fin del segundo.

308. Entre 2 y 3 búsquese un medio geométrico. En esta igualacion $\frac{3}{2}=d^2$ la raíz cuadrada de 3 medios es irracional: luego la progresion correspondiente será 2: $2\times\sqrt{\frac{3}{2}}$: 3.

309. *NOTA.* A estos dos números 4, 8 hállese un tercero geometricamente proporcional; que es lo mismo que decir: Dado el término primero 4, y el segundo 8 de una progresion geométrica, hallar el tercero. Porque en la progresion geométrica el término primero al segundo tiene la misma razon que el segundo al tercero, resuélvase esta proporcion 4: 8 :: 8 : x; y saliendo $x=16$, dígase que 4: 8: 16 es la progresion que se pide. Lo mismo habriamos encontrado partiendo 8 por 4, y multiplicando luego el término segundo 8 por el esponente 2. En fin téngase presente que en la proporcion aritmética la suma de las cantidades estremas es igual á la suma de las medias; y así habiéndose de buscar un cuarto aritmeticamente proporcional á estos tres términos 5, 7, 9, de una progresion aritmética fór-

mense la proporcion 5. 7 : : 9. x. De esta proporcion sale la igualacion $5+x=7+9$; y siendo en ella $x=11$, dígase que la progresion aritmética correspondiente es 5. 7. 9. 11.

LVII.
DE LOS LOGARITMOS.
INTRODUCCION.

310. El cálculo mas sublime, elevado y lacónico que conoce la Aritmética es sin duda el de los logaritmos, el que debido á la casualidad y observacion inmortalizó los nombres de Neper su primer inventor, el de Brigs su perfeccionador y el de Muller inventor de las decimales otra causa de su perfeccion. Digo que el cálculo logarítmico es sublime y elevado, porque al paso que reune en sí todos los demas cálculos, muchas veces el sabio calculador cuando se interna en problemas arduos y de sumo interes, solo por medio de los logaritmos puede hallar lo que busca: y el Algebra, ó bien sea Aritmética superior ha tomado el último realce con su auxilio. Digo que el mismo cálculo es lacónico, porque las operaciones de multiplicar valiéndose de los logaritmos se reducen á operaciones de sumar, las de partir á restar, las de elevar á potencias á simples multiplicaciones, y las de estraccion de raíces á simples divisiones. No es pues de estrañar que los mas esclarecidos Matemáticos á vista de tanto laconismo y sublimidad que ofrecen estos números artificiales, cuando han tenido que tratar de su tan interesante doctrina, se hayan esmerado en perfeccionar y amplificar con mas estension los elementos de su primer inventor Juan Neper, y que nosotros al tener que tratar de lo mismo solo nos quede la parte de escoger de entre ellos lo mejor que nos parezca, y una vez escogida, la de advertir con toda ingenuidad al lector que, lo que decimos desde los logaritmos en comun hasta los logaritmos de Brigs es copiado de la obra de matemáticas de Cerdá, y que lo restante del mismo capítulo es sacado de la de Vallejo.

LVIII.
DE LOS LOGARITMOS EN COMUN.

311. Los *Logaritmos son los términos de una progresion aritmética aplicados á los de una progresion geométrica, de manera que la*

suma de dos, ó mas de la progresion aritmetica, corresponda al producto de los de la geométrica; por consiguiente la *diferencia* de dos de la progresion aritmética, corresponde al *cociente*, que resulta de la division de uno por el otro de los de la progresion geométrica.

Sean estas dos progresiones.

Geométrica 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : &c.
Aritmética 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . &c.

Tomemos la *suma* del segundo, y del tercero de la progresion aritmética, esto es, $1+2=3$, pues este pertenece á 8, producto de 2×4 en la progresion geométrica. Tomemos la *suma* del tercero y cuarto $2+3=5$, que corresponde en la geométrica á 32, producto de 4×8. De la misma suerte sale en cualquiera suma, de cuántos términos quiera de la progresion aritmética, que siempre corresponde al producto, cuyos factores son los términos correspondientes á las partes de la suma.

Para ver como la *diferencia* de los términos de la progresion aritmética corresponde al *cociente* de los de la geométrica, tomemos la diferencia de dos logaritmos $4-3=1$ logaritmo de $\frac{16}{8}=2$: asimismo $6-3=3$ logaritmo de $\frac{64}{8}=8$; pues se ve que la diferencia de dos términos de la progresion aritmética corresponde al cociente de sus respectivos términos de la geométrica: y así cada término de la progresion aritmética es logaritmo de su correspondiente en la otra progresion.

312. Lo que hemos hecho en estas dos series particulares, hagámoslo en series universales, de suerte que la geométrica comience de 1, y la aritmética de 0,

serán $\left\{\begin{array}{l} \div\div\ 1 : x : x^2 : x^3 : x^4 : x^5 : x^6 : x^7 : \&c. \\ \div\ 0 . a . 2a . 3a : 4a . 5a . 6a . 7a . \&c. \end{array}\right.$

Véase como sucede lo mismo que la *suma* de los logaritmos es logaritmo del producto de las potencias correspondientes: así $2a+4a=6a$ logaritmo de $x^2\times x^4=x^6$; y la diferencia de los logaritmos es logaritmo del cociente de las potencias correspondientes divididas entre sí, $4a-3a=a$ logaritmo de $\frac{x^4}{x^3}=x$.

Lo mismo que hemos esperimentado en estas dos series subiendo desde 1, y desde 0 hácia arriba, encontraremos prosiguiéndolas así abajo:

$$\because 1 : \frac{1}{x} : \frac{1}{x^2} : \frac{1}{x^3} : \frac{1}{x^4} : \frac{1}{x^5} : \frac{1}{x^6}$$

$$\div\ 0. -a. -2a. -3a. -4a. -5a. -6a.$$

313. De esta sola definicion, ó principal propiedad de los logaritmos se infieren muchas cosas utilísimas para la práctica.

1.° *Que solo puede haber logaritmos respecto de potencias de una misma raíz*, la cual raíz, que en la superior serie es x, se llama *base logarítmica*, y que la serie de esas potencias debe empezar de 1.

2.° *Que en toda especie de logaritmos siempre el logaritmo de la unidad*, ó de 1, ó el primer término de la progresion aritmética *debe ser* 0; porque así como 1 ni aumenta, ni disminuye el término, que multiplica, ó que divide (pues $1 \times a = a = \frac{a}{1}$) así su logaritmo debe ser un término, que ni junto á otro lo aumente, ni quitado de él lo disminuya, y esto solo conviene á 0, pues $a + 0 = a$, $a - 0 = a$.

3.° *Que el logaritmo de cualquiera fraccion propia debe ser una cantidad negativa, ó logaritmo negativo*; ya porque como la tal fraccion siempre disminuye la cantidad por la cual se multiplica, así su logaritmo siempre debe disminuir la cantidad á la que se añade, lo que solo conviene á las cantidades negativas; ya tambien porque como la fraccion propia es menor que la unidad, tambien su logaritmo debe ser menor que el logaritmo de la unidad, que es 0, por consiguiente cantidad negativa; y se ve en las dos series propuestas, que el logaritmo de $\frac{x^5}{x^7} = \frac{1}{x^2}$, es $5a - 7a = -2a$.

4.° Que los logaritmos nos ahorran mucho trabajo en las multiplicaciones, y divisiones de las cantidades numéricas; pues supuesto que en las *tablas de logaritmos* están los logaritmos, y al lado las cantidades numéricas, que les corresponden, habiendo de multiplicar dos, ó mas cantidades, *súmense sus logaritmos, y la suma será el logaritmo del producto*; con que encontrando el número, que corresponde á dicha suma, tendremos el producto de las cantidades dadas.

5.° De la misma suerte para dividirlas, *búsquense sus logaritmos en las tablas, quítese del logaritmo del dividendo el del divisor, la diferencia será el logaritmo del cociente*; luego buscan-

do en las tablas el número, que corresponde á esta *diferencia*, tendremos el cociente de dichas cantidades.

6.º Como toda fraccion propia, ó impropia es igual al cociente del numerador dividido por el denominador, *quitando del logaritmo del numerador el del denominador, la resta será el logaritmo de la fraccion*; de aquí es, que para encontrar el logaritmo de un número fraccionario, es buen medio reducir dicho número á fraccion impropia.

7.º Que como para encontrar un cuarto geométrico proporcional multiplicamos segundo por tercero, y dividimos este producto por el primero, así tomando sus logaritmos corespondientes, *si de la suma de los logaritmos del segundo y tercer término, quitamos el logaritmo del primero, la diferencia será el logaritmo del cuarto proporcional*, por la misma razon, en la proporcion contínua, *si del duplo del logaritmo del segundo, se quita el logaritmo del primero, la diferencia será el logaritmo del tercero.*

314. Mas supuesto cualquier término A, cuyo logaritmo sea a, el logaritmo de A^2 será $a+a=2a$, el de A^3 será $a+a+a=3a$, el de A^4 será $4a$, en general el de A^n será na. De donde se saca la regla general: *Que el logaritmo de cualquiera potencia es igual al de la raíz multiplicado por el esponente de la potencia*, pues $na=n\times a$; y se ve en las dos series propuestas, en que para encontrar el logaritmo de x^7, se multiplica el logaritmo a de la raíz x por el esponente 7 de la potencia $7.^a$ y da por su logaritmo $a\times 7=7a$.

Esta regla se estiende no solo á las potencias de A, que se forman por multiplicacion A^2, A^3, &c. sino tambien á las potencias negativas de A, esto es $\frac{1}{A}$, $\frac{1}{A^2}$, &c. Pues el logaritmo de $\frac{1}{A}=0-a=-a$, el de $\frac{1}{A^2}=-2a$, en general el de $\frac{1}{A^n}$ es $-na$, pero $\frac{1}{A^n}=A^{-n}$, y $-na=-n\times a$: luego el logaritmo de cualquiera potencia (sea positiva, ó negativa, perfecta, ó imperfecta) es el de la raíz multiplicado por el esponente de la potencia.

315. *Si el logaritmo de una potencia de A, como A^m es q, el logaritmo de la raíz A será* $\frac{q}{m}$; porque el logaritmo de la

raíz debe ser una cantidad, que multiplicada por el esponente de la potencia, dé por producto el logaritmo de la potencia, segun lo dicho antes, y solo $\frac{q}{m}$ es la tal cantidad, pues $\frac{q}{m} \times m = \frac{qm}{m} = q$, logaritmo de la potencia A^m. De donde se saca la regla general: *Que el logaritmo de la raíz es igual al de la potencia, dividido por el esponente de la raíz.*

Así en las dos series propuestas, dado el logaritmo de x^7, es á saber $7a$, si lo dividimos por el esponente de la potencia 7, que es el mismo que de la raíz *séptima*, dará $\frac{7a}{7} = a$ logaritmo de x, que es *séptima* raíz de x^7; porque si el logaritmo de la raiz multiplicado por el esponente de la potencia dá el logaritmo de la potencia, deshaciendo lo hecho, esto es, dividiendo este producto por el esponente de la raíz, dará el logaritmo de la raíz.

316. De ahí es, que si tenemos el logaritmo de cualquiera cantidad, y lo dividimos por 2, *esponente de la raíz cuadrada*, ó tomamos su *mitad*, que es lo mismo, esta mitad será el logaritmo de la raíz cuadrada; si lo dividimos por 3, *esponente de la raíz cúbica*, ó tomamos su *tercio*, tendremos el logaritmo de su raíz cúbica; en general si se divide por n, sea n entero, ó quebrado, tendremos el logaritmo de la raíz n de la tal cantidad; y como un medio proporcional es la raíz cuadrada del producto de los estremos, *si se toma la mitad de la suma de los logaritmos de los estremos, tendremos el logaritmo del medio proporcional.*

Pues he aquí por medio de los logaritmos un modo facil, y breve para sacar las raíces cualesquiera de cualquiera cantidad numérica, y para levantar cualesquiera cantidades á cualquiera potencia; porque *multiplicando el logaritmo de la raíz por el esponente de la potencia que se busca, se tiene el logaritmo de la tal potencia, y dividiendo el logaritmo de la cantidad por el esponente de la raíz que se busca, se tiene el logaritmo de la raiz.*

317. Si entre cada dos términos de las dos series arriba propuestas

$$\div\!\!\div\; 1 : x : x^2 : x^3 : x^4 : x^5 : \&c.$$
$$\div\; 0 \,.\, a \,.\, 2a \,.\, 3a \,.\, 4a \,.\, 5a \,.\, \&c.$$

metemos cuantos quiera medios proporcionales, es cierto, que sien-

do igual el número de medios proporcionales entre los de la progresion aritmética, que entre los de la geométrica, tambien los unos serán los logaritmos de los de la otra, y así les conviene la definicion general de los logaritmos.

Mas como en toda serie la razon que tienen entre sí dos términos, es compuesta de todas las razones intermedias, y si estas razones son iguales, como siempre lo son en la progresion, la razon compuesta es tantuplicada de cada una de ellas, cuanto es el número de razones de que se compone; si entre los dos términos primeros 1, x metemos nueve medios proporcionales, la razon de 1 á x será *decuplicada* de la razon de 1 al primer medio proporcional, que siendo como *medida* de las demas razones, será el *ratio modularis*, ó el *módulo* de toda la progresion.

318. Si por consiguiente entre los dos primeros términos de la progresion aritmética o, *a* metemos otros nueve términos aritmético proporcionales, tambien la razon de o . *a* será compuesta de todas las razones intermedias, y *a* será tántuplo del primer medio proporcional aritmético, cuántupla sea la compuesta 1 : x, respecto de la primera razon. Y así los logaritmos serán los *esponentes de las razones, que tengan sus respectivos términos respecto de la unidad*, lo que propiamente esprime la palabra latinizada *Logarithmus* del griego *Logoon arythmos*, que es decir *número de razones* de que se compone.

Pero como es libre meter mas, ó menos medios entre dos términos dados; de ahí vienen los diferentes sistemas de logaritmos, que por consiguiente tendrán diferentes *bases logarítmicas*; pues x será tanta mayor potencia respecto del primer medio proporcional, cuantos mas medios proporcionales haya entre 1, y x, por consiguiente x tiene mayor razon respecto de él.

En la geometría, en donde las cantidades se esprimen por líneas, como en el álgebra por letras, los logaritmos se representan por las *abscisas*, y los números correspondientes por las *ordenadas* de una curva, que por eso se llama *logarítmica*; ó bien los logaritmos se esprimen por las *areas* comprehendidas entre las ordenadas, y los números por las respectivas *abscisas*, como en los *logaritmos hiperbólicos*.

LIX.

SISTEMA DE LOS LOGARITMOS DE BRIGS.

319. La doctrina hasta aquí esplicada es general en toda especie de logaritmos. Vamos al particular, y espliquemos el sistema de Brigs el mas util en la práctica, y de cuyas tablas de logaritmos nos servimos comunmente.

Para la formacion de las tablas Brigs eligió por base el número 10 por ser raíz de la escala aritmética que nos sirve en nuestro sistema de numeracion; de manera que reunió las progresiones siguientes.

÷0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . &c.
∷ 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 : 100000 : 1000000 : 10000000 &c.
∷ $10^0 : 10^1 : 10^2 : 10^3 : 10^4 : 10^5 : 10^6 : 10^7$ &c.

donde se ve que las dos últimas progresiones son una misma, solo que en la tercera estan indicadas las operaciones y en la segunda estan efectuadas; tambien se advierte que los logaritmos no son sino los esponentes á que se ha de elevar la base para producir los números.

Estas progresiones aunque se continuasen todo lo que se quisiese no nos suministrarian unas grandes ventajas, pues las operaciones de multiplicar, dividir &c. por 10 por 100 &c. no cuestan ningun trabajo; y así, todo el mérito consiste en hacer que los números 2, 3, 4, 5 &c. formen parte de esta progresion geométrica, y que se tengan sus términos correspondientes en la aritmética. Para esto lo primero que se presentó Brigs y á los primeros demas calculadores de logaritmos fue que, si entre 1 y 10 interpolaban un número considerable de medios geométricos, por egemplo 10000000, la diferencia entre ellos seria muy corta, y por consiguiente entre estos términos los habrá que se diferencien muy poco de los números 2, 3 &c. y egecutado lo mismo entre 10 y 100 se tendrian tambien términos muy próximos á 11, 12 &c. Si se ejecutaba la misma interpolacion en la progresion aritmética se podrian entresacar de esta los términos que correspondiesen á los números que en la geométrica se aproximasen mas á 2, 3, 4 &c. y se tendrian de este modo colocando en una coluna estos números y en otra á su lado los logaritmos construidas nuestras tablas.

Pero el hacer esta interpolacion exigia que se dividiese el 10 por uno, y que del cociente 10 se estrajese una raíz cuyo esponente fuese 10000001, cosa que no pudiéndose ejecutar porque no habria papel ni cabeza para ello aunque el método general de practicarlo se conôce, se abandonó este medio y se eligió el siguiente.

320. En primer lugar entre 1 y 10 se interpoló un medio geométrico y se halló el 3, 162 &c. que en la tabla adjunta está señalado con *C* y se hizo igual interpolacion entre 0 y 1 de la progresion aritmética, y se halló el correspondiente 0,5000000 &c. ahora, si entre 1 y 3,162 &c. que estan representados por *A* y *C* en la tabla interpolamos otro medio geométrico, tendremos dos números que se diferenciarán menos entre sí y por medio á 1,77 &c. que está representado en la tabla por *D*; continuando la misma operacion interpolando medios entre los términos mas próximos que se halle el 2, y egecutando la misma operacion con los correspondientes en la aritmética al cabo de la 24.ª operacion sacamos por término medio, como se ve en la tabla, el Δ que es 2,0000000 que solo se diferenciaria del valor 2 en guarismos decimales que se hallasen en el octavo lugar; y como en ninguna de las operaciones comunes ocurre el necesitar una exactitud mayor, nos podemos ya contentar con este y tomar el término 0,3010300 correspondiente en la aritmética por el verdadero logaritmo de 2.

Ahora, para el de 3 hallariamos primero un medio proporcional entre *E* y *C* de la tabla que son los mas próximos entre que se halla, y continuariamos la operacion del mismo modo que se ve en la tabla respecto del 2; despues para hallar el de 4 no tendremos mas que duplicar el logaritmo de 2, para el de 5 tampoco teniamos necesidad de calcularlo directamente, pues como 5 es igual con $\frac{10}{2}$ restando del logaritmo de 10 que es 1,0000000 el logaritmo de 2 que es 0,3010300 obtendriamos 0,6989700 para el logaritmo de 5. Para hallar el de 6 sumariamos el logaritmo de 3 con el de 2 porque $6=3\times2$; para el de 7 lo tendriamos que calcular directamente interpolando medios; para el de 8 nos bastará triplicar el de 2; para el de 9 duplicar el de 3, y en una palabra solo tendriamos que calcular interpolando medios los logaritmos de los números primeros.

	Medios Geométricos.	Logaritmos.
A	1.0000000	0,0000000
C	3.1622777	0,5000000
B	10.0000000	1,0000000
A	1.0000000	0,0000000
D	1.7782794	0,2500000
C	3.1622777	0,5000000
D	1.7782794	0,2500000
E	2.3713737	0,3750000
C	3.1622777	0,5000000
D	1.7782794	0,2500000
F	2.0535249	0,3125000
E	2.3713737	0,3750000
D	1.7782794	0,2500000
G	1.9109529	0,2812500
F	2.0535249	0,3125000
G	1.9109529	0,2812500
H	1.9809566	0,2968750
F	2.0535249	0,3125000
H	1.9809566	0,2968750
I	2.0169144	0,3046875
F	2.0535249	0,3125000
H	1.9809506	0,2968750
K	1.9988546	0,3127812
I	2.0169144	0,3046875
K	1.9988546	0,3007812
L	2.0078642	0,3027344
I	2.0169144	0,3046875
K	1.9988546	0,3007812
M	2.0033543	0,3017578
L	2.0078642	0,3027344
K	1.9988546	0,3007812
N	2.0011032	0,3012695
M	2.0033543	0,3017578
K	1.9988546	0,3007812
O	1.9999786	0,3010253
N	2.0011032	0,3012695

	Medios Geométricos.	Logaritmos.
O	1.9999786	0,3010253
P	2.0005408	0,3011474
N	2.0011032	0,3012695
O	1.9999786	0,3010253
Q	2.0002596	0,3010864
P	2.0005408	0,3011474
O	1.9999786	0,3010253
R	2.0001190	0,3010558
Q	2.0002596	0,3010864
O	1.9999786	0,3010253
S	2.0000489	0,3010406
R	2.0001190	0,3010558
O	1.9999786	0,3010253
T	2.0000137	0,3010329
S	2.0000489	0,3010406
O	1.9999786	0,3010253
V	1.9999961	0,3010291
T	2.0000137	0,3010329
V	1.9999961	0,3010291
X	2.0000048	0,3010310
T	2.0000137	0,3010329
V	1.9999961	0,3010291
Υ	2.0000004	0,3010301
X	2.0000048	0,3010310
V	1.9999961	0,3010291
Z	1.9999982	0,3010296
Υ	2.0000004	0,3010301
Z	1.9999982	0,3010296
W	1.9999993	0,3010298
Υ	2.0000004	0,3010301
W	1.9999993	0,3010298
π	1.9999998	0,3010299
Υ	2.0000004	0,3010301
π	1.9999998	0,3010299
Δ	2.0000000	0,3010300
Υ	2.0000004	0,3010301

321. Habiendo manifestado ya como se pueden formar estas tablas por los métodos que conocemos hasta ahora, debemos pasar á esplicar su disposicion. Las tablas que hasta ahora se han calculado con mas estension y exactitud son las que se han formado bajo la direccion de M. Prony: estas, abrazan hasta los logaritmos de 200000, y estan calculados con 10 guarismos decimales, pero aun no se tiene noticia de que se hayan publicado; por lo que aquí manifestarémos en el interin la disposicion de las publicadas en castellano por D. Tadeo Lope y Aguilar, que contienen los logaritmos de los números, hasta 107500, las cuales solo se diferencian de la última edicion estereotipa de Didot en 500 logaritmos que nada influye en unas tablas, y ademas se tienen en castellano por la mitad del precio que las citadas.

En primer lugar debemos advertir que la parte entera de que se compone el logaritmo de un número se llama *característica*, y se llama *mantisa* á la fraccion decimal que acompaña á la característica. Ahora, como los logaritmos de 10, 100, 1000 &c. no tienen mantisa por ser los términos enteros de la progresion primitiva, resulta que los logaritmos de los términos que crezcan en progresion décupla tienen una misma mantisa, porque han de resultar de la suma del logaritmo del menor con el de 10, 100, 1000 &c., cuyos logaritmos son 1, 2, 3 &c. sin mantisa. Tambien se verifica otra propiedad, y es que todos los números que convienen en tener igual número de guarismos tienen una misma característica, y que esta tiene tantas unidades menos una como guarismos el número propuesto; porque los logaritmos de los números comprehendidos entre 10 y 100, por egemplo, han de ser mayores que 1 y menores que 2, luego tendrán 1 de característica, que es una unidad menos que el número de guarismos; lo cual es sumamente importante, porque dado un número sabemos inmediatamente cual es la característica de su logaritmo y dada la característica conocerémos los guarismos del número que han de ser uno mas que unidades tiene la característica. Por cuyo motivo la primera abreviacion que hay en las tablas es el no hallarse la característica.

Esto supuesto, ábranse dichas tablas y se observará que la primera coluna de la izquierda tiene encima de sí la letra *N* inicial de *números*, porque estos se hallan debajo de ella, á su lado se ve una coluna en que dice Logar. espresion abreviada de *Logaritmos*; despues sigue otra coluna de números y al lado

otra en que se hallan sus logaritmos, siendo cada uno el logaritmo del número que tiene á su izquierda, y continúa del mismo modo hasta concluir la 4.ª llana con 1000 y su logaritmo. Se advierte que antes del logaritmo hay una coma, la cual indica que á su izquierda se debe colocar la característica que corresponda al número segun los guarismos que contenga.

Desde la 3.ª coluna de la 1.ª llana se ve que el logaritmo de 102 no tiene enfrente de sí mas de los cinco guarismos 86002, y que hay dos lugares huecos; lo cual quiere decir que los guarismos que debia haber allí son los que hay encima en el de arriba; de manera que poniendo los términos de la mantisa ,0086002 y poniendo tambien la característica 2 que nosotros sabemos que corresponde al 102, será su logaritmo completo 2,0086002. Del mismo modo tendremos que el logaritmo de 829 es despues de puesta la característica 2,9185545; y que el de 943 es igual con 2,9745117.

Los logaritmos inmediatos de los números que son mayores que 1000 tienen ya tres guarismos comunes; por lo cual se presentan de aquí en adelante las tablas con otra disposicion muy importante é ingeniosa, que es como aparecen desde la 2.ª llana de la hoja tercera; y que sirven para encontrar el logaritmo de todo número que no contenga mas de seis cifras, lo que se consigue del modo siguiente. *Se buscan las cuatro primeras cifras en la coluna de los números que es la que tiene la* N. *encima, y los tres primeros guarismos que en la coluna que tiene encima cero se hallan enfrente ó por la parte superior de dicho número serán los tres primeros guarismos de la mantisa; para hallar los restantes, observaremos que si el número propuesto no tiene mas de cuatro guarismos, los otros cuatro guarismos de la mantisa serán los que en la coluna que encima tiene cero se correspondan enfrente del número propuesto; si tiene cinco guarismos se buscará en la coluna que tenga encima el 5.º guarismo, que cuatro guarismos son los que corresponden enfrente de los cuatro primeros guarismos del número propuesto, y estos serán los cuatro últimos guarismos de la mantisa. Si tiene seis guarismos el número propuesto, despues de hallado el logaritmo que corresponde á los cinco primeros güarismos, se verá cual de las tablitas que hay en la última coluna que encima tiene un número, y luego á la izquierda de una raya los nueve guarismos* 1, 2, *&c., corresponde enfrente del número propuesto ó la mas próxima superior, y se tomará el número que*

esté á la derecha del que espresa el sexto guarismo, lo cual se añadirá á las últimas cifras de la mantisa hallada, con lo que se tendrá el logaritmo pedido.

Propongámonos, por egemplo, hallar el logaritmo de 1046, y lo primero que ejecutaré será poner la característica que aquí es 3; buscaré estos cuatro guarismos en la coluna de los números; aquí se encuentran en la primera llana, y veo tambien que aun en los números hay abreviacion pues se omiten de 5 en 5 los dos primeros guarismos, de manera que busco primero los de 10, y veo luego donde se hallan los otros dos 46, y como á su lado no hay tres guarismos, sino un hueco, veo cuales son los que estan encima; y como son ,019 los pondré despues de la característica, y á su continuacion los cuatro guarismos 5317 que se hallan enfrente de 46 en la misma coluna donde arriba hay cero, porque aquí solo consta el número de cuatro guarismos; con lo cual tendremos que log. 1046=3,0195317; del mismo modo hallaria que log. 1389=3,1427022, y que log. 6874=3,8372095.

Propongámonos ahora hallar el logaritmo de 10374, primero pondré la característica que aquí corresponde ser 4, porque tiene cinco guarismos el número, despues buscaré los tres primeros guarismos que hay separados en la coluna que tiene cero encima, y que corresponden enfrente ó encima del 1037 que se halla en la primera llana, y hallo que son ,015; luego veo en la coluna que por arriba tiene 4 cuales son los cuatro guarismos que corresponden enfrente del 1037, hallo ser 9462, por lo que me resulta que log. 10374=4,0159462.

Del mismo modo hallaria que log. 13738=4,1379235, y que log. 48376=4,6846300.

Podria ocurrir que enfrente de los cuatro primeros guarismos no correspondiese exactamente ningun número en la coluna del 5.° ; por egemplo, si me propusiera hallar el logaritmo de 40837, despues de puesta la característica 4 buscaria los tres primeros guarismos de la mantisa, y hallaria que eran por la regla general 610; pero bajando despues por la coluna que encima tiene el 5.° guarismo 7, hallo hueco el lugar que corresponde enfrente de 4083; en este caso se toman los tres primeros guarismos de la mantisa que estén próximamente inferiores, y hallo aquí que son 611, luego veré enfrente de estos guarismos que

es lo que corresponde en la coluna que tiene 7 encima y hallo ser [illegible], por lo que log. 40837=4,6110538.

Pasemos ya á los logaritmos de números de seis guarismos, y nos propondremos primero hallar el de 134685; ante todas cosas pondré la característica que sé que es 5, despues hallaré el logaritmo correspondiente al número 13468 como si tuviese solo estos cinco guarismos, y encuentro ser 5,1293031; ahora para hallar lo que le corresponde por el 6.° guarismo veré cual de las tablitas que hay en la última coluna corresponde mas enfrente del número de solos cuatro guarismos, y hallo ser aquí la que encima tiene 323, veo á la derecha del último guarismo que es 5 que número hay, y como hallo 162 añado esto á los últimos guarismos de la mantisa hallada como aquí se ve:

Y encuentro por último que el logaritmo de 134685 es 5,1293193.

$$\begin{array}{r} 5,1293031 \\ 162 \\ \hline 5,1293193 \end{array}$$

Del mismo modo hallaria que

$$\log.\ 468328=\left\{\begin{array}{r}5,6705427\\74\end{array}\right\}=5,6705501$$

$$\log.\ 783472=\left\{\begin{array}{r}5,8940224\\11\end{array}\right\}=5,8940235$$

y finalmente $\log.\ 349035=\left\{\begin{array}{r}5,5428628\\63\end{array}\right\}=5,5428691.$

Cuando el número tenga mas de seis guarismos, despues de puesta la característica correspondiente se halla primero la mantisa como si solo tuviese cinco, y luego se multiplican los restantes por la diferencia que se halla en las tablas de diferencias y productos, en el producto se separan tantos guarismos decimales con la coma como guarismos habia más de cinco, y lo que quede á la izquierda se añade á la mantisa del logaritmo hallado. Por egemplo: si quisieramos hallar el logaritmo de 34892863, pondriamos desde luego la característica correspondiente que es 7; despues veriamos que la mantisa que pertenece á los cinco primeros guarismos es 5427259, á la cual añadiendo el producto de multiplicar 125 por los otros tres guarismos restantes 863, despues de separados tres guarismos con la coma que da 107,975, ó 108 por ser despreciable la diferencia, obtendremos que el

$$\log.\ 34892863=\left\{\begin{array}{r}7,5427259\\108\end{array}\right\}=7,5427367$$

Del mismo modo hallariamos que

$$\log. \ 5984032 = \begin{Bmatrix} 6,7769916 \\ 23 \end{Bmatrix} = 6,7769939$$

Esta práctica está fundada en que como la mantisa de un logaritmo es la misma que la de todos los números que estén en progresion décupla, resulta que la mantisa del 34892863 será la misma que la del logaritmo de 34892,863; ahora, hallada ya la mantisa del 34892, para encontrar lo que le corresponde por la parte decimal 0,863 podremos formar esta proporcion: 1 (diferencia entre los números 34892 y 34893) : 125 (diferencia entre sus logaritmos) : : 0,863 (diferencia entre el número propuesto y el 34892) : x (diferencia entre los logaritmos del número propuesto y el de 34892) $=\frac{125.0,863}{1}=125.0,863$ lo que conduce á establecer la regla practicada antes.

En esto se funda la construccion de las tablitas de diferencias y productos que se hallan en la última coluna de cada llana, y en que están calculadas las partes que corresponde añadir por un guarismo cualquiera que tenga demas el número; en efecto, fijándonos en la que se halla enfrente del 783472, veremos que la diferencia es 56, y multiplicando esta diferencia por los nueve númemeros dígitos tendremos la tabla (A) y como en virtud de la regla que acabamos de demostrar se debe separar en cada producto un guarismo, si lo egecutamos y añadimos una unidad al último cuando el que se desprecie sea 5 ó mayor que 5, se nos convertirá esta tabla en la (B) que es la que se halla en el libro.

(A)		(B)	
			56
1	56	1	6
2	112	2	11
3	168	3	17
4	224	4	22
5	280	5	28
6	336	6	34
7	392	7	39
8	448	8	45
9	504	9	50

Debemos observar que en estas tablas que estan dispuestas por el método abreviado, y que empiezan verdaderamente desde 1000 en adelante, se pueden hallar los logaritmos de los números menores que 1000; pues si quisieramos hallar el logaritmo de 47, despues de puesta la característica pondriamos la mantisa del 470 ó del 4700, lo que es muy importante en muchas ocasiones.

322. La cuestion inversa, á saber, *encontrar el número correspondiente á un logaritmo dado*, es tambien de la mayor im-

portancia. Estas tablas nos dan directamente medios para hallar el número con seis figuras decimales: para lo cual se practicará lo siguiente. *Búsquense primero los tres primeros guarismos de la mantisa en los que estan separados en la coluna que tiene cero encima y debajo, despues véase si alguno de los números de cuatro guarismos de la misma coluna es igual con los otros del propuesto, y sino, véase entre cuales está y continúese ácia la derecha del menor de ellos hasta llegar á uno que sea igual; en cuyo caso el número será igual á los cuatro guarismos que en la coluna de los números estan enfrente de estos cuatro de la mantisa, junto con el guarismo que tenga sobre sí la coluna en que se hallan dichos cuatro guarismos, y tendremos el número con los cinco guarismos; ahora, sino se hallasen los últimos cuatro guarismos exactos se veria entre que dos colunas se hallaban, se pondria el número correspondiente al menor de ellos, y luego se hallaria la diferencia entre los últimos guarismos de la mantisa propuesta y el menor de ellos, y esta diferencia se veria en las tablas de los productos á que múltiplo se aproximaba mas, y se pondria por sexto guarismo del número el que espresa este múltiplo.*

Solo falta ahora que sepamos cuantos guarismos enteros debe tener este número: para lo cual *se separan con la coma hácia la izquierda tantos guarismos mas uno como unidades tenia la característica.* Y si por la característica debiese tener mas de seis guarismos, entonces *la diferencia entre la mantisa del logaritmo propuesto y el menor de aquellos dos entre que se halla en las tablas, la dividiriamos por la diferencia de la que se halla mas enfrente, y el cociente decímal lo pondriamos despues de los cinco primeros guarismos hallados*; con lo cual se tendria el número con los guarismos que se desease, y se colocaria la coma donde conviniese.

Propongámonos ahora hallar el número á que corresponde el logaritmo 2,5352941: primero buscaré los tres primeros guarismos de la mantisa que son 535, hallados estos veo si los otros cuatro se hallan en esta coluna; y como en efecto se verifica, digo que el número es 3430 que está enfrente junto con el 0 de la coluna; de manera que el número será 34300; pero como la característica es 2 nos indica que el número ha de tener solo tres guarismos enteros, luego lo separaremos con la coma, y será el número 343,00 ó solamente 343.

Si el logaritmo fuese 3,5984075 hallaria primero los tres

primeros guarismos en la coluna del cero, y despues bajaria por ella viendo si los otros cuatro se hallaban en ella, ó buscando el menor de ellos, y hallaria que era el 3527; continúo viendo en las demas colunas de la derecha cual de los que estan enfrente del 3527 es igual con los cuatro guarismos 4075 últimos de la mantisa propuesta, y como lo he encontrado tomo los cuatro guarismos 3966 que estan en la coluna de los números, á esto se agregará el guarismo 5 de la coluna en que se hallan los cuatro últimos guarismos de la mantisa, y diré que el número es 39665; pero como la característica dice que solo ha de haber cuatro guarismos enteros, separaré el último con la coma, y el número pedido será 3966,5.

Si el logaritmo fuese 3,6597593 hallaria ser 4568 los cuatro primeros guarismos, y veria que lo demas de la mantisa se hallaba entre las colunas 3 y 4, por lo que el número será mayor que 45683 y menor que 45684; como aquí solo ha de tener en enteros cuatro guarismos, sino queremos mas aproximacion que un guarismo decimal tomaremos el número menor 45683 y tendremos, despues de puesta nuestra coma, que es el número 4568,3; si quisieramos una aproximacion mayor, por egemplo de dos guarismos, hallariamos la diferencia entre 7546 últimos guarismos de la mantisa de las tablas y 7593 de la mantisa propuesta; y la diferencia 47 veriamos en la tabla de los productos de la diferencia anterior á que múltiplo corresponde, y veo que aquí al que mas se aproxima es al 48, y por lo mismo pongo el 5 que está á la izquierda del 48 despues del último guarismo 3, y el número será 4568,35. Si hubiéramos querido mayor aproximacion, hubiéramos dividido la diferencia 47 por 95 ó hubiéramos reducido á quebrado decimal el $\frac{47}{95}$ que da 0,49473 &c. por lo que digo que el número correspondiente al logaritmo dado 3,6597593 es 4568,349473 &c.

Si el logaritmo fuese 6,8715352 veria que se hallaba entre la mantisa del 74393 y la del 74394; pero como aquí la característica me dice que el número ha de tener siete guarismos, no me contentaré con estos cinco guarismos primeros, sino que la diferencia 31 que hay entre la mantisa del propuesto y la del menor entre que se halla, la dividiré por 59 diferencia que se halla en las tablas, y el cociente decimal 0,52542 &c. lo pondré á continuacion del menor, y tomando siete guarismos

enteros saco que el número correspondiente al logaritmo dado es 7439352,542 &c.

Finalmente si me propusiese hallar el número á que corresponde el logaritmo 7,8914371 hallaria que era exactamente al 77882; pero como la característica me dice que ha de tener ocho guarismos en enteros, supliré con ceros los guarismos que me faltan, y hallaré que el número es 77882000.

El método que hemos seguido para encontrar desde el quinto guarismo en adelante, está fundado en que si llamamos d la diferencia que hay entre la mantisa del logaritmo propuesto y la del menor entre que se halla en las tablas, y D la diferencia que se halla en las tablas, podemos poner aproximadamente (*) esta proporcion $D : 1 :: d : x = \frac{d}{D}$ que da la regla que hemos practicado.

LX.

RESOLUCION DE ALGUNAS CUESTIONES POR logaritmos.

323. Supongamos que se nos proponga hallar por los logaritmos el cuarto término de esta proporcion $11526 : 27829 :: 34578 : x$.

Pongo primeramente el cuarto término de la proporcion indicando las operaciones de esta manera $x = \frac{27829 \times 34578}{11526}$: la primera operacion que hallo indicada es la multiplicacion, para egecutar esta por logaritmos busco primeramente el logaritmo que corresponde á 27829 y hallo ser 4,4444976: despues busco el de 34578 y hallo que es 4.5387999, sumándolos resulta 8,9832975: y como veo indicada la division del producto 27829×34578 por 11526 para egecutarla por logaritmos restaré el logaritmo 4,0616786 que corresponde al 11526 de 8,9832975, y egecutándolo como aqui se ve:

(*) Decimos que este resultado es aproximado, porque las diferencias de los logaritmos no son proporcionales con las de los números; pero el error que resulta de esta suposicion no influye en los guarismos que comunmente se necesitan.

Sale por resta 4,9216189; busco el número que corresponde á este logaritmo y hallo ser 83487, con lo que queda resuelto el problema propuesto. Aquí se ve que para hallar este cuarto término he tenido que hacer primero una suma y despues una resta; y como los matemáticos deben conciliar con la exactitud la brevedad lo mas que sea posible, se ha ideado un medio que es muy socorrido por cuanto el mayor uso que se hace de los logaritmos es para hallar cuartos términos de proporciones; lo cual se egecuta por medio del *complemento aritmético*, con cuyo auxilio haremos las mismas operaciones con mas facilidad.

```
4,4444976
4,5387999
---------
8,9832975
4,0616786
---------
4,9216189
```

Se llama *complemento aritmético de un número á la diferencia que hay entre dicho número y la unidad seguida de tantos ceros como guarismos tiene dicho número*; y se llama *complemento logarítmico de un número al complemento aritmético de su logaritmo*. Para hallar el complemento aritmético de un número se resta el primer guarismo de la derecha de 10 y todos los demas de 9. Por medio del complemento aritmético se convierten las operaciones de restar en operaciones de sumar, por egemplo: si quisiéramos restar 453 del número 827, hallaria el complemento de 453 restándole de 1000 y sacaria 547, que sumado con 827 me daria 1374; ahora, aquí en vez de haber quitado de 827 el 453 le he añadido 547, luego en la suma 1374 no solo tengo los 453 de mas, sino los 547, y como entre los dos componen 1000, resulta que debo rebajar una unidad al guarismo de los millares, y tendré que la diferencia es 374.

En este egemplo se ve que el egecutar la resta por el complemento es mas complicado que sin hacer uso de él; por lo que á primera vista parece que no es de la mayor importancia; sin embargo observando que el complemento se halla directamente restando el último guarismo de la derecha de 10 y todos los demas de 9, podremos ir poniendo debajo del minuendo con la misma facilidad el complemento que el mismo subtraendo; pues el mismo trabajo nos costará poner un guarismo que su diferencia á 9, sino es el último que entonces será su diferencia á 10. Y entonces en el caso que acabamos de resolver será tan sencillo lo uno como lo otro.

Pero cuando ocurra hallar un cuarto término de una proporcion geométrica por logaritmos, ó cuando hay muchas multipli-

caciones y divisiones á un tiempo, es sumamente ventajoso el hacer uso del complemento, en cuyo caso *se ponen los logaritmos de todos los factores los unos debajo de los otros, despues los complementos* logarítmicos *de los divisores, se suma todo y en la suma se rebajan tantas unidades en los lugares correspondientes como divisores habia, y el número á que corresponde este logaritmo será el resultado que se busca.*

Con la misma facilidad se pone un complemento logarítmico que el logaritmo, porque si quiero hallar el complemento logarítmico de de 53427, como su característica ha de ser 4, diré: de 4 á 9 van 5 que es la característica del complemento; ahora iré á buscar la mantisa, y como los tres primeros guarismos son 727 iré diciendo: de 7 á 9 van 2 que pongo al lado de la característica; de 2 á 9 van 7 que pongo al lado del 2; de 7 á 9 van 2 que pongo tambien; veo despues que los otros cuatro guarismos de la mantisa son 7608, pero al tiempo de escribirlos voy diciendo: de 7 á 9 van 2 que pongo; de 6 á 9 van 3 que pongo; de 0 á 9 van 9 que pongo; de 8 á 10 (porque es el último) van 2 que pongo, y tengo que el complemento logarítmico de 53427 es 5,2722392. Si el número termináre por ceros, se deberia restar de 10 el último guarismo significativo del número y los demas de 9, poniendo despues los ceros convenientes. Tambien se pudiera empezar por lo último diciendo: de 8 á 10 van 2, de 0 á 9 van 9 &c. pero yo lo encuentro mas cómodo del modo espuesto; cada uno eligirá el que mejor le paresca.

Ahora, para hallar por medio del complemento el cuarto término de la proporcion de arriba, pondré los logaritmos 4,4444976 y 4,5387999 de los factores 27829, y 34578 los unos debajo de los otros, y luego el complemento logarítmico del 11526; y sumándolo todo y borrando la decena que sale en la característica por causa del complemento, saco como aquí se presenta el mismo logaritmo que antes.

Log. 27829	=4,4444976
Log. 34578	=4,5387999
C. Log. 11526	=5,9383214
	~~1~~4,9216189

324. En las tablas cuyo manejo hemos esplicado, solo se hallan los logaritmos de los números enteros comprendidos entre 1 y 102500; pero en el segundo tomo de dichas tablas donde se hallan las trigonométricas que es la 2.ª parte del tomo 3.º se

hallan los logaritmos desde 102500 hasta 107500. Por medio de ellas podemos tambien calcular, aunque no con toda exactitud, los logaritmos de los números mayores como ya lo hemos egecutado; pero ahora es necesario que veamos como se han de encontrar los logaritmos de los quebrados comunes, de los números fraccionarios y de los quebrados decimales.

Supongamos 1.° que se quiera encontrar el logaritmo de un número fraccionario; para esto *reduciremos el entero á la especie del quebrado que le acompaña, hallaremos el logaritmo del denominador, lo restaremos del logaritmo del numerador, y la diferencia será el logaritmo pedido.* Sea el número $57 \frac{32}{67}$, que reduciendo el entero á la especie del quebrado es $\frac{3851}{67}$, y tendremos

$$\begin{array}{rl} \text{Log. } 3851 = & 3{,}5855735 \\ \text{Log. } 67 \ldots = & 1{,}8260748 \\ \hline & 1{,}7594987 = \text{Log. } 57\frac{32}{67} \end{array}$$

Para hallar el logaritmo de un quebrado deberemos restar el logaritmo del denominador del logaritmo del numerador; pero si el quebrado es propio la resta será negativa, lo que indica que el logaritmo de un quebrado es *negativo*; tambien se llama *defectivo*.

Esto tambien resulta de las progresiones primitivas, porque si las suponemos continuadas ácia la isquierda serán:

$$\begin{array}{l} \&c. \; . -3 \; . -2 \; . -1 \; . \; 0 \; . \; 1 \; . \; 2 \; . \; 3 \; . \; \&c. \\ \&c. \; : \frac{1}{1000} : \frac{1}{100} : \frac{1}{10} : 1 : 10 : 100 : 1000 : \&c. \end{array}$$

las que nos manifiestan que los logaritmos de todos los números menores que 1 han de ser negativos ó defectivos; así, si quisiéramos hallar el logaritmo de $\frac{37}{85}$, buscariamos el logaritmo del numerador y el del denominador, y como este no lo podriamos restar de aquel, lo hariamos al contrario y pondriamos á la resta el signo —, de manera que tendremos

$$\begin{array}{rl} \text{Log. } 85 = & 1{,}9294189 \\ \text{Log. } 37 = & 1{,}5682017 \\ \hline & -0{,}3612172 = \text{Log.} \frac{37}{85} \end{array}$$

Si nos propusiéramos ahora resolver la cuestion inversa, esto es, hallar el número correspondiente á un logaritmo defectivo ó negativo, cual es el $-0{,}3612172$, lo que egecutaríamos seria añadirle un número cualquiera de unidades, por egemplo 4 lo que equivaldria á restarle de 4, en estos términos: buscariamos ahora á que número corresponde este logaritmo y hallariamos que era á 4352,9 &c. pero con añadir 4 unidades que es el logaritmo de 10000 al logaritmo propuesto nos resulta un número 10000 veces mayor; luego para tener el verdadero le deberemos ha-

$$\begin{array}{r} 4 \\ -0{,}3612172 \\ \hline 3{,}6387828 \\ 10000 \end{array}$$

cer este número de veces menor, lo que conseguiremos corriendo la coma cuatro lugares ácia la izquierda: de manera que el número á que corresponde el logaritmo propuesto es 0,43529, que es el que es el quebrado $\frac{17}{8}$ reducido á decimales como en efecto debe verificarse.

Si el número cuyo logaritmo quisiésemos hállar tuviese enteros y decimales pondriamos la caracterísca que corresponde al entero, y buscariamos la mantisa que correspondia á todos los demas guarismos como sino tuviese la coma; y así para hallar el logaritmo de 385,72 despues de puesta la característica 2 buscaré la mantisa correspondiente al 38572 como sino tuviese la coma, y hallaré que log. 385,72=2,5862722.

Si el número propuesto fuese un quebrado decimal, entonces le pondriamos en forma de quebrado comun y hallariamos su logaritmo, que seria defectivo, por el método anterior, pero usando del complemento logarítmico llegamos á tener esta regla sencilla: *el logaritmo de un quebrado decimal tiene por característica 9, ó un número con tantas unidades menos de 9 cuantos ceros hay entre la coma y los guarismos significativos, y por mantisa la misma que la del número si fuese entero.*

Por esta regla tendremos que el logaritmo de 0, 47 es 9,6720979; este logaritmos egun lo dicho (núm 321 pág.) deberia corresponder á un número de diez guarismos; y así, para no equivocarlo aunque no es fácil porque un calculador jamas se puede equivocar en tomar un número por otro, que es 10000000000 menor, no obstante nosotros distinguiremos á los logaritmos de los quebrados decimales poniendo la coma por la parte de arriba é inversa, ó tambien se podrian diferenciar poniendo un punto entre la característica y la mantisa como practican algunos.

Tambien hallariamos por la regla que log. 0,59624=9‘7754211 y que log. 0,00483=7‘6839481.

Para demostrar esta regla propongámonos un quebrado cualquiera tal como 0,532: este puesto en forma de quebrado comun será $\frac{532}{1000}$. Para hallar su logaritmo deberiamos restar el logaritmo de 1000 del logaritmo de 532; pero si queremos hacer uso del complemento logarítmico, con el logaritmo de 532 sumaremos el complemento logarítmico de 1000 en esta forma:

que en efecto tiene la misma mantisa que el logaritmo de la parte decimal considerada como entero, porque en el complemento logarítmico del denominador no hay mantisa; y tiene 9 de característica porque no habiendo cero alguno entre la coma y los guarismos significativos, la característica del número considerado como entero debe tener tantas unidades menos una como guarismos; ahora, como el denominador tiene un guarismo mas que el numerador, la característica de su logaritmo debe tener una unidad mas; por consiguiente su complemento será una unidad menos que el complemento de la característica del numerador, añadido á la característica de este dará una unidad menos que 10, esto es, 9

log. 532=2,7259116
compl. log. 1000=7
log. 0,532=9'7259116

Ahora, por cada cero que hubiese entre la coma y los guarismos significativos aumentaria una unidad la característica de su denominador, y por consiguiente disminuiria la de su complemento; luego disminuiria esta misma unidad la característica del número total. Así, si el número fuese 0,000532 lo pondriamos bajo esta forma $\frac{532}{1000000}$, cuyo logaritmo hallaríamos usando del complemento como aquí se ve, y comprueba la regla dada.

log. 532=2,7259116
compl. log. 1000000=4
log. 0,000532=6'7259116

Si nos propusiéramos elevar el número 0,532 á una potencia cualquiera tal como la tercera multiplicariamos su logaritmo por 3 en la forma que aquí se ve: y sacaríamos que el logaritmo de su 3.ª potencia era 29'1777348; pero como una potencia cualquiera de un quebrado decimal tendrá 9 de característica ó menos de 9, borraremos las dos decenas que nos resultan, á causa de haber triplicado la decena del complemento, y será log. $(0,532)^3$=9'1777348. Al contrario si quisiéramos estraer una raíz cualquiera de un quebrado decimal, á la característica que le correspondiese le deberiamos anteponer tantas decenas de mas como unidades tuviese el esponente de la raíz menos una, y despues dividiriamos por el esponente de dicha raíz. Esta regla tendria alguna escepcion si la característica del quebrado decimal fuese 7 ó menor que 7.

9,7259116
3
29'1777348

324. Puesto que ya sabemos la teoría de los logaritmos, te-

año simplemente, y que la ganancia del capital prestado sea G: podrá buscar segun lo dicho en la proporcion cualquiera de las cuatro cosas variables P, T, R, G, con tal que tenga conocidas las otras tres, como se lo manifiesta la siguiente proporcion compuesta.

$$C....A....R....*...P....T....G;$$

que dice; si el capital 100, en el tiempo de un año, da R de interes: el capital prestado P, en el tiempo T por el cual se ha prestado debe dar G de ganancia, cuya proporcion compuesta por ser directa; el contínuo producto del término último R de la primera parte y todos los de la segunda menos el último, que son P, T, debe ser igual al contínuo producto del término último G de la segunda parte, y todos los de la primera menos el último, que son C, A, y así tenemos que

$$R \times P \times T = C \times A \times G$$

en cuya ecuacion por tener siempre conocidas las dos cosas invariables C y A, conocidas tres de las cuatro cosas variables R, P, T, y G será muy facil indagar la otra por medio de la resolucion de aquella simple ecuacion, como se ve.

$$R = \frac{C \times A \times G}{P \times T} \qquad T = \frac{C \times A \times G}{R \times P}$$

$$P = \frac{C \times A \times G}{R \times T} \qquad G = \frac{R \times P \times T}{C \times A}$$

Con estas cuatro fórmulas que hemos deducido de la ecuacion $R \times P \times T = C \times A \times G$ facilmente por medio de la substitucion se pueden resolver los problemas de interes simple.

Con todo para mayor facilidad traduciremos del idioma algebráico al vulgar la misma ecuacion

$$R \times P \times T = C \times A \times G$$

y para resolver los mismos problemas de interes simple, bastará el tener presente la traduccion de la dicha ecuacion, que nos da este

PRINCIPIO.

329. Multiplíquese el número de monedas que se prestan por el número de meses ó dias que se prestan, y el producto por lo

que reditúan ciento en un año; y se tendrá una cantidad igual á la que resulta multiplicando cien monedas por el número de meses ó dias que tiene un año, y el producto por el número de monedas que se ganan con la cantidad prestada en el tiempo por el cual se prestó; v. gr.

330. Pídese, cuántos pesos ganó en 16 meses el comerciante que prestó 600 á interes de 8 por ciento al año simplemente?

$A..600 \times 16 \times 8 = 100 \times 12 \times x$
$B........76800 = 1200x$
$C................x = 64$

Mírese con atencion el principio propuesto, y el problema dado, y formada la ecuacion *A*, multiplíquense los 600 pesos propuestos por los 16 meses que se prestaron, y el producto 9600 por los 8 pesos que dijimos reditúan cada 100. Multiplíquense luego los 100 pesos por los 12 meses que tiene el año, y el producto 1200 por la *x*, que supongo ser los pesos que se ganaron con los 600 pesos indicados, y se tendrá la ecuacion *B*. De esta ecuacion *B* pártase el miembro conocido 76800 por el coeficiente 1200 de la incógnita; y saliendo en la ecuacion *C* $x=64$, dígase que el tal comerciante con los 600 pesos á interes simple de 8 por 100 en 16 meses ganó 64 pesos.

331. Como todo problema de interes simple es una regla de tres compuesta; el problema dado será lo mismo que este: Si con 100 pesos en 12 meses se ganan 8, con 600 pesos en 16 meses cuántos se ganarán? El mismo problema puede resolverse por regla de tres simple, diciendo: Si 100 pesos en 16 meses ganan $10\frac{2}{3}$, cuánto ganarán 600 en el mismo tiempo? Quien de un golpe querrá encontrar el capital é interes, dirá: Si 100 pesos han de subir á $110\frac{2}{3}$, á cuánto subirán 600? Ó bien: Si 100 pesos han de subir á 108, á cuánto han de subir 800? Adviértase que 16 meses componen un año y el tercio de un año; luego multiplicando los 600 pesos dados por 8 pesos y su tercio, esto es por $8+2\frac{2}{3}=10$ pesos $\frac{2}{3}$; ó bien 600 pesos y su tercio esto es $600+200=800$ pesos por 8 pesos; y tomando el centeno del producto, saldrán como antes (*E.* núm CIV. y CV. pag. 150 y 153.) los pesos que reditúan aquellos 600 en 16 meses á interes simple de 8 por ciento al año.

332. Por medio de la proporcion compuesta no se puede conseguir de un golpe el capital é interes de un capital prestado á un

tanto por ciento, como lo vamos á demostrar por medio del siguiente

EGEMPLO.

Antonio prestó 800 pesos por 4 meses á interes de 5 por ciento al año simplemente, se pide la suma de capital é interes.

La operacion debe hacerse como sigue:

$$100....12....5....*....800....4....x$$

cuya resolucion por medio de las causas y efectos es así

$$100\times12 : 800\times4 :: 5 : x.$$

ó lo que es lo mismo... $\left\{\begin{matrix}100 : 800\\ 12 : 4\end{matrix}\right\} :: 5 : x.$

No puede hacerse del modo que va á espresarse:

$$100....12....105....*....800....4....800+x;$$

porque si la proporcion fuese exacta, tendríamos que

$$100\times12 : 800\times4 :: 105 :: 800+x,$$

ó bien . . . . . $\left\{\begin{matrix}100 : 800\\ 12 : 4\end{matrix}\right\} :: 105 : 800+x;$

luego segun lo arriba dicho tendríamos $105 : 800+x :: 5 : x$ lo que no puede ser, porque la razon de $105 : 800+x$ se compone de las razones $\left.\begin{matrix}100 : 800\\ 5 : x\end{matrix}\right\}$ sumados sus términos; pero como la razon $100+5 : 800+x$ no puede ser igual á ninguna de las razones $100 : 800$ y $5 : x$ porque estas no son iguales; luego se sigue que $105 : 800+x$ no es igual á la razon $5 : x$ que era lo propuesto.

Que las razones de $100 : 800$ y $5 : x$ no sean iguales se desprende de lo arriba insinuado, porque siendo la razon compuesta $\left.\begin{matrix}100 : 800\\ 12 : 4\end{matrix}\right\} :: 5 : x$ es palpable que segun lo demostrado en otras partes, la razon de $5 : x$ no puede ser igual á la de $100 : 800$ á no ser que la razon de los tiempos fuese de igualdad que es lo segundo.

COROLARIOS.

1.º Si la razon de $12 : 4$, esto es, la de los tiempos fuese de igualdad, entonces la de las causas, ó lo que es lo mismo la de

100 : 800, estaria en razon de igualdad con la de $5 : x$; luego (proposicion 11.ª pág. 10) la razon de $100+5 : 800+x$ estaria en razon de igualdad con la de $5 : x$; luego la razon compuesta $\left.\begin{matrix}100 : 800\\ 12 : 4\end{matrix}\right\}$ estaria en razon de igualdad con la de $100+5 : 800+x$, esto es, seria $\left.\begin{matrix}100 : 800\\ 12 : 4\end{matrix}\right\} :: 105 : 800+x$, de donde se colige que en las cuestiones de interes cuando los tiempos son iguales, las causas estan en razon de igualdad con la suma de las causas y circunstancias &c.

2.º Si las causas fuesen iguales, los tiempos serian entre sí como los efectos; pero nunca como la razon formada por la suma de las causas y efectos, esto es, como $105 : 800+x$: porque siendo en este caso la razon de las causas de igualdad, sumando sus términos con los de la razon $5 : x$, la suma por la proposicion citada no estaria en razon de igualdad con la de $5 : x$, ni tampoco con la igual á esta, esto es, con la de los tiempos que era &c.

3.º Los tiempos pues son entre sí como los efectos cuando las causas son iguales, y cuando desiguales su razon sumada con la de las causas produce una razon compuesta cuyos términos son entre sí como los mismos efectos.

LXIII.

333. Las reglas de interes simple pueden á menudo resolverse con mucha brevedad, partiendo sucesivamente por una misma medida cualquier término del miembro primero y cualquier término del miembro segundo, resolviendo despues la cuestion con los términos abreviados que salieren; v. g.

334. Pídese á razon de cuanto por ciento al año simplemente redituaron 600 pesos, al respecto que en 16 meses dieron 64 de ganáncia?

$$600 \times 16 \times x = 100 \times 12 \times 64$$
$$6 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \quad 8$$
$$1 \quad 1 \quad \quad 1$$
$$x = 8$$

Dispuesta la ecuacion, segun el órden que indica el principio, quítense los dos ceros del término primero de cada

miembro, ó tómese de ellos el centeno, y se tendrá 6 y 1. Tómese ahora el sexto de 6, y de 12, y saldrá 1 y 2. ahora el octavo de 16, y 64, y resultará 2 y 8. en fin la mitad de 2 y 2, y saldrá 1 y 1. Multiplíquense en conclusion los términos abreviados de cada miembro; y saliendo $x=8$, dígase que dichos 600 pesos redituaron á razon de 8 por ciento al año.

El problema espresado es lo mismo que este: Si con 600 pesos en 16 meses se ganan 64, con 100 pesos en 12 meses cuántos se ganarán? El mismo problema puede resolverse por regla de tres simple, diciendo: Si 800 pesos en un año dan 64, cuánto darán 100 en el mismo año? Dijimos que 16 meses componen un año y el tercio de un año, y por esto á los 600 pesos se añadió su tercio, y salió $600+200=800$; y tanto ganarán 800 pesos en un año, como 600 en 16 meses: luego la proporcion será $800 : 64 :: 100 : y=8$.

335. Por cuántos meses han de prestarse 600 pesos á interes simple de 8 por ciento al año para ganar 64? Por medio de esta ecuacion $600 \times x \times 8 = 100 \times 12 \times 64$ se encontrará, que han de prestarse por 16 meses. Este problema puede variarse así: Al respecto que en 12 meses con 100 pesos se ganan 8, cuántos meses serán menester para que con 600 pesos se ganen 64? Adviértase que la regla correspondiente á este problema es indirecta.

336. Cuántos pesos han de prestarse á interes de 8 por ciento al año simplemente para ganar 64 en 16 meses? En esta ecuacion $x \times 16 \times 8 = 100 \times 12 \times 64$, es $x=600$; y así dígase que han de prestarse 600 pesos. Transformando el presente problema de esta manera; supuesto que en 12 meses con 100 pesos se ganan 8, cuántos pesos serán menester para ganar 64 en 16 meses? encontrarémos los mismos 600 pesos.

337. Un comerciante prestó 845 ℔ ℈ á Ticio por tiempo de un año á interes de 5 por ciento. Pregunto, cuántas libras le ha de volver á el fin del tiempo? Resuélvase esta ecuacion $845 \times 5 = 100 \times z$, y se encontrará, que la ganancia ó interes sube á 42 ℔ 5 ℈; luego añadiendo este á el capital, resultará que Ticio finido el tiempo ha de volver al comerciante 845 ℔ + 42 ℔ 5 ℈ = 887 ℔ 5 ℈. Adviértase que en la ecuacion se omitió el tiempo (*E.* núm. VI. axioma 3.º pág. 2), porque en ambos miembros estaria figurado con un mismo número. El presente problema puede reducirse á este: Si 100 ℔ ℈ han de subir á 105, á cuán-

to habrán de subir 845? Si dijese así: Al respecto que 100 dan 5, cuánto darán 845? solo saldria el interes, como en la ecuacion.

338. Un mercader dejó á un confitero 450 reales por 8 meses á interes de 6 por ciento al año. Pregunto, cuánto le han de volver finido el tiempo? Resolviendo esta ecuacion $450\times8\times6=100\times12\times y$, salen 18 reales de interes; luego finido el tiempo, el confitero habrá de volver $450+18=468$ reales: Si el indicado problema se variase de este modo: Si 100 dan 4 (pues si 6 reales es la ganancia de 100 en un año, 4 reales serán (*E.* núm. xciv. pág. 109.) la ganancia de los mismos 100 en 8 meses), 450 cuánto darán? saldrá lo mismo que antes; pero si de este: Al respecto que 100 suben á 104, á cuánto subirán 450? saldrá capital é interes á un mismo tiempo.

339. Ignacio prestó 748 ₶ 18 ℔ 6 por tiempo de 2 años $\frac{1}{2}$ á interes simple de 6 por ciento al año. Pídese, cuánto ha de recibir finido el tiempo? En esta ecuacion 748 ₶ 18 ℔ $6\times30\times6=100\times12\times z$, es $z=112$ ₶ 6 ℔ 9 dineros $\frac{6}{20}$; y así dígase que finido el tiempo ha de recibir 112 ₶ 6 ℔ 9 $\frac{3}{10}$ + 748 ₶ 18 ℔ 6 = 861 ₶ 5 ℔ 3 dineros $\frac{3}{10}$. Variando el presente problema de esta manera: Al respecto que 100 ₶ ℔ en 12 meses ganan 6, cuánto ganarán 748 ₶ 18 ℔ 6 en 30 meses? sale lo mismo que acabamos de ver; pero variándolo así: Si 100 suben á 115 (pues 100 en 2 años, 6 meses ganan 15), á cuánto subirán 748 ₶ 18 ℔ 6? sale caudal y ganancia de un golpe.

340. Prestó Luis 850 pesos á un mercader por 8 años á 4 por ciento de interes al año simplemente. Pregúntase, cuántos pesos le ha de volver al cabo de dichos 8 años? En esta ecuacion $850\times8\times4=100\times1\times x$, es $x=272$; dígase pues que al cabo de dicho tiempo le ha de volver $850+272=1122$ pesos. Variando el problema dado de esta manera: Si con 100 pesos en 1 año se ganan 4, con 850 en 8 años cuántos pesos se ganarán; ó bien así: Supuesto que 100 ganan 32 (pues 100 en 8 años á 4 por ciento al año ganan $8\times4=32$), cuánto ganarán 850? saldrá al pie de la letra lo mismo que se encontró; pero transformándolo así: Al respecto que 100 pesos han de subir á 132, á cuántos subirán 850? saldrá caudal y ganancia de una vez, como puede esperimentarse.

341. Pedro dejó 500 ₶ ℔ por 14 meses, 12 dias á interes simple. Finido el tiempo le entregaron 60 de ganancia. Pídese el interes por 100 de cada mes. En esta ecuacion 500×14 me-

ses, 12 dias $xy=100\times1\times60$, es $y=16$ ⅌ 8; dígase pues que el interes por 100 de cada mes es 16 ⅌ 8, á no ser que sea moneda de Aragon, que en tal caso saldrán 16 sueldos, 10 dineros, 2 tercios. El problema espresado es lo mismo que este: Si 500 tt ⅌ en 14 meses, 12 dias dan 60, cuánto darán 100 tt ⅌ en 1 mes?

342. Me entregaron 476 reales á interes simple de 8 por 100 al año. Pídese el interes por ciento de cada mes. Se encontrará lo que se pide buscando solamente el doceno de los 8 reales que dan 100 en 1 año: así pues, si dichos reales son de los comunes al reino, siendo de á ocho saldrán 5 reales, 11 maravedís, 1 tercio de plata vieja; y siendo de plata de cambio, 22 maravedís, 2 tercios de plata antigua; pero si son de los corrientes en Castilla, saldrán 22 maravedís, 2 tercios de vellon; si en Valencia ó Cataluña, 16 dineros; si en Aragon 21 dineros, un tercio; si en Navarra 24 maravedís.

343. El que presta 1 peso á interes de 10 por ciento al año simplemente, cuánta renta diaria tiene? En esta ecuacion $1\times1\times10=100\times365\times z$, es $z=\frac{1}{3650}$; y así dígase que cada dia tiene de renta $\frac{1}{3650}$ avos de peso, ó bien $\frac{8}{3650}$ avos de real de plata de cambio, ó bien $\frac{136}{1825}$ avos de maravedí de plata ó bien $\frac{14}{1825}$ avos de sueldo, ó bien $\frac{168}{1825}$ avos de dinero barcelonés, &c. Si el año se cuenta por 360 dias, dígase que cada dia gana $\frac{1}{3600}$ avos de peso, &c.

LXIV.

344. Porque cuando se ha de rebajar alguna cantidad no se sabe á que número quedará rebajada, escríbase la incógnita por término primero de la ecuacion; y porque por término último corresponde (segun dice el principio) el rédito ó ganancia total, escríbase en último lugar toda la cantidad dada, menos el término primero; y dejando ordenados los términos intermedios, como en las demas reglas de interes que anteceden, se hallará lo que se pidiere; v. g.

345. Pídese, cuánto cobrará Pedro de contado, rebajando 8 por 100 al año simplemente, al respecto que retardando 16 meses la satisfaccion, habrian de entregársele 664 pesos? En esta ecuacion $x\times16\times8=100\times12\times\overline{664-x}$, es $x=600$; y así dígase que

si á Pedro le pagan de contado, cobrará 600 pesos. Para resolver el presente problema por regla de tres simple, dígase: Al respecto que 110 § han de bajar á 100, á cuánto habrán de bajar 664? Repásense los problemas 330, 334, 335, y 336 pág. 161, 163 y 164.

346. Ticio debe 887 escuditos $\frac{1}{4}$ á un comerciante, cuales ha de pagar dentro de un año; y si quiere pagarlos de presente, le descontará á 5 por ciento. Pídese con cuántos escuditos pagará de contado? En esta ecuacion $x\times5=100\times\overline{887\frac{1}{4}-x}$, es $x=845$; y así dígase que pagará con 845 escuditos. El presente problema se reduce á este: Si 105 bajan á 100, á cuánto bajarán 887 escuditos $\frac{1}{4}$? Repásese el problema 337 pág. 164.

347. Un mercader ha de cobrar de un confitero 468 reales al cabo de 8 meses. Pregunto, con cuántos reales le pagará de contado, al descuento de 6 por ciento al año? Resuélvase esta ecuacion $z\times8\times6=100\times12\times\overline{468-z}$, y se encontrará que le pagará con 450 reales. Reducido el presente problema á este: Al respecto que 104 bajan á 100, á cuánto bajarán 468? se hallará lo mismo. Mírese el problema 338. pág. 165.

348. Pedro ha de cobrar 861 ℔ 5 ß 3 dineros $\frac{3}{10}$ dentro de 2 años $\frac{1}{2}$. Pregunto cuánto cobrará de contado, al descuento de 6 por ciento al año simplemente? Resolviendo esta ecuacion $x\times30\times6=100\times12\times\overline{861 ℔\ 5 ß\ 3\frac{3}{10}-x}$, se hallará que pagando de presente cobrará 748 ℔ 18 ß 6. El problema dado se reduce á este: Si 115 han de bajar á 100, á cuánto habrán de bajar 861 ℔ 5 ß 3 dineros $\frac{3}{10}$? Repásese el problema 339. pág. 165.

349. Un mercader debe 1122 pesos, cuales ha de pagar dentro de 8 años; y si los paga de contado, le descontarán 4 por ciento al año simplemente. Pídense los pesos que pagará de contado el mercader. Por medio de esta ecuacion $y\times8\times4=100\times1\times\overline{1122-y}$ se encuentra, que pagará con 850 pesos. El indicado problema puede variarse así: Sabido que 132 pesos han de bajar á 100, á cuántos habrán de bajar 1122? Repásese el problema 340 pág. 165.

350. Pedro ha de cobrar 560 ℔, no se acuerda dentro de cuanto tiempo; pero si, que si le pagan de contado, descontando 60 ℔, condonará á razon de 16 ß 8 por ciento al mes. Pídese, por cuánto tiempo prestó Pedro las referidas 560 ℔? Esta ecuacion $500\times z\times16 ß\ 8=100\times1\times60\times20 ß$ dará á entender, que las prestó por 14 meses, 12 dias. El problema dado es lo

mismo que este: Si 100 tt en 1 mes ganan 16 ß 8, cuántos meses serán menester para ganar 60 tt ß con 500? Advertida la indireccion, mírese el problema 341 pág. 165.

351. Josefa ha de cobrar 400 tt ß dentro 9 meses; y si la satisfacen de presente, descontará 4 dineros por libra al mes. Pídese, con cuánto la satisfarán de contado? Al respecto que Josefa por 1 tt ß descuenta 4 dineros en 1 mes, está claro que por 100 tt ß descontará 400 dineros en 1 mes; luego por 1 año descontará $400\times12=4800$ dineros$=20$ tt ß, y así la ecuacion será $x\times9\times20=100\times12\times\overline{400-x}$; luego satisfarán á Josefa de contado con 347 tt 16 ß 6 dineros $\frac{6}{23}$. El presente problema se reduce á este: Al respecto que 23 ß han de bajar á 20 ß, á cuántas libras bajarán 400 tt ß? Adviértase que si 1 tt$=20$ ß por 1 mes se rebaja de 4 dineros, por 9 meses se rebajará de $9\times4=36=3$ ß.

352. Un mercader dejó 700 reales á interes simple de 5 por 100 al año. Finido el tiempo le volvieron 857 reales $\frac{1}{2}$ entre capital y ganancia. Pídese el tiempo que los tuvo. Por medio de esta ecuacion $700\times z\times5=100\times12\times\overline{857\frac{1}{2}-700}$ se encuentra, que los tuvo 4 años $\frac{1}{2}$. Dicho problema puede espresarse de esta manera: Si 100 reales ganan 5 en un año, cuánto tiempo será menester para que con 700 reales se ganen 157 $\frac{1}{2}$.

353. Un artesano debe 857 pesos $\frac{1}{2}$, cuales ha de pagar al cabo de 4 años, 6 meses, y si paga de presente, le condonarán 157 pesos $\frac{1}{2}$. Pídese, á razon de cuanto por 100 le descontarán al año simplemente? Esta ecuacion $700\times4\frac{1}{2}\times x=100\times1\times157\frac{1}{2}$ dará á entender, que le descontarán á 5 por ciento. Resolviendo este problema: Supuesto que con 700 pesos en 4 años $\frac{1}{2}$ se ganan 157 pesos $\frac{1}{2}$, cuántos pesos se ganarán por 100 en un año? encontrarémos lo mismo.

354. Pablo ha de cobrar de Pedro 800 tt al cabo de 4 años; pero de otra parte aquel debe 600 tt á este, cuales ha de pagar al cabo de 4 años $\frac{1}{2}$. Dice Pablo, que si Pedro le paga de contado el esceso, le descontará á razon de 3 por ciento al año simplemente. Pregunto, cuánto habrá de pagar Pedro de presente? Para observar equidad descuéntese primeramente el 3 por ciento de una y otra partida; y figurando ser x lo que en esta suposicion habria de cobrar Pablo de presente, y z lo que habria de cobrar Pedro, se tendrán las ecuaciones $x\times4\times3=100\times1\times\overline{800-x}$, y $z\times4\frac{1}{2}\times3=100\times1\times\overline{600-z}$; y saliendo en ellas

$x=714$ tt 5 s $8\frac{4}{7}$, y $z=528$ tt 12 s 8 $\frac{56}{227}$, quítese el valor de z del valor de x, y saldrá que Pedro ha de pagar 185 tt 13 s 0 $\frac{516}{1589}$ avos. Por medio de estas proporciones $112 : 100 :: 800 : x$, y $113\frac{1}{2} : 100 :: 600 : z$, se encontrará lo mismo. Repásense los problemas 348 y 349, y *E.* núm. LXXVIII. problema 303. pág. 77.

355. Un comerciante prestó 827 tt 1 s 2 $\frac{998}{8083}$ avos á un tendero á interes simple de 8 por ciento al año; con el bien-entendido, que al cabo de 4 meses le habia de volver 418 tt 16 s 7 $\frac{37}{77}$ con su interes correspondiente, y concluido el octavo mes le habia de volver las 408 tt 4 s 6 $\frac{54}{79}$ avos restantes, tambien con su interes. Pídese, cuánto le volverá al fin del cuarto mes, y cuánto al fin del octavo? En estas dos ecuaciones 418 tt 16 s 7 $\frac{37}{77} \times 4 \times 8 = 100 \times 12 \times x$, y 408 tt 4 s 6 $\frac{54}{79} \times 8 \times 8 = 100 \times 12 \times z$, es $x=11$ tt 3 s 4 $\frac{40}{77}$ avos, y $z=21$ tt 15 s 5 $\frac{25}{79}$ avos; dígase pues que finido el cuarto mes le volverá 418 tt 16 s 7 $\frac{37}{77}$ + 11 tt 3 s 4 $\frac{40}{77}$ = 430 tt y concluido el octavo mes del préstamo le volverá 408 tt 4 s 6 $\frac{54}{79}$ + 21 tt 15 s 5 $\frac{25}{79}$ = 430 tt. Resolviendo estas dos proporciones compuestas: Si 100 tt... 12 meses... 8 tt :: 418 tt $\frac{64}{77}$... 4 meses...x. y 100...12...8 :: 40 tt $\frac{18}{79}$... 8...z, ó bien estas dos simples 100 tt : 2 tt $\frac{2}{3}$ :: 418 tt $\frac{64}{77} : x$, y $100 : 5\frac{1}{3} :: 408\frac{18}{79} : z$, saldrá lo mismo; pero resolviendo estas $100 : 102\frac{2}{3} :: 418\frac{64}{77} : x$, y $100 : 105\frac{1}{3} :: 408\frac{18}{79} : z$, saldrá caudal y ganancia á un mismo tiempo. Repásense los problemas 330 y 338 pág. 161 y 165 y no se encontrará dificultad en las seis proporciones aquí propuestas.

356. Un comerciante vendió cierta ropa á un tendero por 860 reales de vellon á fiar por 8 meses, cuales ha de pagar en dos pagas iguales; conviene á saber 430 al cabo de cada 4 meses, y si paga de contado le quitará á razon de 8 por ciento al año. Pídese, con cuántos reales de vellon pagará de contado? Por medio de estas dos ecuaciones $x \times 4 \times 8 = 100 \times 12 \times \overline{430-x}$, y $z \times 8 \times 8 = 100 \times 12 \times \overline{430-z}$, se hallará que pagará con 418 reales, 28 maravedís 20.77 avos + 408 reales, 7 maravedís 59.79 avos = 827 reales, 3 maravedís 96.869 avos de vellon. Lo mismo se encontrará resolviendo estas dos proporciones $102\frac{2}{3} : 100 :: 430 : x$, y $105\frac{1}{3} : 100 :: 430 : z$.

357. Un confitero tomó 2618 tt 11 s 8 dineros $\frac{4}{45}$ de un comerciante á interes de 10 por ciento al año simplemente, con la obligacion de volverlas en tres pagas, cada una con su propio

interes, á saber 906 tt 17 ß 7 $\frac{1}{5}$ al cabo de 5 meses, 872 tt al cabo de 10 meses, y 839 tt 14 ß 0 $\frac{8}{9}$ al cabo de 15 meses. Pídese, cuánto ha de volver entre capital é interes al fin de cada 5 meses? En estas tres ecuaciones 906 tt 17 ß 7 $\frac{1}{5}\times5\times10=100\times12\times x$, $872\times10\times10=100\times12\times y$, y 839 tt 14 ß 0 dineros $\frac{8}{9}\times15\times10=100\times12\times z$, es $x=37$ tt 15 ß 8 $\frac{4}{5}$, $y=72$ tt 13 ß 4, y $z=104$ tt 19 ß 3 $\frac{1}{9}$; dígase pues que finido el quinto mes habrá de volver 906 tt 17 ß 7 $\frac{1}{5}+37$ tt 15 ß 8 $\frac{4}{5}=944$ tt 13 ß 4, finido el deceno 872 tt $+72$ tt 13 ß 4 $=944$ tt 13 ß 4, y finido el quinceno 839 tt 14 ß 0 dineros $\frac{8}{9}+104$ tt 19 ß 3 $\frac{1}{9}=944$ tt 13 ß 4. Repásense los problemas 330 y 338, y no habrá dificultad en resolver el presente de las demas maneras que se resolvieron aquellos.

358. Un comerciante vendió ciertas mercaderias á un confitero por 2834 tt á fiar 15 meses, pagaderas en 3 pagas iguales; es á saber 944 tt 13 ß 4 al cabo de cada 5 meses. El comerciante necesita de dinero, y dice al confitero, que si le paga de contado le descontará el 10 por ciento al año simplemente. Pregúntase, con cuántas libras pagará de presente el confitero? Resuélvanse estas tres ecuaciones $v\times5\times10=100\times12\times\overline{944\text{ tt }13\text{ ß }4-v}$, $x\times10\times10=100\times12\times\overline{944\text{ tt }13\text{ ß }4-x}$, y $z\times15\times10=100\times12\times\overline{944\text{ tt }13\text{ ß }4-z}$, y se encontrará, que pagando de contado el confitero satisfará con 906 tt 17 ß 7 $\frac{1}{5}+872$ tt $+839$ tt 14 ß 0 dineros $\frac{8}{9}=$ 2618 tt 11 ß 8 $\frac{4}{45}$. Repásense los problemas 345 y 347 pág. 166 y 167 y resuélvase este por regla de tres simple como aquellos.

359. Pedro prestó 2400 tt por 4 años á interes de 6 por ciento al año simplemente; pero con la condicion que á mas de satisfacerle al fin de cada año el correspondiente interes de aquel año, le hayan de volver 800 tt concluido el primer año, 600 al fin del segundo, 580 concluido el tercero, y las 420 restantes finido el cuarto. Pregunto, cuánto percibirá Pedro al fin de cada año? En estas cuatro ecuaciones $2400\times6=100\times v$, $\overline{600+580+420}\times6=100\times x$, $\overline{580+420}\times6=100\times y$, y $420\times6=100\times z$, es $v=144$, $x=96$, $y=60$, y $z=25$ tt 4 ß; y así dígase que Pedro al fin del primer año percibirá $144+800=944$ tt, al fin del segundo $96+600=696$ tt, al fin del tercero $60+580=640$, y al fin del cuarto 25 tt 4 ß $+420=445$ tt 4 ß.

360. Un artesano debe 2725 tt 4 ß á un comerciante, cuales ha de pagar en 4 años; á saber, 848 al cabo de 1 año, 672 al cabo de 2 años, 684 tt 8 ß al cabo de 3 años, y 520 tt 16 ß finido el cuarto año. Dice el comerciante al artesano, que

si le paga de contado le descontará el 6 por ciento al año simplemente. Pregunto, con cuánto satisfará el artesano de contado? Resolviendo estas cuatro ecuaciones $v \times 6 = 100 \times \overline{848 - v}$, $x \times 2 \times 6 = 100 \times 1 \times \overline{672 - x}$, $y \times 3 \times 6 = 100 \times 1 \times \overline{684\text{ tt } 8\text{ ℥} - y}$, y $z \times 4 \times 6 = 100 \times 1 \times \overline{520\text{ tt } 16\text{ ℥} - z}$, encontrarémos que satisfará con $800 + 600 + 580 + 420 = 2400$ tt.

361. Un caballero prestó 24000 pesos á 3 por ciento al año simplemente, pagaderos en 5 pagas desiguales; conviene á saber, 2000 al cabo de 1 año, 4000 finido el segundo año, 6000 concluido el tercer año, 5000 al fin del cuarto año, y 7000 concluido el quinto año. Pídese la ganancia total. Resuélvanse estas cinco ecuaciones $2000 \times 3 = 100 \times m$, $4000 \times 2 \times 3 = 100 \times 1 \times n$, $6000 \times 3 \times 3 = 100 \times 1 \times x$, $5000 \times 4 \times 3 = 100 \times 1 \times y$, y $7000 \times 5 \times 3 = 100 \times 1 \times z$, y se encontrará que la ganancia total es $60 + 240 + 540 + 600 + 1050 = 2490$ pesos.

362. Un comerciante ha de cobrar 26490 reales en 5 años y en 5 pagas desiguales; conviene á saber, 2060 al cabo del primer año, 4240 al fin del segundo año, 6540 concluido el tercer año, 5600 finido el cuarto año, y 8050 al fin del quinto año, y si le pagan de contado descontará el 3 por ciento al año simplemente. Pregunto, con cuántos reales le pagarán de presente? Por medio de estas cinco ecuaciones $m \times 3 = 100 \times \overline{2060 - m}$, $n \times 2 \times 3 = 100 \times 1 \times \overline{4240 - n}$, $v \times 3 \times 3 = 100 \times 1 \times \overline{6540 - v}$, $x \times 4 \times 3 = 100 \times 1 \times \overline{5600 - x}$, y $z \times 5 \times 3 = 100 \times 1 \times \overline{8050 - z}$, encontraremos que le pagarán con $2000 + 4000 + 6000 + 5000 + 7000 = 24000$ reales.

363. Juan debe 480 pesos á Pablo, cuales le ha de pagar en 4 años en dos pagas iguales, á saber 240 al cabo de cada 2 años. Pídese, queriendo reducir estas dos pagas á una sola, al cabo de cuánto tiempo estará obligado á pagar toda la cantidad? Tanto darán los 240 pesos de la primera paga en 2 años, como su duplo en 1 año. Asimismo tanto darán los 240 pesos de la segunda paga en 4 años, como su cuádruplo en un año. Esto supuesto multiplíquense los 240 pesos de la primera paga por 2, y luego los 240 de la segunda paga por 4, y saldrán los productos 480, y 960, cuya suma 1440, dividida por la deuda total 480 pesos, nos dará á entender que dicho Juan estaria obligado á pagar toda la cantidad al cabo de 3 años. Repásense con atencion los *E.* núm. XXXVIII. pág. 38. Porque en el presente problema las pagas consisten en cantidades iguales, pueden indagarse los 3 años, que hemos encontrado, por otro modo mas fácil; esto es, juntando los años de

las dos pagas, que son 2 y 4, cuya suma 6 años, partida por el número de las pagas, que es 2, dará los mismos 3 años.

364. Un mercader dejó 240 ₶ á Catalina con el pacto que en 3 años seguidos le ha de entregar 100 ₶ por cabal satisfaccion, pagaderas al cabo de cada año. Pídese, cuánto interes por 100 corresponde al año simplemente? Redúzcanse primeramente las tres pagas á una sola por cualquier modo de los dos que estan esplicados en el problema antecedente; y habiendo encontrado que pagando toda la cantidad al cabo de 2 años no se seguiria perjuicio alguno, quítese del caudal y ganancia 300 ₶ el caudal 240 ₶, y fórmese esta ecuacion $240 \times 2 \times x = 100 \times 1 \times 60$, ó bien esta proporcion 240...2...60 : : 100...1...x; y hallándose $x = 12\frac{1}{2}$, dígase que corresponden 12 ₶ 10 ℔ por ciento al año simplemente.

365. Ticio ha de cobrar 480 doblones de Cayo, pagaderos en 3 años, es á saber, 200 al cabo de un año, 180 al cabo de 2 años, y 100 al fin de los 3 años. Pídese, queriendo reducir estas 3 pagas á una sola, al cabo de cuánto tiempo estará obligado Cayo á pagar los 480 doblones? Las pagas que espresa este problema consisten en cantidades desiguales, y así solo puedes practicar el primer modo que se esplicó en el problema 363: multiplica pues los 200 doblones por 1 año, los 180 por 2, los 100 por 3; párte luego la suma de estos productos, que es 860, por la deuda 480 doblones, y tendrás que Cayo estará obligado á pagar toda la cantidad al cabo de 1 año, 9 meses, 15 dias.

366. Un artesano debe 360 reales á un comerciante, pagaderos al cabo de 3 años. El artesano anticipa por un año y medio la cantidad de 240 reales. Pregunto, cuánto tiempo mas podrá retener los 120 reales restantes para resarcir el daño que padeció? Resuélvase esta regla indirecta $240 : 1\frac{1}{2} : : 120 : x$, y se hallará que los podrá retener 3 años mas; y así dígase que los 120 reales restantes los puede retener 6 años. La indireccion de dicha regla se verá con claridad, diciendo: Yo ya sé que los 240 reales, que pagó anticipados el artesano, los podia retener 1 año $\frac{1}{2}$ para no padecer daño alguno; luego para resarcir el tal daño con menor número de reales (son 120) se necesitará mayor número de tiempo.

367. Pedro ha de pagar 3675 reales á Juan dentro de 30 dias. Juan recibe 1050 al cabo de 10 dias. Pídese, cuánto tiem-

po puede retenerse Pedro los 2625 reales restantes? Si Juan recibió 1050 reales al cabo de 10 dias, está claro que Pedro entregó dicha cantidad 20 dias anticipadamente; luego la proporcion será $1050 : 20 :: 2625 : x$. En esta regla indirecta es $x=8$; y así respóndase que Pedro, á mas de los 30 dias que podia retener los 2625 reales, puede retenerlos 8 dias mas.

368. Pedro vendió cierta mercaduria por 1000 ℔ á fiar por un año, y dice, que si le pagan de presente descontará, no solo el 4 por ciento al año, sino tambien 2 por ciento del que salga hecha la rebaja. Pídese, cuánto ha de cobrar Pedro de contado?

104	:	100				
102	:	100				
10608	:	10000	::	1000	:	x

Resolviendo la presente regla conjunta se encontrará, que Pedro ha de cobrar de contado 942 ℔ 13 ℊ 8 dineros $\frac{76}{221}$ avos.

361. Un artesano prestó 600 doblones á interes de 8 por ciento al año simplemente, y ganó tantos, que quitando de ellos el número 48, salen exactamente los meses, por los cuales hizo el préstamo. Pídese, por cuántos meses los prestó? Sean x los meses por los cuales el artesano hizo el préstamo, y z los doblones que ganó, serán $z-48=x$, ó $z=x+48$ los doblones que en tal suposicion ganó dicho artesano; y así resuélvase esta ecuacion $600\times x\times 8=100\times 12\times\overline{x+48}$, y se encontrará, que los referidos 600 doblones los prestó por 16 meses, y que con aquellos ganó 64 doblones. Repásese el problema 341 y 342 pág. 165 y 166.

369. Un caballero prestó por ciertos meses no se acuerda cuantos doblones á interes simple de 8 por ciento al año. Sabe que ganó el décimo de lo que prestó, mas 4, y que el quinto de lo que prestó, menos 8, es igual á el séptuplo de los meses por los cuales hizo el préstamo. Pregúntase, cuánto prestó? Supongamos que son x los doblones que prestó el caballero, serán $\frac{x}{10}+4$ los doblones que ganó $\frac{x-4}{35}$ los meses por los que hizo el préstamo; y así la ecuacion será $x\times\frac{x-40}{35}\times 8=100\times 12\times\overline{\frac{x}{10}+4}$. Y hallándose en ella ser $x=600$, dígase que el tal caballero prestó 600 doblones por 16 meses, y que ganó 64 doblones.

Tambien es $x=-35$; pero no sirve. Repásese *E.* núm. 736 pág. 443.

370. Diego prestó á 6 por ciento al año simplemente no se acuerda cuanto ni por cuanto tiempo; pero se acuerda, que multiplicando el número de años, por los cuales hizo el préstamo, por 1600, salió el número de reales que prestó; y que lo que prestó, menos 800, partido por 3, dió por cociente el número de reales que ganó. Pregunto, cuánto ganó? Suponiendo que son x los reales que prestó Diego, serán $\frac{x}{1600}$ los años por los cuales hizo el préstamo, y $\frac{x-800}{3}$ los reales que ganó; luego la ecuacion será $x\times\frac{x}{1600}\times 6=100\times 1\times\frac{x-800}{3}$: y encontrándose en ella $x=8000$, y tambien $x=\frac{8000}{9}$, dígase que Diego prestó 8000 reales por 5 años, y que ganó 2400 reales: ó bien dígase que prestó 888 reales $\frac{8}{9}$ por 6 meses $\frac{2}{3}$, y que ganó 29 reales 17. 27 avos.

LXV.

INTERES COMPUESTO.

371. Cuando se presta alguna cantidad con la circunstancia de que aquel tanto por ciento, que reditua al año, gane tambien como el capital prestado, se llama prestar á interes compuesto ó á interes de interes.

372. Si en los problemas de interes compuesto hacemos el capital prestado $=P$;
al tiempo por el cual el capital se presta $=t$;
á la suma del capital é interes de una moneda en un año $=A$;
y al capital prestado juntó con sus intereses al cabo del tiempo $t=S$, tendremos que si 1 gana a cada año, 1 subirá á $1+a$ ó A al fin del primer año; al fin del segundo 1 vendrá á ser A^2; porque si 1 en un año sube á A, la misma A en el año siguiente subirá á A^2; como lo indica la siguiente proporcion

$$1 : A :: A : A^2;$$

al fin del tercer año el mismo 1 será A^3; porque si 1 en un año es A; cuando es A^2 debe subir en otro año á la cantidad A^3; como lo manifiesta la siguiente regla

$$1 : A :: A^2 : A^3;$$

por la misma razon la cantidad 1 al fin del cuarto año será A^4; al fin del quinto será A^5; al fin del sexto será A^6, y en gene-

ral al fin de t años será A^t; luego si cada moneda del capital prestado P, en t años sube á A^t, tendremos que todo el capital prestado P en el mismo tiempo t debe subir á $P\times A^t$ ó S; luego

$$S=PA^t.$$

373. Con esta sola fórmula, que dice: *en toda regla de interes compuesto el capital prestado junto con sus intereses es igual al capital prestado multiplicado por la suma del capital é interes de una moneda en un año elevada la tal suma á la potencia que indique el número de años por los cuales se hizo el préstamo*; puede hallarse el valor de cada una de las cuatro cosas S, P, A y t, que se suelen buscar en las reglas de interes compuesto; con tal que se tengan conocidas tres. Y así tendremos que resolviendo la ecuacion $S=PA^t$, valiéndonos de los logaritmos será

$$Log.\ S=Log.\ P+Log.\ A\times t \qquad Log.\ A=\frac{Log.\ S-Log.\ P}{t}$$

$$Log.\ P=Log.\ S-Log.\ A\times t \qquad t=\frac{Log.\ S-Log.\ P}{Log.\ A}$$

374. Si todos los años el capital prestado sufriese una rebaja v. g. de 3, ó 4 por ciento, tambien para resolver los problemas de esta especie nos serviríamos de la misma fórmula $S=PA^t$ conla sola diferencia, que así como en el otro caso $A=1+a$, en este será $A=1-a$. Esto entendido pasaremos á resolver los problemas que siguen.

375. Pídese, cuánto se ganará en 2 años con 400 tt $ á 10 por ciento al año, con la condicion de que la ganancia gane como el capital?

A......$S=PA^t$
B......$S=400\times\frac{11}{10}^2$
C......$S=400\times\frac{121}{100}$
D......$S=484$
E......$S-P=484-400=84$

Para resolver este problema tómese la fórmula $S=PA^t$, y se tendrá la ecuacion A. Por ser segun los datos del problema $P=400$ tt $, $A=\frac{11}{10}$; porque si $100:110::1:A=\frac{11}{10}$,

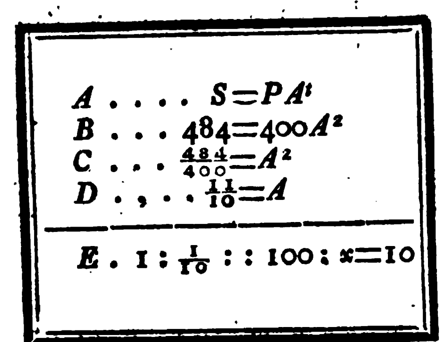
y $t=2$ años, substitúyanse estos valores en el miembro segundo de la ecuacion A, y saldrá la ecuacion B. Levántese el quebrado $\frac{11}{10}$ á cuadrado, y saldrá la ecuacion C. Verifíquese la multiplicacion que está indicada en el miembro segundo de la ecuacion C, y saldrá la ecuacion D, con la que se tendrá que la suma de capital é intereses de 400 tt ♣ prestadas á interes compuesto de 10 p $\frac{0}{0}$ al año, pasados 2 años suben á 484 tt; luego, segun la ecuacion E, si de la suma de capital é intereses restamos el capital, la diferencia 84 tt será la ganancia de las 400 tt en 2 años, que es lo que se pide.

376. Cuántas libras de ardites ha de prestar Bernardo á interes compuesto de 10 p $\frac{0}{0}$; para que finido el segundo año tenga 84 de ganancia?

$$\begin{array}{ll} A. \ldots\ldots & S=PA^t \\ B. \ldots\ldots & P+84=P\times\frac{11}{10}^2 \\ C. \ldots\ldots & P+84=P\times\frac{121}{100} \\ D. \ldots\ldots & P+84=\frac{121P}{100} \\ E. \ldots & 100P+8400=121P \\ F. \ldots\ldots & 8400=21P \\ G \ldots\ldots & 400=P \end{array}$$

Tomando la fórmula $S=PA^t$ se tiene la ecuacion A. Por ser S igual al capital P mas la ganancia 84 tt ♣, substitúyase en lugar de S, $P+84$; y por ser $A=\frac{11}{10}$ y $t=2$ poniendo en lugar de A^t la potencia segunda de $\frac{11}{10}$ se tendrá la ecuacion B. Levántese $\frac{11}{10}$ á cuadrado, y se tendrá la ecuacion C. Verifíquese la multiplicacion en el miembro segundo de la ecuacion C, y saldrá la ecuacion D. Multiplíquense entrambos miembros de la ecuacion D, por 100 y resultará la ecuacion E. Restando de ambos miembros de esta ecuacion E, $100P$ sale la ecuacion F, y partiendo los de esta ecuacion F por el coeficiente 21 de la simple incógnita, sale la ecuacion G; la que nos dice que Bernardo ha de prestar á interes compuesto 400 tt ♣.

377. Diego prestó 400 tt ♣ á interes de interes, y finido el segundo año le dieron 84 de ganancia. Pregunto cuánto ganó p $\frac{0}{0}$ al año?



Substituyendo los valores correspondientes en la ecuacion *A*, sale la ecuacion *B*. Partiendo los dos miembros de esta ecuacion *B* por 400 resulta la ecuacion *C*. Sacando la raíz cuadrada de cada miembro de la ecuacion *C* (*E.* núm. 571 pág. 400) se tendrá la ecuacion *D*, que dice que cada libra al cabo del año sube á 1 ℔ y $\frac{1}{10}$ de libra; esto es, que con cada libra se gana $\frac{1}{10}$ de libra; luego por medio de la proporcion *E* tenemos que Diego ganó á razon de 10 p $\frac{0}{0}$ al año.

378. Pídese cuántos años son menester, para que 400 ℔ ♀ á interes de 10 por ciento al año den 84 de ganancia?

$$A \ldots S = PA^t$$

$$B \ldots t = \frac{Log.\ S - Log.\ P}{Log.\ A}$$

$$C \ldots t = \frac{Log.\ 484 - Log.\ 400}{Log.\ \frac{11}{10}}$$

$$D \ldots t = \frac{2{,}6848454 - 2{,}6020600}{0{,}0413927}$$

$$E \ldots t = \frac{0{,}0827854}{0{,}0413927}$$

$$F \ldots t = 2$$

Resuélvase por medio de los logaritmos la ecuacion *A*, y se tendrá la ecuacion *B*. Substitúyase el valor correspondiente á cada letra de la ecuacion *B*, y saldrá la ecuacion *C*. Tómense unas tablas de logaritmos, y buscando los logaritmos de los números 484, 400 y $\frac{11}{10}$ se hallará la ecuacion *D*. Simplifíquese el numerador del miembro segundo de esta ecuacion *D*, y resultará la ecuacion *E*. Reduciendo á enteros el quebrado impropio del miembro segundo de esta ecuacion *E*, se hallará que son menester 2 años, como lo manifiesta la ecuacion *F*.

LXVI.

379. Cuando en los problemas de interes compuesto se piden los años, como en el egemplo anterior, es dificil encontrarlos sin el auxilio de los logaritmos; es no obstante fácil responder á

la pregunta cuando dichos años se piden en poco número. Para esto adviértase que cada cuestion de interes compuesto no es otra cosa que una progresion geométrica, cuyo denominador ó esponente siempre será el caudal 100 con su propia ganancia, pero dividida esta suma por dicho caudal 100, y así repásese lo que se practicó en el núm. LVI. pág. 134, y no habrá dificultad en encontrar por contínua multiplicacion del denominador los años que se piden; v g.

380. Pídese, cuántos años son menester para que 400 ℔ á interes compuesto de 10 por ciento al año den 84 de ganancia? Este problema consiste en una progresion geométrica, cuyo primer término es 400, el último $400+84=484$, y el *denominador* $\frac{110}{100}=\frac{11}{10}$; resuélvase pues la cuestion de esta manera:

$$400\times\frac{11}{10}=\frac{4400}{10},\ \times\frac{11}{10}=\frac{48400}{100}=484\ ℔.$$

Para encontrar el término último 484 ha sido preciso multiplicar dos veces por el denominador; luego los años que se piden, son 2.

381. Entregué 400 ℔ á interes de interes de 5 por ciento al año. Finido el tiempo me volvieron 463 ℔ 1 § entre capital é interes. Pregunto, por cuántos años las entregué?

$$\frac{400}{1}\times\frac{21}{20}=\frac{8400}{20},\times\frac{21}{20}=\frac{176400}{400},\times\frac{21}{20}=\frac{3704400}{8000}=463\ ℔\ 1\ §.$$

El denominador de la progresion, que contiene el problema dado, es $\frac{105}{100}=\frac{21}{20}$; y porque por él se multiplicó tres veces, respóndase que entregué aquellas libras por 3 años.

382. Pedro prestó 10000 pesos á interes compuesto de 10 por ciento al año. Finido el tiempo entre capital é interes le volvieron 12705 pesos. Pídese, por cuántos años los prestó?

$$10000\times\frac{11}{10}=\frac{110000}{10},\times\frac{11}{10}=\frac{1210000}{100},\times\frac{11}{10}=\frac{13310000}{1000}=13310.$$

El término último de la progresion, que contiene el presente problema, es 12705. La tercera vez que se multiplicó salió 13310. Este término es mayor que el último de la progresion. El término que salió en la tercera multiplicacion escede tanto al que salió en la segunda, como hubieran ganado en 1 año los pesos que salieron en la segunda multiplicacion; luego quitando el producto segundo 12100 del tercero 13310, se tendrá que la ganancia de 1 año es 1210. Asimismo quitando dicho producto 12100 del término último 12705 de la progresion, se tendrá, que la ganancia que despues de concluido el segundo año se hizo hasta concluido el tiempo, es 605. En conclusion resuélvase este problema: Si 1210 pesos se habrian ganado en 12

meses, ¿en cuántos meses se ganaron 605 pesos? Y encontrándose 6 meses, dígase que Pedro prestó los referidos 10000 pesos por 2 años, 6 meses.

383. Mis abuelos prestaron 50 pesos á interes compuesto de 3 por ciento al año. Hoy dia 15 de Junio de 1819 entre capital é interes me entregan 700 pesos. Pregunto, cuántos años estuvieron empleados dichos 50 pesos?

Resolver el presente problema por el método, que tenemos practicado en los tres problemas antecedentes, seria muy engorroso, y así sirvámonos de la fórmula $t=\frac{Log. S - Log. P}{Log. A}$, que hemos deducido de la primera $S=PA^t$ (como lo hemos hecho en el problema 378) que por medio de ella y el auxilio de unas tablas de logaritmos encontraremos con mucha brevedad lo que se pide.

$$A \ldots t=\frac{Log. S - Log. P}{Log. A.}$$

$$B \ldots t=\frac{Log. 700 - Log. 50}{Log. 1{,}03}$$

$$C \ldots t=\frac{2{,}8450980 - 1{,}6989700}{0{,}0128372}$$

$$D \ldots t=\frac{1{,}1461289}{0{,}0128372}$$

$$E \ldots t=89\tfrac{36172}{128372}$$

Dígase, pues, que dichos 50 pesos estuvieron empleados 89 años y 36172. 128372 avos, como parece al fin de la regla; esto es, estuvieron empleados 89 años, 3 meses, 11 dias y 56348. 128372 avos de dia.

LXVII.

384. Ya que la mayor parte de las reglas de interes compuesto se resuelven con mucha facilidad y brevedad cortando notas, repásese lo que dijimos (*E.* núm. CIV y CV. pág. 150 y 153), y no habrá dificultad en entender los egemplos siguientes; v. g.

385. Pídese, cuánto redituarán en 2 años 8425 ℔ á interes compuesto de 5 por 100 al año?

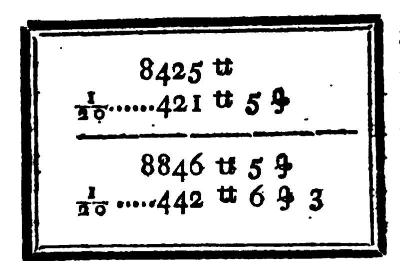
Resuélvase el problema dado como parece, y se hallará que las 8425 ℔ ʒ propuestas en un año dieron 421 ℔ 5 ʒ: estas con aquellas, en el segundo año ganaron 442 ℔ 6 ʒ 3, como se echa

de ver al pie del egemplo: luego las referidas 8425 tt ß en 2 años redituaron 863 tt 11 ß 3.

```
84 25 tt
  ×5 por ciento.
---------------------
421|25 tt
   |20 ß
   └
  5|100 ß
---------------------
88 46 tt 5 ß.
   ×5 por ciento
---------------------
442|31 tt 5 ß,
   |20
   └
  6|25 ß
   |12
   └
  3|100 dineros.
---------------------
442 tt 6 ß 3
```

Se multiplicó la cantidad dada por el 5 que reditua 100 en un año, porque tanto ganarán 8425 tt ß en un año á razon de 5 por ciento, como su quíntuplo, que es 42125 tt ß, á razon de 1 por ciento en el mismo espacio de tiempo. Para que esto se entienda mejor, vamos á resolver el mismo egemplo con mas brevedad.

Es evidente que el veinteno de 100 es 5, que 5 veces 20 son 100, y que en la suposicion que 100 redituan 5, cada 20 redituarán 1; luego tomando el veinténo de la cantidad dada, se tendrá que el interes correspondiente á 1 año es 421 tt 5 ß, cuyo rédito sumado con el capital dará á entender que el capital é interes correspondiente al cabo del primer año es 8846 tt 5 ß. Tómese en conclusion el veinteno de esta cantidad, y se tendrá lo mismo que en la resolucion antecedente, como parece.



```
          8425 tt
1/20......421 tt 5 ß
---------------------
          8846 tt 5 ß
1/20......442 tt 6 ß 3
```

386. Presté 8425 tt por 2 años á interes compuesto de 6 por ciento al año. Pregunto, cuánto me han de entregar entre capital é interes finido el tiempo? Entendido el primer modo de resolver el problema antecedente; en este solo queda que advertir, que pidiéndose capital é interes, finido el tiempo es preciso sumar el caudal y ganancia 8930 tt 10 ß, que correspondió al fin del primer año por capital del segundo, con el interes 535 tt 16 ß 7 1/5, que corresponde al fin de este segundo año; y sa-

liendo 9466 ℔ 6 ʃ 7 $\frac{1}{5}$, dígase que finido el tiempo me han de entregar 9466 ℔ 6 ʃ 7 $\frac{1}{5}$.

Repásese el segundo modo de resolver el problema antecedente, y no habrá dificultad en resolver este, tomando el veintecinqueno de la cantidad dada por las 4 ℔ ʃ de las 6 que se señalaron por 100, y la mitad del veintecinqueno por las 2 ℔ ʃ restantes; y porque la suma de estas tres partidas solo da á entender lo que corresponde concluido el primer año, practíquese en esta suma lo mismo que en la cantidad dada, y se tendrá lo mismo que en la resolucion antecedente.

387. Un mercader prestó 500 pesos por 3 años á interes compuesto de 8 por ciento al año. Pídese la ganancia correspondiente concluido el tiempo.

Repásense los dos modos de resolver el problema 355, y no se encontrará dificultad en responder, que concluido el tiempo corresponderá la ganancia de 129 pesos, 6 reales plata vieja 13 cuartos 71. 125 avos.

388. El que presta 500 pesos por 3 años á interes de interes de 12 por 100, cuánto recibirá entre capital y ganancia á el fin del tiempo? En este problema se pide capital é interes; luego (prob. 386.) sumando el capital é interes, que corresponde á el fin del segundo año, con el interes del año tercero, se tendrá que el que presta 500 pesos á interes compuesto de 12 por ciento, á el fin del tercer año recibirá 702 pesos, 3 reales plata vieja, 11 cuartos, 1 maravedí vellon 71. 125 avos.

	500 *pesos.*				
10 *p.s*	..50 .... *deceno.*				
2	......10 .... *quinto.*				
	560				
10	56				
2	......11 *p.s*	1 *real pta*	9 *q.s*	2 *m.s*	$\frac{2}{5}$
	627 »	1 »	9 »	2 »	$\frac{2}{5}$
10	......62 »	5 »	12 »	0 »	$\frac{16}{25}$
2	......12 »	4 »	5 »	2 »	$\frac{66}{125}$
	702 »	3 »	11 »	1 »	$\frac{71}{125}$

Repasa el problema 138 pag. 55 y no tendras dificultad en responder que recibirá 702 pesos, 3 reales, 24 maravedís 26. 125 avos plata vieja de España; ó bien 702 pesos, 6 reales, 33 maravedís 71. 125 avos de maravedí de vellon castellano; ó bien 702 pesos, 6 reales de ardites, 11 dineros 113. 125 avos; ó bien 702 ℔ 9 ʃ, 3 dineros 9 veintecinquenos de otro dinero valenciano.

LXVIII.

389. Es muy facil resolver las cuestiones de interes compuesto por regla conjunta, como se tenga presente lo que dijimos en el núm. VI. proposicion 10. pág. 7, y asimismo que por cada año se ha de formar una razon, cuyo antecedente sea 100, y su consecuente sea el mismo 100, mas el interes que reditue este tal número 100 en 1 año; v. g.

390. Pídese, cuánto recibió Pablo al cabo de 2 años por 800 doblones que prestó á interes compuesto de 10 por ciento?

1~~00~~	:	11~~0~~	::	8~~00~~	:	x
1~~00~~	:	11~~0~~	::	x	:	z
1	:	121	::	8	:	z

Los 800 doblones dados estuvieron á interes compuesto por 2 años; luego la regla conjunta ha de constar de dos proporciones simples, de las cuales la primera sale de este problema: Al respecto que 100 en 1 año han de subir á 110; los 800 subirán á x; y la segunda de este: Al respecto que 100 en 1 año han de subir á 110, los x doblones, que supusimos salieron en el primer año, subirán á z en el segundo. Es del caso advertir aquí, que en la regla conjunta puede abreviarse cualquier término estremo con cualquier término médio; y así porque en los estremos de la izquierda se encuentran cuatro ceros, y tambien cuatro en los términos médios, bórrense estos y aquellos. Asimismo encontrándose ser x término estremo, y tambien x término medio, quítese la tal x de ambas partes; y quedarán (núm. VI proposicion 1.ª pag. 4.) dos proporcionales tales, que (núm. III. definicion 10.ª pag. 2.) multiplicados sus antecedentes y consecuentes, solo quedará que resolver esta proporcion 1 : 121 :: 8 : z; y siendo en ella z=968, dígase que Pablo recibió 968 doblones.

391. El que entrega 87650 reales de vellon á cambio de 25 por ciento á interes de interes, cuánta ganancia percibirá al cabo de 3 años?

4.	~~100~~ : ~~125~~. 5
	4 : 5
	4 : 5
	64 : 125 : 87650 : z

En la presente regla conjunta solo hay que advertir que la razon de 4 : 5 es lo mismo que la de 100 : 125; pues que el ventecinqueno del antecedente 100 es 4, y el del consecuente 125 es 5. Y porque mul-

tiplicando los antecedentes 4, 4 y 4, y despues los consecuentes 5, 5 y 5, sale la razon compuesta 64 : 125, resuélvase esta proporcion 64 : 125 : : 87650 : z; y encontrándose que el capital é interes sube á 171191 reales, 13 maravedís $\frac{13}{16}$ avos vellon, quítese de esta cantidad el capital 87650 reales, y se tendrá que la ganancia que se pide es 83541 reales, 13 maravedís, 13. 16 avos de vellon.

392. Un tendero compró cierta ropa por 8000 tt, cuales ha de pagar dentro 2 años $\frac{1}{2}$, con la obligacion de contribuir el 3 $\frac{1}{2}$ por ciento al año á interes compuesto. Pregunto, cuánto habrá de pagar al cabo del tiempo?

200. 100 : 103 $\frac{1}{2}$. 207	
200. 100 : 103 $\frac{1}{2}$. 207	
5.400. 100 : 101 $\frac{3}{4}$. 407	8.000
2000 : 174 39543 : : 1 : x	

En la tercera razon 100 : 101 $\frac{3}{4}$ adviértase, que por el medio año se añadió el 1 $\frac{3}{4}$, que es la mitad del interes 3 $\frac{1}{2}$. Quítense ahora (*E.* núm. XXXIX pag. 40) los quebrados, y téngase presente que cualquier quebrado multiplicado por su denominador da tantos enteros como tiene unidades su propio numerador. Abrevíense los terminos como parece, y saldrán proporcionales 2000: 17439543 : : 1 : x, cuyo valor de la incógnita manifestará, que habrá de pagar 8719 tt 15 ß 5 $\frac{4}{25}$ avos.

393. Un comerciante prestó 4750 pesos por 4 años á interes compuesto de 5 por ciento. Pídese, cuánto recibirá finido el tiempo?

20. 100 : 105. 21	
20 : 21	
4. 20 : 21	4750
4. 20 : 21	95
640 : 194481 : : 19 : x	

Resuélvase esta proporcion 640 : 194481 : : 19 : x, y dígase que el referido comerciante finido el tiempo recibirá 5773 pesos, 9 reales de Cataluña, 3 dineros 39 40 avos.

LXIX.

394. Los descuentos por 100 los resolveremos tambien por regla conjunta; y porque en las cuestiones de esta especie la cantidad dada ha de menguar, dispónganse las razones de dicha regla al contrario que las de las cuatro antecedentes; esto es, escríbase por antecedente de cada razon la cantidad 100, junto con la cantidad que se ha de rebajar por 100 al año, y por consecuente escríbase sola la cantidad 100; v. g.

395. Un artesano ha de cobrar 968 pesos dentro de 2 años; pero si le pagan de contado descontará á razon de 10 por ciento al año á interes de interes. Pídese, cuánto cobrará si le pagan de presente?

110 : 100
110 : 100

121 : 100 : : 968 : y

Porque el descuento es á 10 por ciento, dispónganse y abreviense los términos como parece: y hallándose por medio de esta proporcion 121 : 100 : : 968 : y ser $y = 800$, dígase que si á aquel artesano le pagan de presente cobrará 800 pesos. Repásese el problema 390.

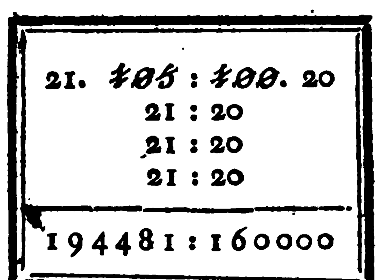
396. Un comerciante prestó á interes compuesto de 8 por ciento al año no se acuerda cuantas libras. Finido el tercer año le volvieron entre capital é interes la cantidad de 629 ℔ 17 ß $\frac{3}{25}$. Pregúntase, cuánto prestó?

27. 108 : 100. 25
27. 108 : 100. 25
27. 108 : 100. 25

19683 : 15625 : : 629 ℔ 17 ß $\frac{3}{25}$: x

Reducidas las tres razones, y multiplicados los términos abreviados, como se echa de ver, resuélvase la proporcion que al pie parece figurada, y se encontrará que el tal comerciante prestó 500 ℔ ß cabales.

397. Un artesano compró cierta mercaderia por 5773 pesos, 9 reales, 3 dineros 39. 40 avos, plazo 4 años, y si paga de contado le descontarán el 5 por ciento á interes compuesto anualménte. Pregunto, con cuántos pesos pagará de contado?



Repásense los problemas 393 y 395, y no habrá dificultad en responder por médio de esta proporcion 194481 : 160000 :: 5773 pesos, 9 reales, 3 dineros $\frac{32}{40}$: x, que dicho artesano pagando de contado pagará con 4750 pesos.

398. Cuántos reales han de prestarse á interes compuesto de 5 por ciento, para que al cabo de 3 años se tengan 2522 de ganancia?

Supongamos que son x los reales que se piden, será $x+2522$ el capital é interes; luego resolviendo (núm. v. lema 1.° pag. 3 y núm. VLI pag. 93) la ecuacion, que parece figurada al pie del egemplo, podrá responderse que en tal caso han de prestarse 16000 reales.

21. 105 : 100. 20
21 : 20
21 : 20

$9261 : 8000 :: x+2522 : x$

$9261 \times x = 8000 \times \overline{x+2522}$

399. Presté 400 doblones á interes compuesto. Decidme: cuánto gané por ciento, al respecto que al cabo de 2 años me entregaron 84 de ganancia?

Supongamos que v. m. ganó x por 100, y en esta suposicion tendrémos la regla que aquí parece figurada. De esta regla sale la igualacion $10000+200x+x^2=12100$, cuyo valor de la incógnita es 10; y así decimos que ganó v. m. á 10 por ciento. Tambien es $x=-210$; pero no sirve.

$100+x : 100 :: 400+84 : x$

$100+x : 100 :: x : 400$

$10000+200x+x^2 : 10000 :: 484 : 400$

400. Pedro debe 853 tt, cuales ha de pagar en 2 años en dos iguales pagas; á saber 426 tt 10 ß al cabo de cada año, y si paga de presente le quitarán el 4 por ciento al año á interes de interes. Pregunto, con cuántas libras pagará de presente?

Resuelve estas dos proporciones 104 : 100 :: 426 tt 10 ß : x,

y 104 : 100, 104 : 100; esto es 676 : 625 :: 426 ℔ 10 ʃ : z, y hallarás, que Pedro pagará de presente con 410 ℔ 1 ʃ 11 dineros 1 treceno +394 ℔ 6 ʃ 5 dineros 97. 169 avos=804 ℔ 8 ʃ 4 dineros 110. 169 avos.

401. Luis ha de cobrar 850 ℔ 16 ʃ dentro de 3 años; á saber 284 ℔ 8 ʃ al cabo del primer año, 325 ℔ 8 ʃ finido el segundo año, y 241 ℔ concluido el tercer año; pero si le pagan de contado descontará á razon de 6 por ciento al año á interes compuesto. Pídese, cuanto cobrará si le pagan de contado?

Resolverás ordenadamente estas tres proporciones: 106 : 100:: 284 ℔ 8 ʃ : v; 106 : 100, 106 : 100, esto es 11236 : 10000:: 325 ℔ 8 ʃ : x; y 106 : 100, 106: 100, 106: 100, *esto* es 1191016: 1000000 :: 241 ℔ ʃ : z : y hallando ser v=268 ℔ 6 ʃ 0 dineros $\frac{24}{53}$, x=289 ℔ 12 ʃ 1 $\frac{455}{2809}$, y z=202 ℔ 6 ʃ 11 $\frac{86249}{148877}$, dirás en suma que pagándole de contado cobrará 760 ℔ 5 ʃ 1 $\frac{88203}{148877}$ avos.

LXX.

VARIAS CUESTIONES DE INTERESES.

402. Diego prestó á Antonio 1000 pesos fuertes, á razon de 10 por ciento al año, y Antonio para estinguir el préstamo le consigna 300 pesos cada año de una renta que tiene: pídese en cuánto tiempo estará pagada la deuda? Estará pagada en 4 años 3 meses 1 dia $\frac{216083}{413027}$ avos de dia.

Para resolver este problema no nos hemos podido valer de ninguna de las fórmulas dadas, y así vamos á deducir otra fórmula, que podrá servirnos no solo para la resolucion del problema dado sino tambien para resolver todos los demas que le sean semejantes. Para esto haremos

P=al capital prestado,

Q=á lo que se quita cada año,

A=á la suma del capital é interes de una moneda en un año.

t=al tiempo que ha estado empleado el capital,

con lo que tendremos que si el capital 1 en un año sube á A, el capital P en el mismo año debe subir á PA, como lo indica la siguiente proporcion

$$1 : A :: P : PA;$$

luego si de esta cantidad PA debe quitarse en el primer año la

cantidad Q, nos quedará la cantidad $PA-Q$, que es el capital que quedará al fin del primer año: y así en el segundo año diremos, si el capital 1 en un año sube á la cantidad A, el capital $PA-Q$ en el mismo tiempo subirá á la cantidad PA^2-QA, como se ve

$$1 : A :: PA-Q : PA^2-QA;$$

luego si del capital PA^2-QA debe quitarse en el segundo año la cantidad Q quedará reducido el capital á el fin del segundo año á la cantidad PA^2-QA-Q.

En el tercer año diremos si 1 en un año sube á el capital A, el capital PA^2-QA-Q debe subir en igual tiempo al capital PA^3-QA^2-QA, como lo manifiesta la proporcion que sigue:

$$1 : A :: PA^2-QA-Q : PA^3-QA^2-QA;$$

luego si de esta cantidad PA^3-QA^2-QA debe quitarse en el tercer año la cantidad Q, nos quedará reducido el capital en el tercer año á la cantidad PA^3-QA^2-QA-Q.

Observando la ley que guardan los capitales al fin de cada año despues de quitada la cantidad constante Q, y viendo al mismo tiempo que dicha ley debe ser la misma en todos los demas años; podremos formar una ecuacion al cabo del tiempo t, que constará del término primero PA^t y lo demas una progresion geométrica descendente, cuyo primer término será $-QA^{t-1}$, el último $-Q$ y el denominador A, la cual progresion sumada será negativa, y agregada con PA^t positivo quedará igual á cero por ser el capital del último año: y como toda progresion para sumarse se considera ascendente, tendremos que, por ser en toda progresion geométrica ascendente (teorema 1.º pag. 129) la suma de todos los términos, menos el término primero, igual al denominador multiplicado por la suma de todos los términos menos el término último, esto es $s-p=\overline{s-u}\times d$, ó bien buscando en esta ecuacion el valor de s será $s=\frac{ud-p}{d-1}$; luego substituyendo en esta última ecuacion los términos correspondientes de la dicha progresion, resultará que $s=\frac{-QA^{t-1}\times A+Q}{A-1}$; despejando el numerador se tendrá $s=\frac{-QA^t+Q}{A-1}$, y por ser esta suma agregada con PA^t igual á cero capital del último año saldrá la ecuacion $\frac{-QA^t+Q}{A-1}+PA^t=0$. Ahora despejando el quebrado, es-

to es multiplicando todos los términos de dicha ecuacion por $A-1$ será $-QA^t+Q+PA^{t+1}-PA^t=0$; pasando la $+Q$ del miembro primero al miembro segundo, y espresando lo que quede á aquel miembro por el factor comun A^t, resultará que $A^t \times \overline{PA-P-Q}=-Q$, y ultimamente partiendo los dos miembros de esta por $PA-P-Q$, se hallará la fórmula general $A^t=\frac{-Q}{PA-P-Q}$.

Con esta fórmula general $A^t=\frac{-Q}{PA-P-Q}$ facilmente resolveremos el problema propuesto y otros semejantes; pues que siendo $P=$ al capital prestado, en este problema $=1000$ pesos; $Q=$ á las monedas que se sacan cada año $=300$ pesos; $A=$ á la suma del capital y beneficio de una moneda en un año $=\frac{11}{10}$, y $t=$ al tiempo que ha estado empleado el capital $=$ á lo que se busca en el presente problema; repasando lo que hemos practicado en los problemas 379 y 384 pág. 177 y 179, tendremos que substituyendo en lugar de cada letra su propio valor será

$$A^t=\frac{-Q}{PA-P-Q}$$

$$\left(\frac{11}{10}\right)^t=\frac{-300}{1000\times\frac{11}{10}-1000-300}$$

$$\left(\frac{11}{10}\right)^t=\frac{-300}{-200}$$

$$\left(\frac{11}{10}\right)^t=\frac{3}{2}$$

$$\overline{Log.\ 11-Log.\ 10}\times t=Log.\ 3-Log.\ 2$$

$$t=\frac{Log.\ 3-Log.\ 2}{Log.\ 11-Log.\ 10}$$

$$t=\frac{0,1760912}{0,0413927}$$

$t=4$ años, 3 meses, 1 dia $\frac{216083}{413927}$ avos de dia.

403. Un labrador prestó á razon de 10 por ciento al año cierta cantidad de pesos á un artesano, y este para estinguir el préstamo le consignó 300 pesos cada año: pídese habiendo quedado saldada la cuenta del artesano en 4 años 3 meses 1 dia y $\frac{216083}{413927}$ avos de dia, cuántos fueron los pesos que le entregó el labrador? Para resolver este problema tambien nos valdremos de la fórmula $A^t=\frac{-Q}{PA-P-Q}$ en la que buscando el valor de P hallaremos $P=\frac{QA^t-Q}{A^{t+1}-A^t}$ con cuya ecuacion substitu-

yendo á cada letra su propio valor resultará $P=1000$, esto es que el labrador prestó al artesano 1000 pesos.

404. Cuánto tiene que pagar cada año el sugeto que prestándole 1000 pesos á razon de 10 por ciento al año, y pagando cada año una cantidad constante necesita 4 años 3 meses 1 dia y $\frac{216083}{413927}$ avos de dia para quedar libre del débito? Tiene que pagar 300 pesos cada año, lo que podrá hallarse valiéndose de la misma fórmula $A^t=\frac{-Q}{PA-P-Q}$ en la que buscando el valor de Q, que es $Q=\frac{PA^t-PA^{t+1}}{1-A^t}$, y substituyendo en esta ecuacion en lugar de cada letra su propio valor, se hallará resolviendo la ecuacion que salga que $Q=300$, que es &c.

405. Á Manuel le prestaron 1000 pesos á cierto interes, y él para estinguir la deuda consignó una renta, que dió 300 pesos cada año, se pregunta habiendo pasado 4 años, 3 meses, 1 dia y $\frac{216083}{413927}$ avos de dia para quedar libre de la dicha carga de 1000 pesos; á qué interes fueron estos prestados? Hasta ahora no he podido hallar exactamente, valiéndome de la fórmula $A^t=\frac{-Q}{PA-P-Q}$, que los dichos 1000 pesos fueron prestados á razon de 10 p $\frac{0}{0}$ al año por no haber hallado mas que caminos que me dan el valor de A por aproximacion. Con todo aunque mi modo de comprehender me dice que en la dicha fórmula $A^t=\frac{Q}{PA-P-Q}$ no es posible hallar el valor de A exactamente; no desistiré de buscarlo hasta que el cálculo superior, ó bien me demuestre que es imposible hallar lo que busco, ó bien me proporcione su hallazgo para mi tan deseado. . . . .

406. Ciertas libras que puse á interes, en el primer año me ganaron á razon de 6 por ciento, y el segundo me perdieron á razon 5 por ciento: esto supuesto se pregunta habiéndome devuelto 5035 al fin del año segundo, cuántas entregué al principio del año primero? Se formarán dos proporciones, con la primera se buscará el caudal que habia al fin del primer año, diciendo si 95 : 100 : : 5035 : $x=5300$; y con la segunda se buscará el caudal que presté, y así se dirá si 106 : 100 : : 5300 : $x=5000$; luego se tendrá que las libras que entregué al principio del año primero fueron 5000.

FIN.

INDICE

DE LO QUE CONTIENE ESTE TOMO SEGUNDO.

NOTAS ROMANAS. | *Pág.*

I. . . . . . *De la razon y proporcion en comun* . . . . 1.
II. . . . . . *Que es multíplice, submultíplice, &c.* . . . . 1.
III. . . . . *Que es razon, su division, &c.* . . . . 1.
IV. . . . . *Que es proporcion, y su division.* . . . . 2.
V. . . . . . *Lema para la proporcion directa.* . . . . 3.
Idem. . . . *Lema para la proporcion indirecta.* . . . . 4.
VI. . . . . . *Veinte proposiciones demostradas con notas numéricas.* 4.
VII. . . . . *De la regla de proporcion, y su division.* . . . . . . 9.
VIII. . . . *De la regla de tres simple.* . . . . 10.
IX. . . . . . *Para resolver la regla de tres simple directa.* . . . 10.
X. . . . . . *Resolver esta regla alternando ó invirtiendo.* . . . . . 11.
XI. . . . . *Modo de abreviar los términos de dicha regla.* . . . 12.
XII. . . . . *Modo de resolverla sin trasladar á la especie inferior* 13.
XIII. . . . *Modo de resolver dicha regla cuando el término primero es compuesto.* . . . . 15.
XIV. . . . *Reduccion de términos desemejantes á una misma especie.* 16.
XV. . . . . *Quitar los términos homogéneos iguales.* . . . . 17.
XVI. . . . *Resolucion de dicha regla con quebrado.* . . . . 18.
XVII. . . . *Modo de satisfacer por várias reglas de tres á las diferentes preguntas de un problema.* . . . . 18.
XVIII. . . *Examen de la regla de tres simple directa.* . . . . . . 19.
XIX. . . . *Práctica de lo dicho.* . . . . 20.
XX. . . . . *De la ganancia ó pérdida á tanto por ciento.* . . . . 27.
XXI. . . . *De los censos.* . . . . 30.
XXII. . . . *Para resolver la regla de tres simple indirecta.* . . . . 32.
XXIII. . . *Modo de abreviar los términos de esta regla.* . . . . 32.
XXIV. . . *Convertir dicha regla á directa mudando los antecedentes, ó colocando por estremos los términos de una razon.* . . . . 33.

XXV. . . . *Modo de resolver dicha regla sin reducir sus términos á la especie inferior.* . . . . 34.
Idem. . . . *Modo de resolverla cuando el término tercero consta de várias especies.* . . . . 36.
XXVI. . . . *Resolucion de dicha regla con quebrado.* . . . . 37.
XXVII. . . *Examen de la regla de tres simple indirecta.* . . . . 37.
XXVIII. . . *Práctica de lo dicho.* . . . . 38.
XXIX. . . *De los trueques ó permutas* (vulgo baratas). . . . . 40.
XXX. . . . *De la regla de tres compuesta.* . . . . 44.
XXXI. . . *Examen de dicha regla.* . . . . 46.
XXXII. . . *Modo de abreviar los términos de la regla de tres compuesta.* . . . . 47.
XXXIII. . . *Resolucion de la regla de tres compuesta por sola una de simple.* . . . . 48.
XXXIV. . *Resolucion de dicha regla por tantas proporciones simples como en ella intervienen.* . . . . 50.
XXXV. . . *Práctica de lo dicho.* . . . . 51.
XXXVI. . . *De las reglas de compañia en general.* . . . . . . 53.
XXXVII. . *Compañia simple.* . . . . 54.
XXXVIII. . *Examen de dicha regla.* . . . . 69.
XXXIX. . . *Compañia compuesta.* . . . . 69.
XL. . . . . *Compañias de arrendamientos.* . . . . 76.
XLI. . . . *De las reglas de aligacion en comun.* . . . . 78.
XLII. . . . *Aligacion simple.* . . . . 80.
XLIII. . . *Aligacion compuesta resuelta por aligaciones simples.* 86.
XLIV. . . *Aligación compuesta resuelta por una sola aligacion.* 88.
VL. . . . . *Examen de dicha regla* . . . . 92.

APLICACION DEL ÁLGEBRA.

VLI. . . . *Á la regla de tres simple directa.* . . . . 93.
VLII. . . . *Á la de tres simple indirecta.* . . . . 97.
VLIII. . . *Á la de tres compuesta.* . . . . 101.
IL. . . . . *Á la de compañia simple.* . . . . 105.
L. . . . . . *Á la de compañia compuesta.* . . . . 109.
LI. . . . . *Á las de aligacion.* . . . . 112.
LII. . . . . *De las progresiones en general.* . . . . 118.
LIII. . . . *Progesion aritmética.* . . . . 119.
LIV. . . . *Encontrar cuantos medios aritméticos se quieran.* . . 126.